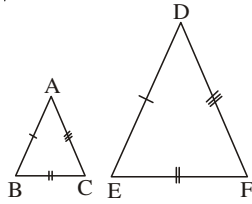


14

त्रिभुजों की समरूपता

- दो या दो से अधिक आकृतियाँ जो आकार में तो समान होती हैं लेकिन यह आवश्यक नहीं कि उनके साइज (माप) भी समान हो, समरूप कहलाती हैं।
- कोई भी दो बहुभुज, जिनके संगत कोण समान हों तथा संगत भुजाएं समानुपाती हों, समरूप होते हैं।
- दो त्रिभुज समरूप होंगे यदि-
 - (i) उनके संगत कोण बराबर हों, तथा
 - (ii) उनकी संगत भुजाएं समानुपाती हों।



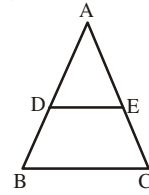
$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ यदि $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E,$

$\angle C = \angle F$ तथा $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$

प्रतीक ' \sim ' 'समरूप है' के लिए है।

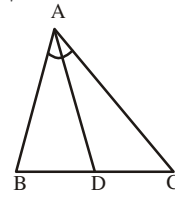
- **समरूपता का AAA परिणाम:** यदि दो त्रिभुजों में उनके संगत कोण समान हों, तो त्रिभुज समरूप होते हैं।
- **समरूपता का SSS परिणाम:** यदि दो त्रिभुजों की संगत भुजाएं समानुपाती हों, तो त्रिभुज समानुपाती होते हैं।
- **समरूपता का SAS परिणाम:** यदि एक त्रिभुज का एक कोण दूसरे त्रिभुज के एक कोण के बराबर हो तथा इन दो कोणों को बनाने वाली भुजाएं समानुपाती हों तो त्रिभुज समरूप होते हैं।
- यदि त्रिभुज की एक भुजा के समान्तर एक रेखा खींची जाए जो अन्य दो भुजाओं को प्रतिच्छेदित करें, तो वह अन्य दो भुजाओं को एक ही अनुपात में विभाजित करती है।

यदि $DE \parallel BC$ तब $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

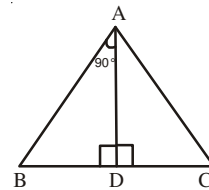


- यदि एक रेखा किसी त्रिभुज की दो भुजाओं को एक ही अनुपात में बाँटे, तो वह रेखा उस त्रिभुज की तीसरी भुजा के समान्तर होती है।
- किसी त्रिभुज के एक कोण का आंतरिक समद्विभाजक सम्मुख भुजा को दो ऐसे रेखाखण्डों में विभाजित करता है जो कोण बनाने वाली भुजाओं के समानुपाती हों। यदि AD कोण का आंतरिक समद्विभाजक है, तब

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$



- यदि एक समकोण त्रिभुज के समकोण वाले शीर्ष से कर्ण पर लम्ब डाला जाए, तो इस लम्ब के दोनों ओर बने हुए त्रिभुज दिए गए त्रिभुज के तथा परस्पर एक दूसरे के समरूप होते हैं।



$\Delta ADB \sim \Delta CDA, \Delta ADB \sim \Delta CAB$ तथा $\Delta ADC \sim \Delta BAC..$

- दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।

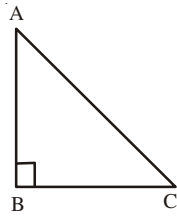
$$\frac{\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta PQR \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{BC^2}{QR^2} = \frac{AC^2}{PR^2}$$

- बौधायन/पाइथागोरस प्रमेय**

एक समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं पर बने वर्गों के योग के बराबर होता है।

समकोण त्रिभुज ABC में,

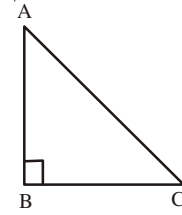
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$



- बौधायन/पाइथागोरस प्रमेय का विलोम**

एक त्रिभुज में, यदि एक भुजा का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो तो पहली भुजा के सामने का कोण समकोण होता है।

ΔABC में,



$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

तब $\angle B = 90^\circ$

देखें आपने कितना सीखा :

- दो समरूप त्रिभुजों का क्षेत्रफल क्रमशः 25 वर्ग मीटर तथा 121 वर्ग मीटर है। उनकी संगत भुजाओं में अनुपात होगा-

(A) 5 : 11 (B) 11 : 5 (C) $\sqrt{5} : \sqrt{11}$ (D) $\sqrt{11} : \sqrt{5}$

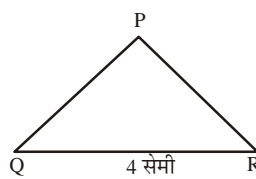
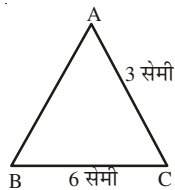
- 6 मीटर तथा 11 मीटर ऊँचाई के दो स्तंभ लम्बवत् रूप से जमीन पर खड़े हैं। यदि उन दोनों के आधारों के बीच की दूरी 12 मीटर है, तब उनकी सिरों की बीच की दूरी होगी:

(A) 11 मीटर (B) 12 मीटर (C) 13 मीटर (D) 14 मीटर

- यदि दो त्रिभुजों DEF तथा PQR में, $\angle D = \angle Q$, $\angle R = \angle E$, तब इनमें से कौन सा सत्य नहीं है:

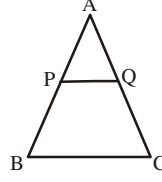
(A) $\frac{DE}{PQ} = \frac{EF}{RP}$ (B) $\frac{EF}{PR} = \frac{DF}{PQ}$ (C) $\frac{DE}{QR} = \frac{DF}{PQ}$ (D) $\frac{EF}{RP} = \frac{DE}{QR}$

- संलग्न चित्र में, $\Delta ABC \sim \Delta PQR$, तब PR की लम्बाई है:

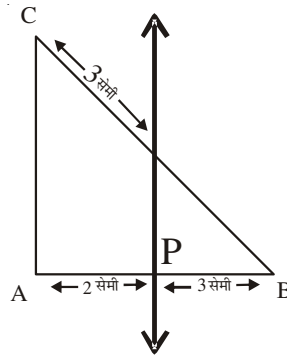


(A) 3 सेमी (B) 2 सेमी (C) 4 सेमी (D) 6 सेमी

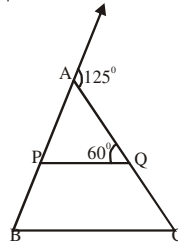
5. संलग्न चित्र में P तथा Q क्रमशः AB तथा AC के मध्य बिन्दु है, यदि $PQ = 3.4$ सेमी, तब BC का मान है:



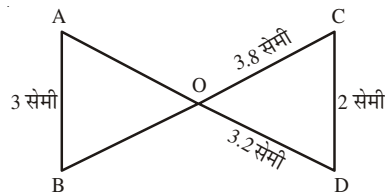
- (A) 3.4 सेमी (B) 1.7 सेमी (C) 6.8 सेमी (D) 10.2 सेमी
6. संलग्न आकृति में, $QP \parallel CA$, तो BC ज्ञात कीजिए।



7. त्रिभुज ABC में यदि $AB = a$ सेमी, $BC = \sqrt{3} a$ सेमी तथा $AC = 2a$ सेमी, तब $\angle B$ ज्ञात कीजिए।
8. संलग्न आकृति में $\triangle ABC \sim \triangle APQ$ तब $\angle B$ ज्ञात कीजिए।



9. संलग्न आकृति में $\triangle ABO \sim \triangle DCO$ तब OA तथा OB ज्ञात कीजिए।



10. समबाहु $\triangle ABC$ में $AD \perp BC$ तो सिद्ध कीजिए कि $3 AB^2 = 4 AD^2$

स्वयं विस्तारण:

1. सिद्ध कीजिए कि a भुजा वाले समबाहु त्रिभुज की ऊँचाई $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ होती है।
2. ΔABC में $AD \perp BC$ तथा $AD^2 = BD \times DC$. हो तो सिद्ध कीजिए कि $\angle BAC = 90^\circ$
3. सिद्ध कीजिए कि समकोण त्रिभुज में कर्ण पर बना वर्ग शेष दो भुजाओं पर बने वर्गों के योग के बराबर होता है।
4. यदि एक त्रिभुज में किसी भुजा के समान्तर खींची गई रेखा अन्य दो भुजाओं को प्रतिच्छेद करें तो सिद्ध कीजिए कि यह रेखा अन्य दो भुजाओं की एक ही अनुपात में विभाजित करती है।
5. सिद्ध कीजिए कि दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों

का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।

उत्तर:

देखें आपने कितना सीखा:

1. A
2. C
3. A
4. B
5. C
6. 7.5सेमी
7. 90°
8. 65°
9. 4.8 सेमी
10. 5.7 सेमी