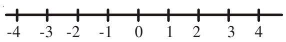
1

संख्या पद्धति

- **प्राकृत संख्याएं(N):** गिनती की संख्याएं 1, 2, 3, 4, ...सबसे छोटी प्राकृत संख्या 1 है।
- **पूर्ण संख्याएं (W):** प्राकृत संख्याओं में 0 को सम्मिलित करने पर अर्थात् 0, 1, 2, 3, 4 .... शून्य (0) सबसे छोटी पूर्ण संख्या है।
- **पूर्णांक (I):** प्राकृत संख्याओं के ऋणात्मकों को पूर्ण संख्याओं में सम्मिलित करने पर उदाहरणार्थ ....-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 ....
- **संख्या रेखा :** वह रेखा जिस पर संख्याएँ निरूपित की जाती हैं उदाहरणार्थ 

- **परिमेय संख्याएँ (Q):** संख्या p/q एक परिमेय संख्या है, यदि p और q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$.
- **एक परिमेय संख्या का मानक रूप:** p/q को मानक रूप में कहा जाता है, यदि q एक धन संख्या है तथा p और q सह–अभाज्य हैं।

महत्वपूर्ण परिणाम : प्रत्येक पूर्णांक एक परिमेय संख्या है परन्तु प्रत्येक परिमेय संख्या एक पूर्णांक नहीं है प्रत्येक भिन्न एक परिमेय संख्या है परन्तु इसका विलोम सत्य नहीं है।

- **एक परिमेय संख्या का समतुल्य रूप :** दो परिमेय संख्याएं $\frac{p}{q}$ तथा $\frac{r}{s}$ समतुल्य कहलाती हैं यदि $ps = rq$
- **संख्या रेखा पर परिमेय संख्याएं:** प्रत्येक परिमेय संख्या को संख्या रेखा पर निरूपित कर सकते हैं। प्रत्येक परिमेय संख्या के संगत, संख्या रेखा पर केवल एक बिन्दु स्थित होता है परन्तु इसका विलोम सदैव सत्य नहीं होता।
- **परिमेय संख्याओं की तुलना :** संख्याओं के समान हर बनाकर उनके अंशों की तुलना कीजिए। संख्या रेखा पर बड़ी परिमेय संख्या, छोटी परिमेय संख्या के दायीं ओर स्थित होती है।
- **परिमेय संख्याओं का योग:**

  यदि $\frac{a}{b}$ तथा $\frac{c}{b}$ दो परिमेय संख्याएं हैं तब,

  $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$. $\frac{a}{b}$ तथा $\frac{c}{d}$ के लिए,

  $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$, परिमेय संख्याओं p तथा q के लिए $p + q = q + p$, परिमेय संख्या p के लिए, $p+0=p=0+p$.
- **परिमेय संख्याओं की घटा:** दो परिमेय संख्याओं

  $\frac{a}{b}$ तथा $\frac{c}{b}$ के लिए, $\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a+(-c)}{b}$,

  $\frac{a}{b}$ तथा $\frac{c}{d}$ के लिए, $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$, p तथा q के लिए, $p-q \neq q-p$, परिमेय संख्या p के लिए $p-0=p$
- **परिमेय संख्याओं की गुणा:** दो परिमेय संख्याओं

  $\frac{a}{b}$ तथा $\frac{c}{d}$ के लिए, $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$.

  परिमेय संख्याओं p तथा q के लिए $p\times q = q \times p$, परिमेय संख्या p के लिए, $p \times 0 = 0$, $p \times 1 = p$
- **परिमेय संख्याओं की भाग:** परिमेय संख्याओं

  $\frac{a}{b}$ तथा $\frac{c}{d}$ के लिए $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$

  परिमेय संख्याओं p तथा q के लिए $p\div q \neq q\div p$, परिमेय संख्या p के लिए $p\div 1= p$, $p\div(-1)=-p$, $p \div p =1$, $p \div(-p)=-1$
- **परिमेय संख्याओं का दशमलव निरूपण:** एक परिमेय संख्या को दशमलव रूप में निरूपित करने

के लिए लम्बे विभाजन की प्रक्रिया दशमलव के प्रयोग सहित करनी पड़ती है।

एक परिमेय संख्या या तो एक सांत दशमलव अथवा एक असांत आवर्ती दशमलव संख्या होती है।

- **दो परिमेय संख्याओं के बीच परिमेय संख्याएं:** दो परिमेय संख्याओं के बीच अनन्त परिमेय संख्याएं विद्यमान होती हैं।

  दो परिमेय संख्याओं के बीच एक परिमेय संख्या उनका औसत ज्ञात करके प्राप्त की जा सकती है।

- **अपरिमेय संख्याएं:** एक दशमलव प्रसार जो न तो सांत है और न ही आवर्ती, एक अपरिमेय संख्या प्रदर्शित करता है।

  परिमेय संख्याओं के अतिरिक्त संख्याएं $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}.0.12345.......$, आदि अपरिमेय के उदाहरण हैं।

- **वास्तविक संख्याएँ :** परिमेय और अपरिमेय संख्याएं मिलकर वास्तविक संख्या पद्धति बनाती हैं।

- **दो परिमेय संख्याओं के बीच अपरिमेय संख्या:** यदि दो परिमेय संख्याएँ q_1 तथा q_2 हैं तब उनके बीच एक अपरिमेय संख्या $\sqrt{q_1 \times q_2}$ होती है जहाँ $q_1 \times q_2$ पूर्ण वर्ग नहीं है यदि $q_1 \times q_2$ पूर्ण वर्ग है तब q_1 तथा q_2 के बीच एक ऐसी संख्या q लीजिए जिससे $q_1 \times q$ अथवा $q \times q_2$ पूर्ण वर्ग न हों

  $\Rightarrow$ $\sqrt{q_1 \times q}$ अथवा $\sqrt{q \times q_2}$ वांछित अपरिमेय संख्या है।

- **एक परिमेय तथा एक अपरिमेय संख्या के बीच अथवा दो अपरिमेय संख्याओं के बीच अपरिमेय संख्या:** दोनों संख्याओं का औसत।

- **संख्याओं के सन्निकट मान:** दी गई संख्या का दशमलव के दिए गए स्थानों तक सन्निकट मान ज्ञात करने के लिए हम उसके दशमलव भाग का अगला अंक देखते हैं और यदि यह अंक 5 या 5 से अधिक है तो हम उससे पिछले अंक में 1 जोड़ते हैं। यदि अंक 5 से कम है तो उसे छोड़ देते हैं।

देखें आपने कितना सीखा :

1. परिमेय संख्या $\frac{-21}{49}$ का न्यूनतम रूप है :

   (A) $\frac{3}{7}$ (B) $\frac{-3}{7}$ (C) $\frac{-7}{3}$ (D) -3

2. $3.\overline{4}$ को $\frac{p}{q}$ के रूप में निम्न प्रकार लिख सकते हैं :

   (A) $\frac{13}{4}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{9}{31}$ (D) $\frac{31}{9}$

3. 2 और 7 के बीच स्थित परिमेय संख्याओं की संख्या है :

   (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) असीमित

4. $\sqrt{3}$ तथा 3 के बीच स्थित एक अपरिमेय संख्या है :

(A) $\sqrt{4}$ (B) $\sqrt{10}$ (C) $\sqrt{5}$ (D) $2\sqrt{3}$

5. निम्नलिखित में कौन परिमेय संख्या नहीं है?

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) 3 (C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{-3}{5}$

6. 1.23 तथा 1.24 के बीच दो परिमेय संख्याएं ज्ञात कीजिए।
7. सरल कीजिए : $(\sqrt{32}\times\sqrt{50})\times\sqrt{72}\div 36\sqrt{8}$.
8. 3 और 4 के बीच तीन अपरिमेय संख्याएं ज्ञात कीजिए।
9. निम्नलिखित परिमेय संख्याओं को संख्या रेखा पर निरूपित कीजिए :

(A) $\frac{7}{2}$ (B) $\frac{-18}{5}$

10. निम्नलिखित अपरिमेय संख्याओं को संख्या रेखा पर निरूपित कीजिए :

(A) $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{7}$

स्वयं विस्तारणः

1. $\frac{22}{7}$ का दशमलव निरूपण प्राप्त करके टिप्पणी कीजिए, क्या यह परिमेय है अथवा अपरिमेय? इसका दशमलव के तीन स्थानों तक सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।
2. टिप्पणी कीजिए, 0 एक परिमेय संख्या है या नहीं। अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।

उत्तरः

देखें आपने कितना सीखाः

1. B 2. D 3. D 4. C

5. A 6. 1.2325, 1.235 7. $\frac{10}{3}$

8. $2\sqrt{3}$, $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$, $\sqrt{3}+2$

स्वयं विस्तारणः

1. $\frac{22}{7}=3.\overline{142857}$, अतः यह एक परिमेय संख्या है, इसका लगभग मान 3.143 है।
2. हाँ, शून्य एक परिमेय संख्या है क्योंकि 0 को $\frac{0}{\text{कोई शून्येतर पूर्णांक}}$ लिख सकते हैं।