



15



211hi15

वृत्त

आप पहले ही ज्यामितीय आकृतियों जैसे कि रेखा खण्ड, कोण, त्रिभुज, चतुर्भुज और वृत्त से परिचित हैं। एक पहिया, एक चूड़ी, अक्षर O इत्यादि वृत्त के उदाहरण हैं। इस पाठ में हम वृत्त तथा इस से सम्बन्धित संकल्पनाओं के विषय में विस्तार से अध्ययन करेंगे।



उद्देश्य

इस पाठ के अध्ययन के बाद आप समर्थ हो जाएंगे कि:

- एक वृत्त को परिभाषित कर सकें;
- वृत्त से सम्बन्धित संकल्पनाओं के उदाहरण दे सकें;
- सर्वांगसम वृत्त तथा सकेन्द्री वृत्तों के बारे में बता सकें;
- वृत्तों की संकल्पनाओं जीवा, चाप, त्रिज्यखण्ड, वृत्तखण्ड को पहचान सकें;
- वृत्त की चाप और जीवाओं से सम्बन्धित परिणामों की प्रयोग द्वारा जाँच कर सकें;
- ऊपर प्राप्त किए गये परिणामों का समस्याओं को हल करने में प्रयोग कर सकें।

अपेक्षित पूर्व ज्ञान

- रेखाखण्ड और इसकी लम्बाई
- कोण और इस का माप
- समान्तर और लम्ब रेखाएँ
- बन्द आकृतियाँ जैसे त्रिभुज, चतुर्भुज, बहुभुज इत्यादि
- बन्द आकृति का परिमाप
- बन्द आकृति द्वारा घेरा गया क्षेत्र
- बन्द आकृतियों की सर्वांगसमता



टिप्पणी

15.1 वृत्त और सम्बन्धित संकल्पनाएँ

15.1.1 वृत्त

वृत्त एक समतल में ऐसे सभी बिन्दुओं का समूह है, जो उसी समतल में एक निश्चित बिन्दु से एक अचर दूरी पर है।

त्रिज्या: वृत्त के किसी बिन्दु को इसके केन्द्र से मिलाने वाला रेखाखण्ड वृत्त की **त्रिज्या** कहलाता है।

आकृति 15.1 में, O वृत्त का केन्द्र है जिसमें OA एक त्रिज्या है। इसी वृत्त की OB दूसरी त्रिज्या है।

आपके लिए क्रियाकलाप: OA तथा OB की लम्बाई मापिए। आप पाएँगे कि यह समान हैं। अतः

एक वृत्त की सभी त्रिज्याएँ समान होती हैं।

एक वृत्त की त्रिज्या को साधारणतया हम 'r' द्वारा दर्शाते हैं। हम सुविधा के लिए त्रिज्या की लम्बाई को त्रिज्या लिखते हैं।

एक बन्द ज्यामितीय आकृति समतल को तीन भागों में विभाजित करती है। जो हैं: आकृति का अन्तः भाग, आकृति तथा आकृति का बाह्य भाग। आकृति 15.2 में, छायांकित भाग वृत्त का अन्तःभाग, परिसीमा वृत्त है तथा अछायांकित भाग वृत्त का बाह्य भाग या बहिर्भाग है।

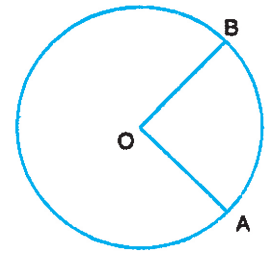
आपके लिए क्रियाकलाप

(a) एक वृत्त के अन्दर बिन्दु Q लीजिए। (आकृति 15.3). OQ को मापिए। आप पाएँगे कि $OQ < r$ । वृत्त के अभ्यन्तर का भाग वृत्त का अन्तः भाग कहलाता है।

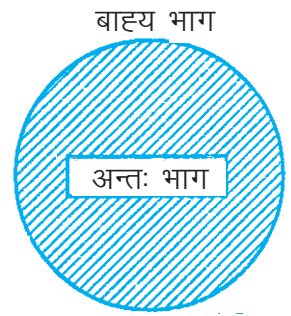
(b) अब वृत्त के बाहर के भाग में कोई बिन्दु P लीजिए। (आकृति 15.3) OP को मापिए और आप पाएँगे कि $OP > r$ है। वृत्त के बाहर का भाग वृत्त का बाह्य भाग या बहिर्भाग कहलाता है।

15.1.2 जीवा

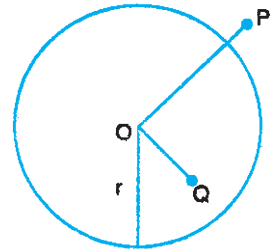
एक वृत्त के किन्हीं दो बिन्दुओं को मिलाने वाला रेखाखण्ड वृत्त की जीवा कहलाता है। आकृति 15.4 में, AB, PQ तथा CD वृत्त की तीन जीवाएँ हैं जिसका केन्द्र O तथा त्रिज्या r है। जीवा PQ केन्द्र O में से गुजरती है। ऐसी जीवा वृत्त का व्यास कहलाती है। व्यास को हम प्रायः 'd' द्वारा दर्शाते हैं।



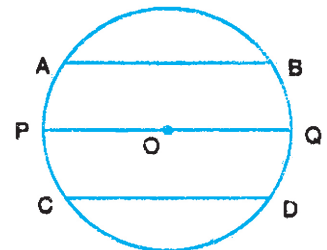
आकृति 15.1



आकृति 15.2



आकृति 15.3



आकृति 15.4



टिप्पणी

वृत्त के केन्द्र से गुजरने वाली जीवा को इसका व्यास कहते हैं।

आपके लिए क्रियाकलाप

PQ की लम्बाई d मापिए तथा r को मापिए। आप पाएंगे कि d और $2r$ समान हैं। अतः हम पाते हैं कि $d = 2r$

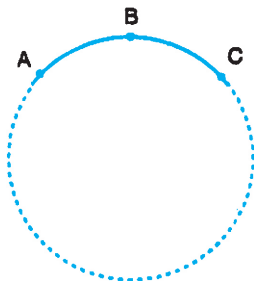
अर्थात् वृत्त का व्यास = वृत्त की त्रिज्या का दुगुना

PQ, AB और CD की लम्बाइयाँ मापिए। आप पाएंगे कि $PQ > AB$ तथा $PQ > CD$ । अतः हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं

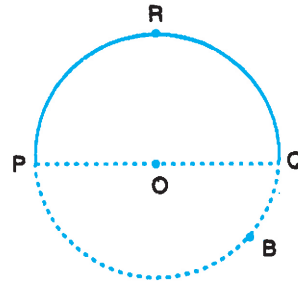
व्यास वृत्त की सबसे लम्बी जीवा होती है।

15.1.3 चाप

वृत्त के एक भाग को चाप कहते हैं। आकृति 15.5(a) में, ABC एक चाप है तथा इसे चाप ABC या \widehat{ABC} द्वारा दर्शाते हैं।



(a)



(b)

आकृति 15.5

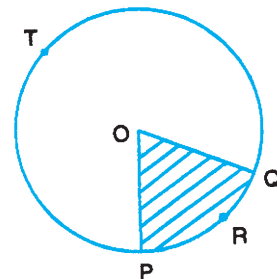
15.1.4 अर्द्धवृत्त

वृत्त का व्यास इसे दो समान चापों में विभाजित करता है। प्रत्येक भाग एक अर्द्धवृत्त कहलाता है। आकृति 15.5(b) में, PQ एक व्यास है तथा \widehat{PRQ} एक अर्द्धवृत्त है। \widehat{PBQ} भी एक अर्द्धवृत्त है।

15.1.5 त्रिज्यखण्ड

एक वृत्त के एक चाप तथा इसके सिरों पर दो त्रिज्याओं द्वारा घिरे क्षेत्र को त्रिज्यखण्ड कहते हैं।

आकृति 15.6 में, छायांकित भाग, चाप PRQ द्वारा बनाया गया त्रिज्यखण्ड है तथा अछायांकित भाग चाप PTQ द्वारा बनाया गया त्रिज्यखण्ड है।



आकृति 15.6

15.1.6 वृत्तखण्ड

एक जीवा वृत्त के अन्तः भाग को दो भागों में विभाजित

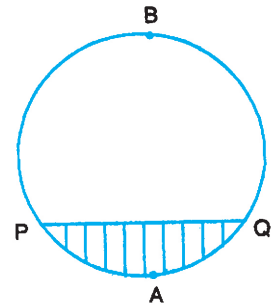


टिप्पणी

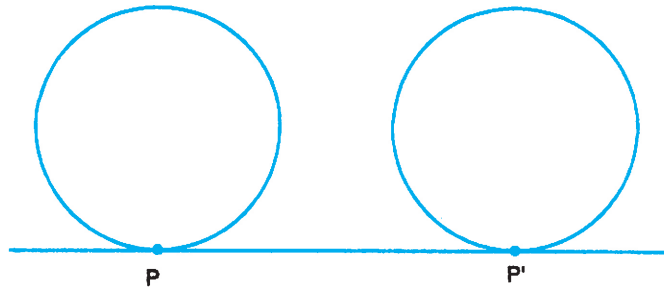
करती है। प्रत्येक भाग वृत्तखण्ड कहलाता है। आकृति 15.7 में, छायांकित भाग PAQP तथा अछायांकित भाग PBQP वृत्त के दो वृत्तखण्ड हैं। PAQP लघु वृत्तखंड तथा अछायांकित भाग PBQP दीर्घ वृत्तखण्ड है।

15.1.7 परिधि

वृत्त पर एक बिन्दु P लीजिए। यदि यह बिन्दु वृत्त के ऊपर एक बार चलकर अपनी वास्तविक स्थिति पर वापिस आ जाए तो P द्वारा चली दूरी वृत्त की परिधि कहलाती है।



आकृति 15.7



आकृति 15.8

आपके लिए क्रियाकलाप:

एक पहिया लेकर इस पर जहाँ यह भूमि को स्पर्श करता है वह बिन्दु P अंकित कर लीजिए। पहिए को एक रेखा के साथ-साथ तब तक घुमाइए जब तक बिन्दु P पुनः भूमि को स्पर्श करे। रेखा पर बिन्दु P की दो स्थितियों के बीच की दूरी मापिए। यह दूरी वृत्त (पहिए) की परिधि है।

एक वृत्त का परिमाण (वृत्त की परिसीमा की लम्बाई) वृत्त की परिधि कहलाती है।

आपके लिए क्रियाकलाप

भिन्न भिन्न वृत्त लेकर उनकी परिधि और व्यास को मापिए। देखिए कि प्रत्येक अवस्था में परिधि और व्यास में अनुपात वही आता है।

एक वृत्त की परिधि और इसके व्यास में अनुपात सदा अचर है। इस अचर को ग्रीक अक्षर π से जाना जाता है।

अतः $\frac{c}{d} = \frac{c}{2r} = \pi$, जहाँ c वृत्त की परिधि, d इसका व्यास और r इसकी त्रिज्या है।

π का सन्निकट मान $\frac{22}{7}$ है। प्रसिद्ध भारतीय गणितज्ञ आर्यभट्ट I (476 A.D.) ने π का चार दशमलव स्थानों तक शुद्ध मान दिया है जो 3.1416 है। वास्तव में संख्या π एक अपरिमेय संख्या है।



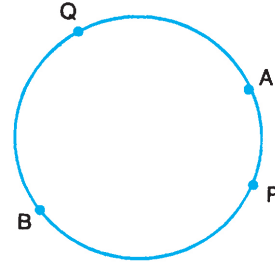
15.2 एक वृत्त के चाप को मापना

एक वृत्त का चाप PAQ लीजिए। (आकृति 15.9) इसे मापने के लिए हम PAQ के साथ-साथ एक धागा रखते हैं और तब मापक द्वारा धागे की लम्बाई को मापते हैं।

इसी प्रकार आप चाप PBQ की लम्बाई माप सकते हैं।

15.2.1 लघु चाप

एक वृत्त का वह चाप, जिसकी लम्बाई अर्द्धवृत्त की लम्बाई से कम है, लघु चाप कहलाती है। आकृति 15.9 में PAQ लघु चाप है।



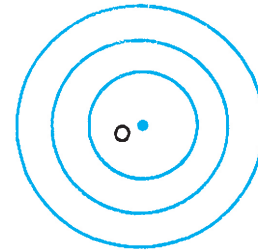
आकृति 15.9

15.2.2 दीर्घ चाप

एक वृत्त का वह चाप, जिसकी लम्बाई अर्द्धवृत्त की लम्बाई से बड़ी है, दीर्घ चाप कहलाती है। आकृति 15.9 में PBQ दीर्घ चाप है।

15.3 संकेन्द्री वृत्त

एक ही केन्द्र परन्तु भिन्न-भिन्न त्रिज्याओं के वृत्त संकेन्द्री वृत्त कहलाते हैं। (देखिए आकृति 15.10).



आकृति 15.10

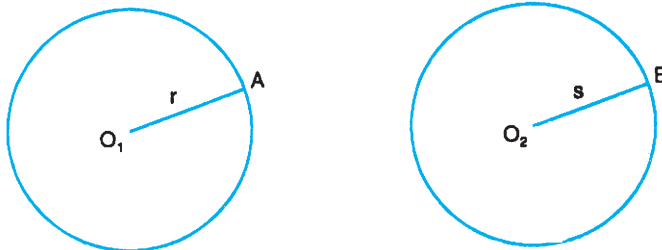
15.4 सर्वांगसम वृत्त या चाप

दो वृत्त (या चाप) सर्वांगसम होते हैं यदि हम उनमें से एक को दूसरे पर रखें तो वह दूसरे को पूरा ढक ले।

15.5 कुछ महत्वपूर्ण नियम

आपके लिए क्रियाकलाप

(i) केन्द्र O_1 तथा O_2 तथा त्रिज्या r और s से दो वृत्त खींचिए। (देखिए आकृति 15.11)



आकृति 15.11



टिप्पणी

(ii) वृत्त (i) को दूसरे वृत्त (ii) पर इस प्रकार रखिए कि O_1 बिन्दु O_2 से संपाती हो।

(iii) हम देखते हैं कि वृत्त (i) दूसरे वृत्त (ii) को केवल तभी पूरा ढकेगा जब $r = s$ होगा।

दो वृत्त सर्वांगसम होंगे यदि और केवल यदि उनकी त्रिज्याएँ समान हों।

आकृति 15.12 में, यदि चाप $PAQ =$ चाप RBS तब $\angle POQ = \angle ROS$ तथा विलोमतः यदि $\angle POQ = \angle ROS$ तब चाप $PAQ =$ चाप RBS

एक वृत्त के दो चाप सर्वांगसम होंगे यदि और केवल यदि उन द्वारा केन्द्र पर बनाए गए कोण समान हों।

आकृति 15.13 में, यदि चाप $PAQ =$ चाप RBS

तब $PQ = RS$

विलोमतः $PQ = RS$ तब

चाप $PAQ =$ चाप RBS .

एक वृत्त के दो चाप सर्वांगसम होंगे यदि और केवल यदि उन की संगत जीवाएँ समान हों।

आपके लिए क्रिया कलाप:

- केन्द्र O वाला एक वृत्त खींचिए।
- दो समान जीवाएँ PQ तथा RS खींचिए (आकृति 15.14)
- OP, OQ, OR तथा OS को मिलाइए।
- $\angle POQ$ और $\angle ROS$ को मापिए।

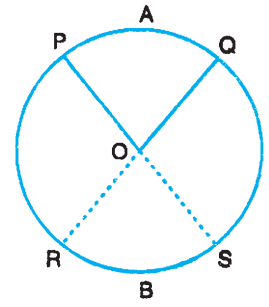
हम देखते हैं कि $\angle POQ = \angle ROS$

विलोमतः यदि $\angle POQ = \angle ROS$

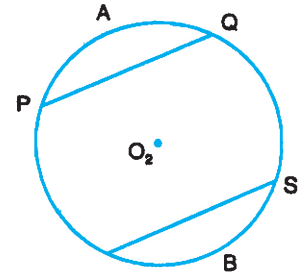
तब $PQ = RS$

एक वृत्त की समान जीवाएँ केन्द्र पर समान कोण अंतरित करती हैं। विलोमतः यदि जीवाओं द्वारा वृत्त के केन्द्र पर अंतरित किए गए कोण समान हों, तो वह जीवाएँ समान होंगी।

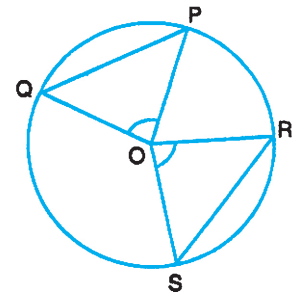
नोट : उपरोक्त परिणाम सर्वांगसम वृत्तों के लिए भी सत्य हैं।



आकृति 15.12



आकृति 15.13



आकृति 15.14



उपरोक्त गुणधर्मों का प्रयोग अब हम कुछ उदाहरण हल करते हैं:

उदाहरण 15.1: आकृति 15.15 में, जीवा $PQ =$ जीवा RS है। दर्शाइए कि जीवा $PR =$ जीवा QS

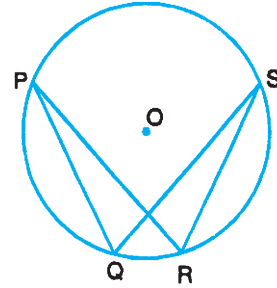
हल: समान जीवाओं PQ तथा RS के संगत चाप भी समान होंगे।

$$\therefore \widehat{PQ} = \widehat{RS}$$

प्रत्येक चाप में QR जोड़ने पर

$$\text{चाप } PQR = \text{चाप } QRS$$

$$\therefore \text{जीवा } PR = \text{जीवा } QS$$



आकृति 15.15

उदाहरण 15.2: आकृति 15.16 में, चाप $AB =$ चाप BC , $\angle AOB = 30^\circ$ तथा $\angle AOD = 70^\circ$ हैं। $\angle COD$ ज्ञात कीजिए।

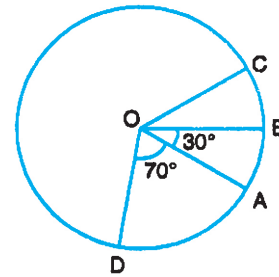
हल: चाप $AB =$ चाप BC

$$\therefore \angle AOB = \angle BOC$$

(समान चाप केन्द्र पर समान कोण बनाते हैं)

$$\therefore \angle BOC = 30^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{अब } \angle COD &= \angle COB + \angle BOA + \angle AOD \\ &= 30^\circ + 30^\circ + 70^\circ \\ &= 130^\circ. \end{aligned}$$



आकृति 15.16

आपके लिए क्रियाकलाप:

- केन्द्र O से एक वृत्त खींचिए (देखिए आकृति 15.17).
- एक जीवा PQ खींचिए।
- O से जीवा PQ पर ON लंब खींचिए।
- PN और NQ को मापिए।

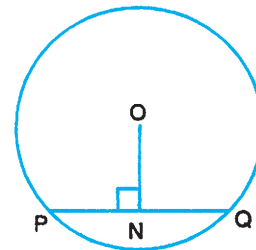
आप पाएंगे कि

$$PN = NQ$$

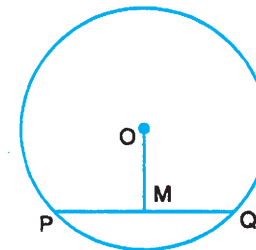
एक वृत्त के केन्द्र से जीवा पर खींचा गया लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है।

आपके लिए क्रियाकलाप :

- केन्द्र O से एक वृत्त खींचिए। (देखिए आकृति 15.18).
- एक जीवा PQ खींचिए।
- PQ का मध्य बिन्दु M लीजिए।
- O और M को मिलाइए।



आकृति 15.17



आकृति 15.18



टिप्पणी

(v) $\angle OMP$ या $\angle OMQ$ को मापिए।

हम देखते हैं कि $\angle OMP = \angle OMQ = 90^\circ$.

एक जीवा के मध्य बिन्दु को वृत्त के केन्द्र से मिलाने वाली रेखा जीवा पर लम्ब होती है।

आपके लिए क्रियाकलाप

तीन असंरेख बिन्दु A, B तथा C लीजिए। AB और BC को मिलाइए। AB और BC के लम्ब समद्विभाजक क्रमशः MN और RS खींचिए। क्योंकि बिन्दु A, B और C संरेख नहीं हैं।

MN \parallel RS तथा यह केवल एक बिन्दु O पर काटते हैं। OA, OB तथा OC को मिलाइए तथा मापिए।

हम देखते हैं कि $OA = OB = OC$

अब O को केन्द्र मानकर तथा OA त्रिज्या लेकर एक वृत्त खींचिए जो बिन्दुओं A, B तथा C से होकर जाता है।

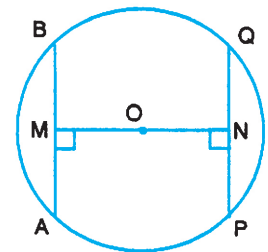
इस विधि को तीन अन्य असंरेख बिन्दु लेकर दोहराइए। आप पाएंगे कि एक और केवल एक वृत्त ही दिए गए तीन असंरेख बिन्दुओं से होकर जाता है। इससे हमें तीन असंरेख बिन्दुओं में से होकर जाने वाले वृत्त को खींचने की विधि ज्ञात होती है।

तीन असंरेख बिन्दुओं में से होकर जाने वाला एक और केवल एक ही वृत्त होता है।

नोट: यह जानना आवश्यक और महत्वपूर्ण है कि तीन संरेख बिन्दुओं में होकर जाने वाला कोई वृत्त नहीं खींचा जा सकता।

आपके लिए क्रियाकलाप :

- केन्द्र O से एक वृत्त खींचिए। [आकृति 15.20a]
- दो समान जीवाएँ AB और PQ खींचिए।
- $OM \perp AB$ तथा $ON \perp PQ$ खींचिए।
- OM और ON को मापिए। आप पाएंगे कि $OM = ON$.



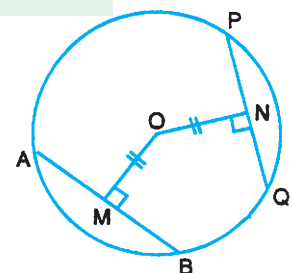
आकृति 15.20a

एक वृत्त की समान जीवाएँ केन्द्र से समान दूरी पर होती हैं।

आकृति 15.20 b में, $OM = ON$

मापिए और देखिए $AB = PQ$

इसलिए जीवाएँ जो वृत्त के केन्द्र से समान दूरी पर होती हैं, आपस में समान होंगी।



आकृति 15.20b

उपरोक्त परिणाम सर्वांगसम वृत्तों में भी सत्य है।



वृत्त के इन गुणधर्मों की सहायता से हम कुछ उदाहरण हल करते हैं।

उदाहरण 15.3 : आकृति 15.21 में, वृत्त का केन्द्र O तथा $ON \perp PQ$ यदि $PQ = 8$ सेमी और $ON = 3$ सेमी हो, तो OP ज्ञात कीजिए।

हल: $ON \perp PQ$ (दिया है) तथा वृत्त के केन्द्र से जीवा पर खींचा गया लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है।

$\therefore PN = NQ = 4$ सेमी

समकोण $\triangle OPN$ में,

$$\therefore OP^2 = PN^2 + ON^2$$

$$\text{या } OP^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

$$\therefore OP = 5 \text{ सेमी}$$

उदाहरण 15.4 : आकृति 15.22 में, OD जीवा AB पर लम्ब है O वृत्त का केन्द्र है। BC एक व्यास है। सिद्ध कीजिए कि $CA = 2OD$.

हल: क्योंकि $OD \perp AB$ (दिया है)

$\therefore AB$ का मध्य बिन्दु D है। (केन्द्र से लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है)

पुनः O, CB का मध्य बिन्दु है। (क्योंकि CB एक व्यास है)

अब $\triangle ABC$ में, O और D भुजाओं BC और BA के मध्य बिन्दु हैं। अतः त्रिभुज की दो भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाला रेखाखण्ड तीसरी भुजा के समान्तर और इस का आधा होता है।

$$\therefore OD = \frac{1}{2} CA$$

$$\text{या } CA = 2OD.$$

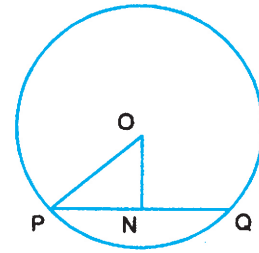
उदाहरण 15.5 : एक वृत्त के अन्तर्गत समषड्भुज खींचा गया है। षड्भुज की प्रत्येक भुजा केन्द्र पर कितन अंश का कोण बनायेगी?

हल: समषड्भुज की 6 समान भुजाएँ होती हैं। प्रत्येक भुजा केन्द्र पर एक समान कोण बनाती है।

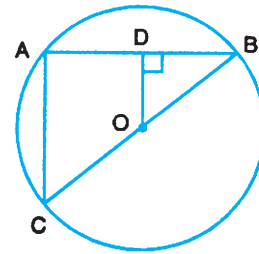
माना केन्द्र पर भुजा x° का कोण बनाती है।

$$\text{अतः } 6x^\circ = 360^\circ \Rightarrow x = 60^\circ$$

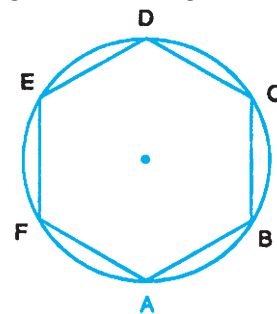
अतः प्रत्येक भुजा केन्द्र पर 60° को कोण बनाती है।



आकृति 15.21



आकृति 15.22



आकृति 15.23



टिप्पणी

उदाहरण 15.6 : आकृति 15.24 में, एक वृत्त की दो समान्तर जीवाओं PQ और AB की लम्बाई क्रमशः 7 सेमी और 13 सेमी हैं। यदि PQ और AB के बीच की दूरी 3 सेमी हो, तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

हल : मान वृत्त का केन्द्र O है। PQ का लम्ब समद्विभाजक OL खींचिए। यह AB को M पर समद्विभाजित करता है। OQ और OB को मिलाइए। (आकृति 15.24)

माना $OM = x$ सेमी और वृत्त की त्रिज्या = r सेमी

तब $OB^2 = OM^2 + MB^2$ और $OQ^2 = OL^2 + LQ^2$

$$\therefore r^2 = x^2 + \left(\frac{13}{2}\right)^2 \quad \dots(i)$$

$$\text{और } r^2 = (x+3)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2 \quad \dots(ii)$$

(i) और (ii) से,

$$x^2 + \left(\frac{13}{2}\right)^2 = (x+3)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2$$

$$\therefore 6x = \frac{169}{4} - 9 - \frac{49}{4}$$

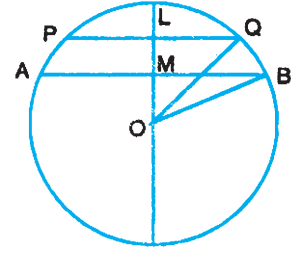
या $6x = 21$

$$\therefore x = \frac{7}{2}$$

$$\therefore r^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^2 + \left(\frac{13}{2}\right)^2 = \frac{49}{4} + \frac{169}{4} = \frac{218}{4}$$

$$\therefore r = \frac{\sqrt{218}}{2}$$

अतः वृत्त की त्रिज्या $r = \frac{\sqrt{218}}{2}$ सेमी



आकृति 15.24

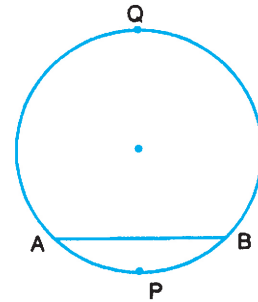


देखें आपने कितना सीखा 15.1

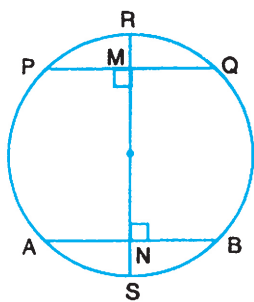
प्रश्न 1 से 5 तक रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए जिससे कथन सत्य बन जाए।

- आकृति 15.25 में,
 - AB वृत्त की है।
 - AB की संगत लघु चाप है।
- वृत्त की सबसे बड़ी जीवा होता है।
- एक वृत्त की परिधि और व्यास का अनुपात सदा होता है।
- π का मान 3.1416 महान भारतीय गणितज्ञ ने दिया था।
- एक ही केन्द्र वाले वृत्त वृत्त कहलाते हैं।
- एक वृत्त का व्यास 30 सेमी है। यदि एक जीवा की लम्बाई 20 सेमी हो तो जीवा की केन्द्र से दूरी ज्ञात कीजिए।
- एक वृत्त की परिधि ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या है:
 - 7 सेमी
 - 11 सेमी

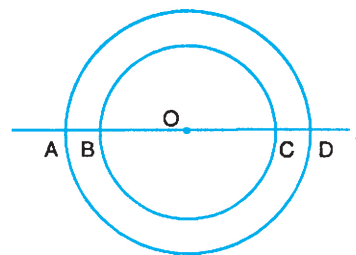
$\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ लीजिए} \right)$
- आकृति 15.26 में, RS एक व्यास है जो जीवाओं PQ और AB को क्रमशः M और N पर समद्विभाजित करता है। क्या $PQ \parallel AB$ है? कारण दीजिए।



आकृति 15.25



आकृति 15.26



आकृति 15.27

- आकृति 15.27 में, O केन्द्र के दो संकेन्द्री वृत्तों को एक रेखा l बिन्दुओं A, B, C और D पर काटती है। क्या $AB = CD$ है? कारण दीजिए।



टिप्पणी



टिप्पणी



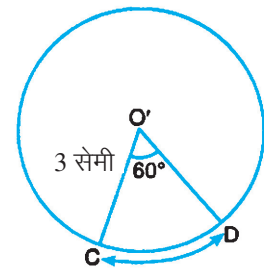
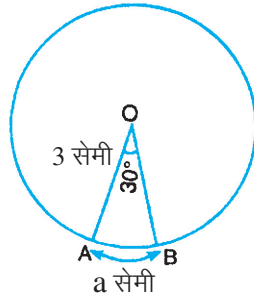
आइए दोहराएँ

- एक वृत्त, जिसकी त्रिज्या r है, की परिधि $2\pi r$ है।
- एक वृत्त के दो चाप सर्वांगसम होते हैं यदि और केवल यदि उन द्वारा केन्द्र पर बनाए गए कोण समान हों या उनकी संगत जीवाएँ समान हों।
- एक वृत्त की समान जीवाएँ केन्द्र पर समान कोण बनाती हैं तथा इसका विलोम।
- एक वृत्त के केन्द्र से जीवा पर खींचा गया लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है।
- एक वृत्त के केन्द्र से जीवा के मध्य बिन्दु से मिलाने वाली रेखा जीवा पर लम्ब होती है।
- तीन असंरेख बिन्दुओं में से होकर जाने वाला एक और केवल एक ही वृत्त होता है।
- एक वृत्त की समान जीवाएँ केन्द्र से समान दूरी पर होती हैं। और इसका विलोम।



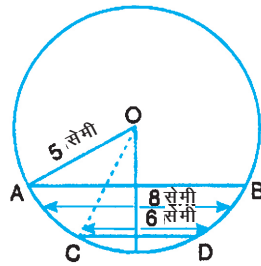
आइए अभ्यास करें

1. यदि एक वृत्त की एक जीवा की लम्बाई 16 सेमी तथा इस जीवा के केन्द्र से दूरी 6 सेमी हो, तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
2. O और O' केन्द्रों वाले दो वृत्त सर्वांगसम हैं (आकृति 15.28)। चाप CD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



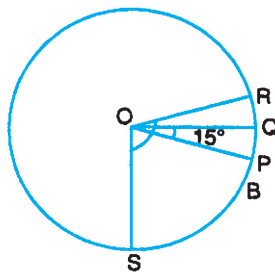
आकृति 15.28

3. एक वृत्त के अन्तर्गत एक समपंचभुज खींची गई है। पंचभुज की प्रत्येक भुजा द्वारा केन्द्र पर बनाए गए कोण की माप ज्ञात कीजिए।
4. आकृति 15.29 में, $AB = 8$ सेमी तथा $CD = 6$ सेमी, O केन्द्र वाले एक वृत्त की दो समान्तर जीवाएँ हैं। जीवाओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।



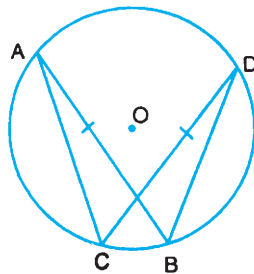
आकृति 15.29

5. आकृति 15.30 में, चाप $PQ =$ चाप QR , $\angle POQ = 15^\circ$ और $\angle SOR = 110^\circ$ है। $\angle SOP$ ज्ञात कीजिए।



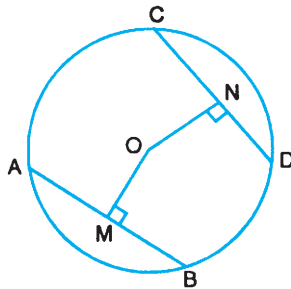
आकृति 15.30

6. आकृति 15.31 में, O केन्द्र वाले एक वृत्त की AB तथा CD दो समान जीवाएँ हैं। क्या जीवा $BD =$ जीवा CA है? कारण दीजिए।



आकृति 15.31

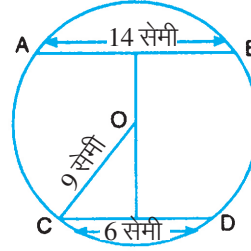
7. O केन्द्र वाले वृत्त की AB तथा CD दो समान जीवाएँ हैं। (आकृति 15.32) और $OM \perp AB$, $ON \perp CD$ है। क्या $OM = ON$ है? कारण दीजिए।



आकृति 15.32



8. आकृति 15.33 में, $AB = 14$ सेमी तथा $CD = 6$ सेमी, O केन्द्र वाले वृत्त की दो समांतर जीवाएँ हैं। जीवा AB और जीवा CD के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

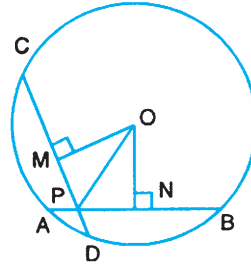


आकृति 15.33

9. आकृति 15.34 में, O केन्द्र वाले वृत्त की AB तथा CD दो जीवाएँ हैं जो वृत्त के अन्दर बिन्दु P पर काटाती हैं,

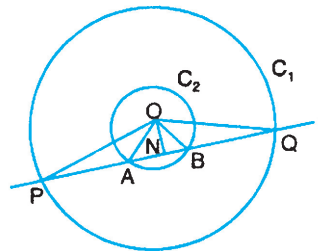
$OM \perp CD$, $ON \perp AB$ और $\angle OPM = \angle OPN$ है।

क्या (i) $OM = ON$, (ii) $AB = CD$ है? कारण दीजिए।



आकृति 15.34

10. केन्द्र O से दो संकेन्द्री वृत्त C_1 और C_2 हैं। (आकृति 15.35), एक रेखा l वृत्त C_1 को P तथा Q पर तथा C_2 को A तथा B पर काटती है। यदि $ON \perp l$ हो, तो क्या $PA = BQ$ होगा? कारण दीजिए।



आकृति 15.35



देखें आपने कितना सीखा के उत्तर

15.1

- | | | |
|--------------------------------|---------------|---------------------|
| 1. (i) जीवा (ii) APB | 2. व्यास | 3. अचर |
| 4. आर्यभट्ट I | 5. संकेन्द्री | 6. $5\sqrt{5}$ सेमी |
| 7. (i) 44 सेमी (ii) 69.14 सेमी | 8. हाँ | 9. हाँ |



आइए अभ्यास करें के उत्तर

- | | | |
|--|---------------|--|
| 1. 10 सेमी | 2. 2a सेमी | 3. 72° |
| 4. 1 सेमी | 5. 80° | |
| 6. हाँ (समान चापों के संगत जीवाएँ समान होती हैं) | | |
| 7. हाँ (समान जीवाएँ केन्द्र से समदूरस्थ होती हैं।) | | |
| 8. $10\sqrt{2}$ सेमी | 9. (i) हाँ | (ii) हाँ ($\triangle OMP \cong \triangle ONP$) |
| 10. हाँ (N, जीवाओं PQ और AB का मध्य बिन्दु है।) | | |



टिप्पणी