312hi09

9

तरल पदार्थों के गुण

पिछले अध्याय में अपने पढ़ा कि ठोस पदार्थों की प्रत्यास्थता का निर्धारण अंतरा-अणुक बलों द्वारा होता है। क्या द्रव और गैसों के लिए भी ऐसा ही होता है। (द्रवों और गैसों को सम्मिलित रूप से, इनकी उपयुक्त स्थितियों में प्रवाह की प्रवृत्ति के कारण तरल कहा जाता है।) क्या आपने कभी अपने क्षेत्र, मंडल या प्रदेश में नदी पर बने बाँध की बनावट को देखा है? यदि देखा है तो आपने यह अवश्य ध्यान दिया होगा कि जैसे-जैसे हम गहराई की ओर जाते हैं, वैसे-वैसे दीवार की मोटाई बढ़ती है। क्या आपने इस बात के पीछे निहित भौतिकी के सिद्धांत के बारे में सोचा? इसी प्रकार क्या आप विश्वास कर सकते हैं कि आप एक हाइड्रॉलिक लिफ्ट के एक प्लेटफार्म पर खड़े होकर केवल अपने शरीर के भार से ही एक कार, ट्रक या हाथी को उठा सकते है। क्या आपने कभी धुलाई करने के लिए हाइड्रॉलिक जैक के प्लेटफार्म पर किसी कार को उठाया गया देखा है। इसे कितनी आसानी से ऊपर उठा लिया जाता है? आपने यह भी देखा होगा कि मच्छर स्थिर पानी के ऊपर बैठ या चल सकते हैं लेकिन हम ऐसा नहीं कर सकते हैं। आप इन सभी प्रेक्षणों की व्याख्या द्रवों के गुणों जैसे द्रवस्थैतिक दाब, पास्कल के नियम एवं पृष्ठ तनाव के आधार पर कर सकते है। इस अध्याय में आप इनके बारे में पढ़ेंगे।

क्या आपने अनुभव किया है कि आप पानी की अपेक्षा भूमि पर अधिक आसानी से चल सकते हैं। यदि आप किसी एक फनल में जल और दूसरी में शहद उड़ेलें तो आप देखते है कि जल अधिक आसानी से बहकर बाहर जा सकता है। इस अध्याय में हम द्रवों के उन गुणों के बारे में जानेंगे जिनके कारण उनके प्रवाह में अन्तर होता है। आपने देखा होगा कि कोमल प्लास्टिक या रबर की नली के खुले मुँह को दबाने पर उसमें बह रहा जल अधिक दूर जाकर गिरता है। क्या आप जानते हैं कि क्रिकेट के खेल में गेंदबाज गेंद को कैसे घुमाता है? हवाई जहाज कैसे उठ पाता है? इन सभी मनोरंजक प्रेक्षणों की बर्नूली के सिद्धांत के आधार पर व्याख्या की जा सकती है।

उद्देश्य

इस अध्याय के अध्ययन के बाद आप:

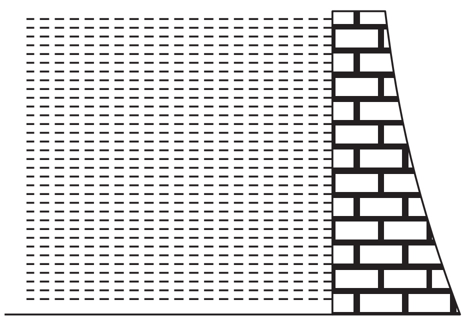
- *किसी द्रव की निश्चित गहराई पर द्रवस्थैतिक दाब की गणना कर सकेंगे;*
- *उत्प्लावकता और आर्किमिडिज के नियमों का वर्णन कर सकेंगे;*

- *पास्कल के नियम का वर्णन कर सकेंगे तथा हाइड्रॉलिक प्रेस, हाइड्रॉलिक लिफ्ट और हाइड्रॉलिक ब्रेक की क्रियाविधि की व्याख्या कर पाएंगे।*
- *पृष्ठ तनाव व पृष्ठ ऊर्जा की व्याख्या कर पाएंगे;*
- *केशिका में जल के चढ़ने के लिए व्यंजक प्राप्त कर सकेंगे;*
- *द्रवों के धारा रेखीय तथा प्रक्षुब्ध प्रवाह में अंतर कर पायेंगे;*
- *किसी द्रव के प्रवाह के क्रांतिक वेग व रेनाल्ड संख्या का परिकलन कर पाएंगे;*
- *श्यानता को परिभाषित कर पाएंगे और दैनिक जीवन की कुछ घटनाओं की व्याख्या द्रवों की श्यानता के आधार पर कर पाएंगे, तथा*
- *बर्नूली के सिद्धांत का वर्णन कर पाएंगे और इसके आधार पर दैनिक जीवन की कुछ घटनाओं की व्याख्या कर पाएंगे।*

9.1 द्रवस्थैतिक दाब

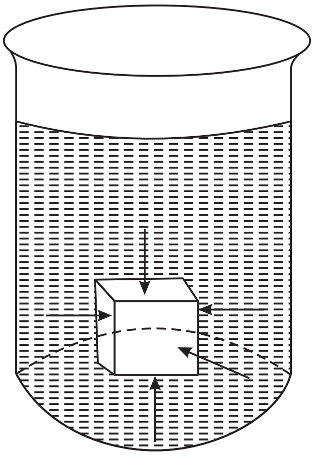
आपने कागजों में पिन लगाते समय अनुभव किया होगा कि एक तीक्ष्ण नोक वाली पिन से कार्य करना एक घिसी नोक वाली पिन से कार्य करने की अपेक्षा आसान है। यदि नोक का क्षेत्रफल अधिक हो तो आपको अधिक बल प्रयोग करना पड़ेगा या हम ऐसे भी कह सकते हैं कि एक समान बल के लिए छोटे क्षेत्रफल पर बल का प्रभाव अधिक होगा। इकाई क्षेत्रफल पर बल का यह प्रभाव दाब कहलाता है।

चित्र 9.1 को देखें। यह एक बाँध के किनारे की दीवार को दर्शाता है। ध्यान दें कि दीवार बाँध के आधार की ओर अधिक मोटी होती चली गयी है। क्या हम ऐसा अपने मकान की दीवारें बनाने के लिए भी करते हैं? नहीं, मकान की दीवारों की मोटाई समान रहती है। क्या आप इसका कारण जानते हैं?



चित्र. 9.1 : बाँध के किनारे की दीवार

पिछले पाठ से आप जानते हैं कि एक विरूपक बल के कारण ठोस पदार्थों में अपरूपक प्रतिबल उत्पन्न होता है क्योंकि अंतराणविक बलों का परिमाण काफी अधिक है। लेकिन तरल पदार्थों में अपरूपक प्रतिबल उत्पन्न नहीं होता और जब किसी वस्तु को द्रव में डुबाया जाता है तो



चित्र. 9.2 : डूबी हुई वस्तु पर तरल पदार्थ द्वारा आरोपित बल

द्रव के कारण बल वस्तु की सतह के लम्बवत कार्य करता है (चित्र 9.2)। साथ ही द्रव धारक की दीवार के प्रत्येक बिंदु पर भी लम्बवत कार्य करता है।

द्रव द्वारा एकांक क्षेत्रफल पर लम्बवत् लगाया जाने वाला बल (प्रणोद) दाब कहलाता है। जिसे P से प्रकट करते हैं।

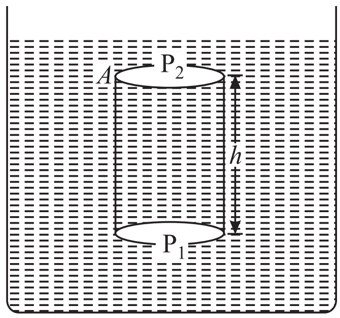
अत: $$\text{दाब } P = \frac{\text{प्रणोद}}{\text{क्षेत्रफल}} \qquad (9.1)$$

द्रव की स्थिर अवस्था में इसके द्वारा लगाया गया दाब द्रवस्थैतिक दाब कहलाता है।

इसका SI मात्रक $N\,m^{-2}$ है। इसे फ्रांसीसी वैज्ञानिक ब्लेज पास्कल (Blaise Pascal) के सम्मान में पास्कल कहा जाता है और (Pa) द्वारा दर्शाया जाता है।

9.1.1 द्रव के अंदर किसी बिन्दु पर द्रवस्थैतिक दाब

मान लीजिए एक बर्तन में जल भरा है। इस जल के अंदर एक बेलनाकार वस्तु की कल्पना करें जिसके अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल A है, और ऊँचाई h है चित्र (9.3)। माना कि बेलन के आधार (नीचे) और ऊपर की सतह पर द्रव द्वारा लगाया जाने वाला दाब क्रमश: P_1 और P_2 है। अत: द्रव द्वारा बेलन के तल पर ऊपर की ओर आरोपित बल P_1A और शीर्ष पर आरोपित बल (नीचे की ओर) P_2A



चित्र. 9.3 : द्रव में h ऊँचाई का एक काल्पनिक बेलन

अत: ऊपर की ओर लगने वाला कुल बल $(P_1A - P_2A)$

बेलन (सिलिंडर) में द्रव का द्रव्यमान

= घनत्व × बेलन का आयतन

$= \rho . A. h$

जहाँ ρ द्रव का घनत्व है

∴ बेलन में द्रव का भार = $\rho.\mathbf{g}.h.A$

क्योंकि बेलन साम्यावस्था में है। इसलिए इस पर लगने वाला परिणामी बल शून्य होना चाहिए। अर्थात्

$$P_1A - P_2A - \rho g h A = 0$$

$$\Rightarrow \quad P_1 - P_2 = \rho g h \qquad (9.2)$$

अत: ऊँचाई h के द्रव के स्तंभ के द्वारा तल पर लगने वाला दाब

$$P = \rho g h$$

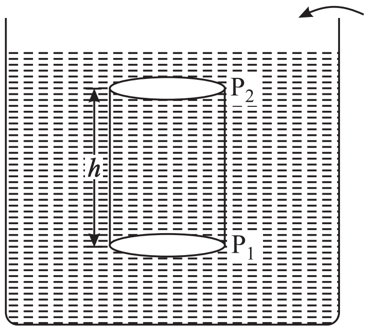
अर्थात किसी तरल के कारण द्रवस्थैतिक दाब गहराई के साथ रैखिक रूप से बदलता है। इसी कारण बाँध की दीवार नीचे की ओर चौड़ी होती चली जाती है।

यदि हम बेलन के ऊपरी हिस्से के तल को द्रव की मुक्त सतह पर मान लें जैसा कि चित्र 9.4 में दर्शाया गया है तब P_2 की जगह वायुमण्डल दाब का मान रखा जायेगा।

यदि हम P_1 को P से दर्शायें तो तल से किसी गहराई h पर कुल दाब

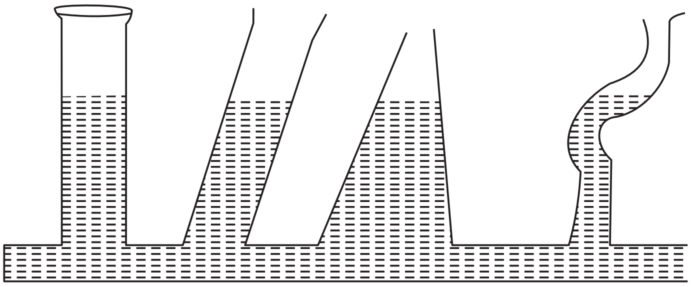
$$P - P_{atm} + \rho g h$$

या
$$P = P_{atm} + \rho g h \qquad (9.3)$$



चित्र. 9.4 : द्रव में बेलन जिसका एक पृष्ठ द्रव की मुक्त सतह पर है।

ध्यान दें कि समीकरण (9.3) में क्षेत्रफल A नहीं आता। इसका अर्थ यह हुआ कि एक दी गई गहराई पर दाब का मान बर्तन की आकृति पर निर्भर नहीं करता है (चित्र 9.5)।



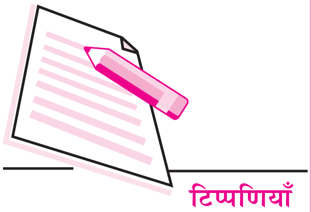
चित्र. 9.5 : दाब बर्तन की आकृति पर निर्भर नहीं करता है

अब आप नीचे दिये गए उदाहरण को सावधानी से पढ़ें। इसकी सहायता से आपकी दाब संबंधी अवधारणा दृढ़ बन जायेगी।

उदाहरण 9.1: सीमेन्ट की 1 मीटर मोटी दीवार 10^5 N m^{-2}. दाब सहन कर सकती है। 100 मीटर गहरे जल के बाँध के आधार पर दीवार की मोटाई कितनी होनी चाहिए? जल का घनत्व $= 10^3$ kg m^{-3} और $g = 9.8$ m s^{-2}.

हल: बाँध के तल पर पार्श्व की दीवार पर दाब

$$P = h \rho g$$
$$= 100 \times 10^3 \times 9.8$$
$$= 9.8 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$



ऐकिक विधि का प्रयोग करने पर, हम दीवार की मोटाई ज्ञात कर सकते हैं जो कि 9.8×10^5 Nm^{-2}. दाब को सहन कर सके

दीवार की आवश्यक मोटाई (मीटर में)

$$t = \frac{9.8\times10^5}{10^5}\ \frac{Nm^{-2}}{Nm^{-2}} = 9.8\ \text{m}$$

9.1.2 वायुमण्डलीय दाब

हम जानते हैं कि पृथ्वी के चारों ओर लगभग 200 km तक वायुमण्डल है। वायुमण्डल द्वारा लगाया गया दाब वायुमण्डलीय दाब कहलाता है। एक जर्मन वैज्ञानिक ओ.वी. ग्यूरिक ने वायुमण्डलीय दाब के कारण वस्तुओं पर लगे बल को प्रदर्शित करने के लिए एक प्रयोग किया। उन्होंने 20 इंच व्यास के ताँबे के दो खोखले अर्धगोले लिए और उन्हें एक दूसरे के साथ दृढ़ता से जोड़ दिया। अंदर वायु रहने पर इन्हें आसानी से अलग किया जा सकता था। जब उनके बीच की वायु निकाल दी गयी तो उन्हें अलग करने के लिए आठ घोडों की शक्ति की आवश्यकता पड़ी।

टॉरिसिली ने द्रवस्थैतिक दाब के सूत्र का उपयोग वायुमण्डलीय दाब का परिमाण ज्ञान करने के लिए किया।

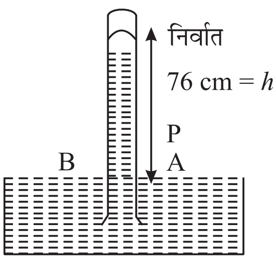


Fig: 9.6 : टौरिसैली दाबमापी

उन्होंने एक मीटर लंबी नली ली जिसमें पारा (घनत्व 13,600 kg m^{-3}) भरा था। इसे पारे के टब में ऊर्ध्वाधर उल्टा कर दिया गया जैसा कि चित्र 9.6 में दिखाया गया है। उन्होनें देखा कि नली में पारा चढ़ जाता है जिसकी ऊँचाई टब में रखे पारे की मुक्त सतह से 76 cm होती है।

साम्यावस्था में पारे के स्तंभ के द्वारा लगा दाब और वायुमण्डलीय दाब बराबर होने चाहिए। अर्थात् वायुमण्डलीय दाब,

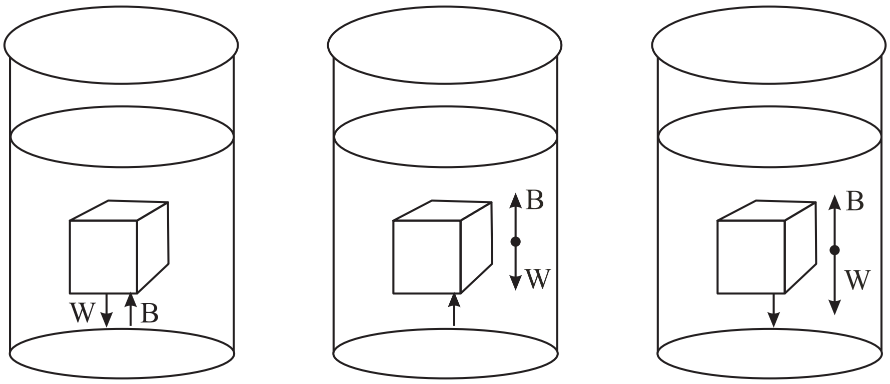
$$P_{atm} = h\rho g = 0.76\times13600\times9.8\ Nm^{-2}$$
$$= 1.01\times10^5\ Nm^{-2}$$
$$= 1.01\times10^5\ Pa$$

9.2 उत्प्लावकता

यह एक सामान्य अनुभव है कि किसी वस्तु को जल के अंदर उठाना उसे हवा में उठाने से आसान होता है। यह वस्तु पर द्रव द्वारा ऊपर की ओर लगाए गए बल के कारण होता है। किसी द्रव में डूबी हुई वस्तु पर ऊपर की ओर जो बल कार्य करता है उसे **उत्प्लावक बल** कहते हैं।

तरल पदार्थ में रखी गई वस्तु पर लगने वाले उत्प्लावक बल की प्रकृति की खोज आर्किमिडीज ने की। अपने प्रेक्षणों के आधार पर उन्होंने एक नियम प्रतिपादित किया जिसे आर्किमिडीज के सिद्धांत के नाम से जाना जाता है। इस नियम के अनुसार,

जब एक वस्तु को किसी तरल में आँशिक या पूर्ण रूप से डुबोया जाता है तो उत्प्लावक बल का परिमाण वस्तु द्वारा हटाये गये द्रव के भार के बराबर होता है। **चित्र 9.7** में उत्प्लावक बल के अंतर्गत किसी वस्तु की विभिन्न स्थितियाँ दर्शायी गयी है।



चित्र. 9.7:

(a) : वस्तु पर लगने वाला उत्प्लावक बल परिमाण में ठीक वस्तु के भार के बराबर है। वस्तु साम्यावस्था में है।

(b) : एक पूर्ण रूप से डुबोई गई वस्तु जिसका घनत्व द्रव के घनत्व से कम है। इसमें एक नेट बल ऊर्ध्वाधरत: ऊपर की ओर लगता है।

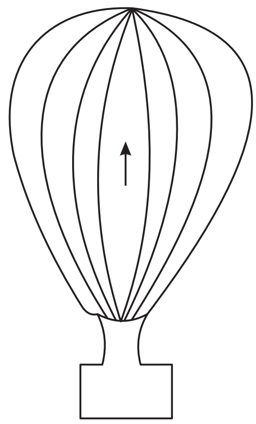
(c) : द्रव से अधिक घनत्व की वस्तु द्रव में डूब जायेगी।

उत्प्लावक बल का दूसरा उदाहरण गरम हवा का गुब्बारा है। चूंकि गर्म हवा का घनत्व ठंडी हवा से कम होता है इसलिए इसमें एक नेट उत्प्लावक बल उर्ध्वाधरत: ऊपर की ओर कार्य करता है। जिसके कारण गुब्बारा हवा में तैरता है।

तैरती हुई वस्तुऐं

आपने जल में तैरते हुए लकड़ी के टुकड़े को देखा होगा। सामावस्था में क्या आप में इस पर लगने वाले बलों की पहचान कर सकेंगे? जैसा कि स्पष्ट है, एक बल गुरुत्वीय बल है जो कि इस पर नीचे की ओर लगता है। विस्थापित जल द्वारा लगाया गया उत्प्लावक बल जो ऊपर की ओर लगता है। अत: जब ये बल एक दूसरे को संतुलित करते हैं तो वस्तु विराम अवस्था में आ जाती है और यह वस्तु की स्थिर साम्यवास्था कहलाती है और तब वस्तु जल में प्लवित कही जाती है।

इसका तात्पर्य यह हुआ कि प्लवन करती वस्तु अपने भार के बराबर तरल को विस्थापित करती है।

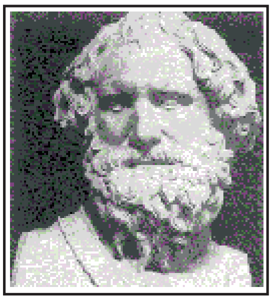


चित्र. 9.8:हवा में तैरता गर्म हवा का गुब्बारा

आर्किमिडीज

(287- 212 B.C ईसा पूर्व)

ग्रीक भौतिक शास्त्री, अभियंता और गणितज्ञ आर्किमिडीज, संभवत: अपने समय के सबसे महान वैज्ञानिक थे। वे वस्तुओं पर लगने वाले उत्प्लावक बलों की प्रकृति की खोज के



लिए प्रसिद्ध हैं। आर्किमिडीज पेंच आज भी प्रयोग किया जाता है। यह एक आनत घूर्णन करती हुई कुंडलीकृत नली है जिसका उपयोग पानी के जहाज में पानी ऊपर उठाने के लिए किया जाता है। उन्होंने गोफणा का अविष्कार किया और उत्तोलक एवं घिरनी तंत्र की भी खोज की। एक बार आर्कमीडिज से साइरेक्यूज शहर के राजा हेरों ने यह जांच करने के लिए कहा कि मुकुट शुद्ध सोने का बना है अथवा इसमें अन्य धातुओं का मिश्रण है (बिना मुकुट को क्षति पहुँचाये)। नहाते समय उन्हें इसका हल प्राप्त हो गया। अपनी भुजाओं तथा टांगों को पानी में डुबाने पर उन्हें भार में आँशिक कमी महसूस हुई। वे इस खोज पर इतने उत्तेजित हो गए कि नंगे ही शहर की गलियों में यूरेका, यूरेका कहते हुए दौड़ पड़े। यूरेका का अर्थ 'मैंने पा लिया है' होता है।

9.3 पास्कल का नियम

बस से यात्रा करते समय आपने देखा होगा कि ड्राइवर पैरों द्वारा एक हल्का सा ब्रेक लगाकर गाड़ी रोक देता है। क्या अपने हाइड्रॉलिक जैक या लिफ्ट देखा है जो कार या ट्रक को आवश्यक ऊँचाई तक उठा सकता है? इसके लिए आप एक मोटर कार्यशाला में जाइए। कपास (रुई) की गाठों को भी हाइड्रॉलिक प्रेस की सहायता से बनाया जाता हैं, जो इसी सिद्धांत पर कार्य करते हैं।

ये युक्तियाँ पास्कल के नियम पर आधारित हैं। जिसके अनुसार *निश्चित मात्रा (परिमाण) के किसी परिबद्ध द्रव की स्थिरावस्था में तल के किसी स्थान पर यदि दाब डाला जाय तो यह दाब समान परिमाण में पूरे द्रव में सभी दिशाओं और धारक की दीवारों पर संचरित हो जाता है।*

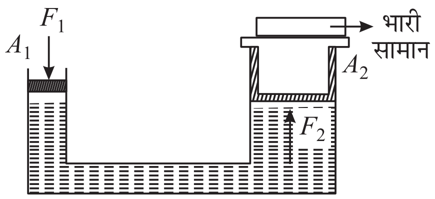
इस नियम को द्रव के दाब संचरण का नियम भी कहते है।

9.3.1 पास्कल के नियम के अनुप्रयोग

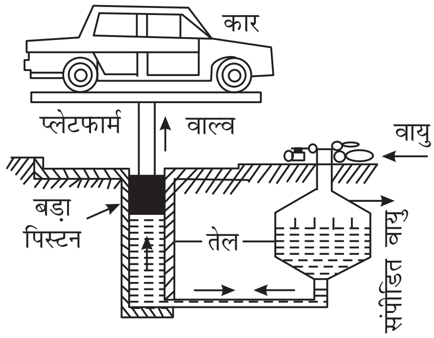
(A) हाइड्रॉलिक प्रेस/बैलेन्स/जैक/लिफ्ट

यह पास्कल के नियम पर आधारित एक सरल युक्ति है जिसका उपयोग थोड़ा सा बल लगाकर भारी सामान को उठाने में किया जाता है। चित्र (9.9) में इसका मूलभूत व्यवस्था आरेख दर्शाया गया है। मान लें एक बल F_1 को छोटे क्षेत्रफल A_1 के पिस्टन पर लगाया जाता है। दूसरी ओर एक बड़े क्षेत्रफल A_2 का पिस्टन, एक प्लेटफार्म से जुड़ा है, जिस पर भारी सामान रखा जा सकता है, छोटे पिस्टन पर लगा दाब दो पिस्टनों के बीच भरे द्रव से संचरित होकर बड़े पिस्टन पर कार्य करता है। क्योंकि दोनों ओर दाब बराबर है। अत:

छोटे पिस्टन पर दाब , $P = \frac{\text{बल}}{\text{क्षेत्रफल}} = \frac{F_1}{A_1}$



चित्र. 9.9 : हाइड्रॉलिक लिफ्ट



चित्र. 9.10 : हाइड्रॉलिक जैक

पास्कल के नियम के अनुसार यही दाब बड़े क्षेत्रफल A_2 के पिस्टन पर भी कार्य करता है।

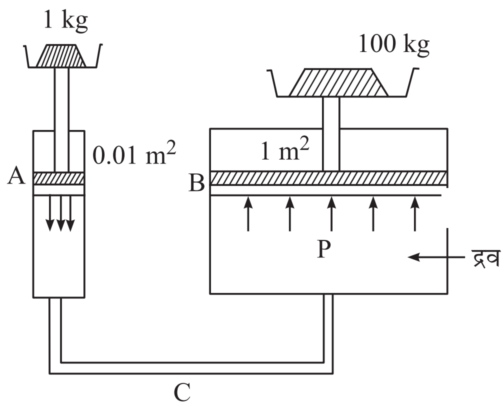
अतः बड़े पिस्टन पर लगने वाला बल = दाब × क्षेत्रफल = $\frac{F_1}{A_1} \times A_2$ (9.4)

जो कि स्पष्टतया F_1 से अधिक है। $\frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}$ को हाइड्रॉलिक प्रेस का लाभ कहते है।

थोड़े से रूपान्तरण से इसी व्यवस्था का हाइड्रॉलिक प्रेस, हाइड्रॉलिक तुला, हाइड्रॉलिक जैक के रूप में उपयोग किया जा सकता है।

(B) हाइड्रॉलिक जैक या कार लिफ्ट

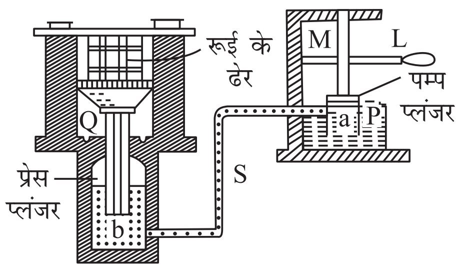
मोटर गाड़ियों के वर्कशॉप या सर्विस-स्टेशन में आपने देखा होगा कि मोटर कार या भारी ट्रक आदि को एक निश्चित ऊँचाई तक उठा दिया जाता है ताकि मिस्त्री सुविधापूर्वक नीचे काम कर सके (चित्र 9.10)। इसमें भी एक क्षेत्रफल पर लगे दाब को संचरित कर बड़े क्षेत्र पर लगाया जाता है ताकि वाहन को ऊपर उठाने के लिए पर्याप्त बल उत्पन किया जा सके।



चित्र. 9.11(a): हाइड्रॉलिक तुला

(C) हाइड्रॉलिक ब्रेक

बस या कार से सफर करते हुए हम देखते हैं कि चालक अपने पैर से एक छोटा सा बल ब्रेक पैडल पर लगाकर वाहन को रोक देता है। इस प्रकार लगाया गया दाब ब्रेक के तेल से होकर संचारित होता है और बड़े-क्षेत्र पर लगे सिलिंडर पर कार्य करता है। पिस्टन की गति से ब्रेक शू खिसकता



चित्र. 9.11(b) : हाइड्रॉलिक प्रेस

है और चारों पहियों के ब्रेक ड्रमों में लगता है। एक ही साथ पहिये घूमना बन्द कर देते हैं और वाहन रूक जाता है।

पाठगत प्रश्न 9.1

1. बर्फ स्कीइंग के लिए प्रयोग किए जाने वाले जूते बड़े क्यों बनाये जाते हैं?

2 1500 मीटर गहरे समुद्र के तल पर दाब की गणना कीजिए। समुद्र के जल का घनत्व 1.024×10^3 kg m^{-3} है और वायुमण्डलीय दाब $= 1.01 \times 10^5$ Pa है। g का मान 9.80 m s^{-2}.है।

3. 5000 kg का हाथी एक हाइड्रॉलिक लिफ्ट के 10 m^2 क्षेत्रफल वाले बड़े पिस्टन पर खड़ा है। क्या 25 kg का बच्चा जो 0.05 m^2 क्षेत्रफल वाले छोटे पिस्टन पर खड़ा है, हाथी को संतुलित कर सकता या उठा सकता है?

4. यदि एक सुई को आपकी त्वचा में एक निश्चित बल से दबाया जाता है तो आपको दर्द होता है किन्तु, यदि इतना ही बल एक छड़ द्वारा आपकी त्वचा पर लगाया जाए तो कुछ भी नहीं होता। क्यों?

5. एक बड़े हाइड्रॉलिक लिफ्ट के 0.1 m^2 क्षेत्रफल के छोटे पिस्टन पर 50 kg भार का वजन रखा है। गणना कीजिए इससे 10 m^2 क्षेत्रफल वाले बड़े पिस्टन से अधिकतम कितना वजन उठाया जा सकता है।

9.4 पृष्ठ तनाव

यह एक साधारण अनुभव है कि बाह्य बल की अनुपस्थिति में जल की बूंदे सदैव गोलाकार होती हैं, थोडा सा पारा कुछ ऊँचाई से गिराने पर छोटी गोल बूंदों के रूप में बिखर जाता है।

आपने बचपन में साबुन के बुलबुलों के खेल का आनंद उठाया होगा। क्या आप जानते हैं कि शुद्ध पानी के बुलबुले बनाना इतना आसान क्यों नहीं है। ये सभी घटनाऐं द्रवों के एक गुण के कारण होती हैं जिसे पृष्ठ तनाव कहते हैं। इसे समझने के लिए हम चाहेंगे कि आप निम्नलिखित क्रियाकलाप करें।

क्रियाकलाप 9.1

1. साबुन का घोल बनाएं।
2. इसमें थोड़ी सी ग्लिसरीन मिलाएं।
3. एक पतली काँच या प्लास्टिक की नली लें। इसका एक सिरा घोल में डुबोएं ताकि कुछ द्रव अंदर आ जाय।
4. इसे बाहर निकालें और इसके दूसरे सिरे को मुँह से फूकें।

5. बड़े आकार के साबुन के बुलबुले बनेंगे।
6. नली को थोड़ा झटका देकर बुलबुले को नली से अलग करें, देखिए बुलबुला हवा में तैरता है।

यह समझने के लिए कि पृष्ठ तनाव कैसे उत्पन्न होता है, हम अपने अंतराणविक बल के ज्ञान की चर्चा करते हैं। पिछले अध्याय में आपने अणुओं या परमाणुओं के केन्द्रों के बीच की दूरी के साथ अंतराणविक बलों में परिवर्तन का अध्ययन किया है।

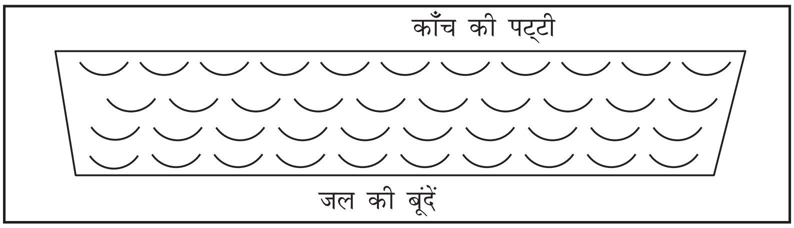
अंतराणविक बल दो प्रकार के होते है: संसजक और आसंजक। एक ही पदार्थ के अणुओं के बीच आकर्षण बल को संसजन बल कहते है, जबकि दो असमान प्रकार के अणुओं के बीच आकर्षण बल को आसंजन बल कहते है। आसंजन बल के कारण ही हम कागज पर लिख सकते हैं। गोंद, फेवीकोल आदि पदार्थों में शक्तिशाली आसंजन होता है।

आशा है अब आप इस बात की व्याख्या कर सकते हैं कि पानी काँच को क्यों गीला करता है और पारा क्यों नहीं करता।

क्रियाकलाप 9.2

काँच व जल के अणुओं के बीच आसंजन बल दर्शाने के लिए

1. काँच की एक स्वच्छ पट्टी लें।
2. इस पर जल की कुछ बूंदे डालें।
3. जल वाली सतह को नीचे की ओर उल्टा करके पकड़ें।
4. जल की बूंदों का अवलोकन करें।



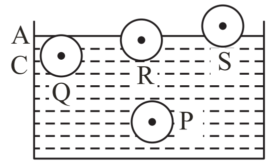
चित्र. 9.12 जल की बूंदें कांच की पट्टी पर चिपकी रहती हैं

काँच और जल के अणुओं के बीच लगने वाले आसंजन बल के कारण जल की बूंदे काँच की पट्टी पर चिपकी रहती है (चित्र 9.12)।

9.4.1 पृष्ठ ऊर्जा

किसी पात्र में रखे हुए द्रव की सतही परत शेष द्रव की अपेक्षा कुछ अलग गुणधर्म दर्शाती है। चित्र 9.13 में द्रव में विभिन्न स्थानों पर अणु दिखाये गए हैं। P अणु को चारों ओर के अणु आकर्षित करते हैं जबकि सतह पर स्थित अणुओं में ऐसा नहीं होता है।

सतह पर स्थित अणुओं और S और R, पर एक नेट परिणामी बल नीचे की ओर लगता है क्योंकि बल प्रभाव के ऊपरी गोलार्ध में इन अणुओं को आकर्षित करने वाले अणुओं की संख्या निचले गोलार्ध की अपेक्षा कम है। यदि हम द्रव या द्रव हवा अंतरापृष्ठ पर द्रव वाष्प के अणु भी मान लें तो भी अणुओं में एक परिणामी अद्योगामी बल कार्य करेगा क्योंकि द्रव वाष्प में अणुओं की संख्या कम है।



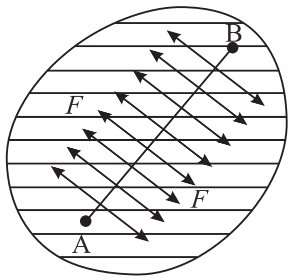
चित्र 9.13 : P पर कार्यकारी परिणामी बल शून्य है लेकिन R और S पर एक परिणामी ऊर्ध्वाधर बल नीचे की ओर लगता है।

अत: यदि किसी द्रव के अणु को द्रव की सतह (पृष्ठ) पर लाया जाता है तो अंदर की ओर लगे परिणामी बलों के विपरीत कार्य करना पड़ता है जो इन अणुओं की स्थितिज ऊर्जा को बढ़ा देता है। इसका आशय यह है कि सतही परत में एक अतिरिक्त ऊर्जा होती है जिसे **पृष्ठ ऊर्जा** कहते हैं।

किसी तंत्र की साम्य अवस्था में स्थितिज ऊर्जा न्यूनतम होनी चाहिए। अत: पृष्ठ का क्षेत्रफल न्यूनतम होना चाहिए। इसलिए किसी द्रव का मुक्त तल न्यूनतम पृष्ठ तल प्राप्त करने की चेष्टा करता हैं। इसके कारण सतह पर एक तनाव उत्पन्न होता है जिसे **पृष्ठ तनाव** कहते हैं।

पृष्ठ तनाव द्रव की सतह (पृष्ठ) का एक गुण है, जिसके कारण इसकी प्रवृति द्रव पृष्ठ को कम करने की होती है। इसके परिणामस्वरूप द्रव की सतह एक तनी हुई झिल्ली की भांति कार्य करती है। आप इसका अस्तित्व आसानी से देख सकते हैं, एक सुई को पानी की सतह पर धीरे से रखें। यह तैरती रहती है।

इसे हम समझने की कोशिश करते हैं, एक रेखा AB की कल्पना कीजिये जो कि स्थिर द्रव की सतह पर खींची है। इस रेखा के दोनों ओर की सतहें एक दूसरे को खींचती हैं (चित्र 9.14)।



चित्र. 9.14 :एक द्रव सतह पर पृष्ठ तनाव की दिशा

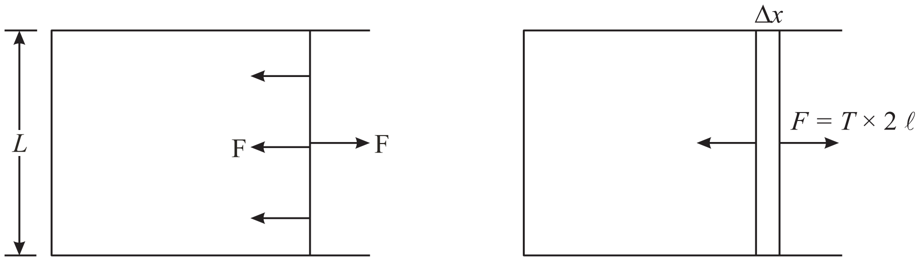
अत: द्रव पृष्ठ की प्रति इकाई लंबाई पर काम करने वाला बल पृष्ठ तनाव कहलाता है।

$$T = F/L \qquad (9.5)$$

T पृष्ठ तनाव को दर्शाता है और F किसी L लंबाई की काल्पनिक रेखा के दोनों ओर लगने वाले कुल बल का परिमाण है (चित्र 9.14)। पृष्ठ तनाव का SI मात्रक Nm^{-1} हैं और इसकी विमा $[MT^{-2}]$.है।

हम चित्र 9.15 की भांति एक आयताकार फ्रेम लेते हैं जिसकी एक भुजा एक खिसकने वाला तार है। इस फ्रेम को एक साबुन के घोल में डुबोएं और बाहर निकाल लें। फ्रेम पर साबुन की एक फिल्म (परत) बन जायेगी। इस फिल्म की दो सतहें

हैं। दोनों सतहें खिसकने वाले तार के संपर्क में है। अतः हम यह कह सकते हैं कि तार पर इन दोनों सतहों के कारण पृष्ठतनाव कार्य करता है।



चित्र. 9.15 : साम्यावस्था में एक परत

मान लीजिए T साबुन के घोल का पृष्ठ तनाव है और L, तार की लंबाई हैं। प्रत्येक सतह द्वारा तार पर आरोपित बल $T \times L$ है, अतः तार पर लगा कुल बल $= 2TL$.

मान लीजिए कि सतहें Δx. मान से संकुचित होने की ओर प्रवृत हैं। तार को संतुलन में रखने के लिए हमें एक समान बाह्य बल लगाना पड़ेगा। यदि हम तार की एक स्थिर चाल से दूरी Δx, खींचकर परत का पृष्ठीय क्षेत्रफल बढ़ाते है तो परत पर किया गया कार्य

$$W = F \times \Delta x = T \times 2L \times \Delta x$$

जहाँ $2L \times \Delta x$ परत के दोनों ओर के पृष्ठीय क्षेत्रफल में वृद्धि है। इसे हम A से दर्शाते हैं।

$$W = T \times A$$

यह बाह्य बल द्वारा किया गया कार्य नए पृष्ठ में स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित रहता है, और इसे पृष्ठीय ऊर्जा कहते हैं।

$$T = W/A \tag{9.6}$$

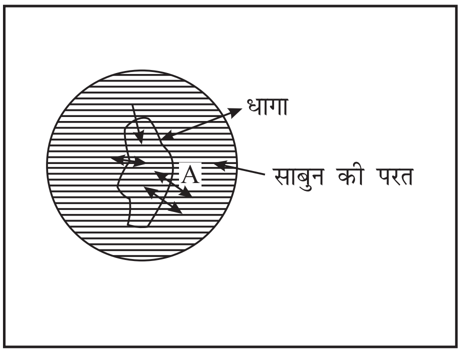
इस प्रकार हम देखते हैं कि किसी द्रव की मुक्त सतह के क्षेत्रफल को एकांक बढ़ाने में जितना कार्य किया जाता है उसे उस द्रव का पृष्ठ तनाव कहते हैं।

हम यह भी कह सकते हैं कि पृष्ठ तनाव प्रति इकाई पृष्ठीय ऊर्जा के बराबर है। अब हम निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि, पृष्ठ तनाव

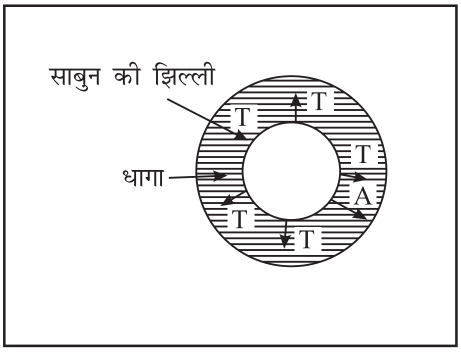
- द्रव पृष्ठ या द्रव और किसी अन्य पदार्थ जैसे हवा के साथ बने अंतरापृष्ठ का गुणधर्म है।
- मुक्त पृष्ठ पर किसी रेखा के लंबवत और परत के स्पर्श रेखीय दिशा में कार्य करता है।
- इसकी प्रवृत्ति द्रव के मुक्त पृष्ठ का क्षेत्रफल कम करने की होती है।
- इसकी उत्पत्ति अंतराणविक बलों के कारण होती है जो कि ताप पर निर्भर करते है। ताप वृद्धि के साथ पृष्ठ तनाव कम होता है।
- नीचे वर्णन किया गया साधारण प्रयोग द्रव पृष्ठों के पृष्ठ तनाव के गुण को दर्शाता है।

क्रियाकलाप 9.3

एक पतले तार का वृत्ताकार फ्रेम लें और इसे साबुन के घोल में डुबोएं। आप देखेंगे कि इसमें एक साबुन की परत बन गयी है। अब आप एक धागे का छोटा वृत्ताकार लूप बनाएं और इसे धीरे से साबुन की परत



चत्र 9.16 (a) :साबून की झिल्ली
(एक बंद लूप के धागे के साथ)



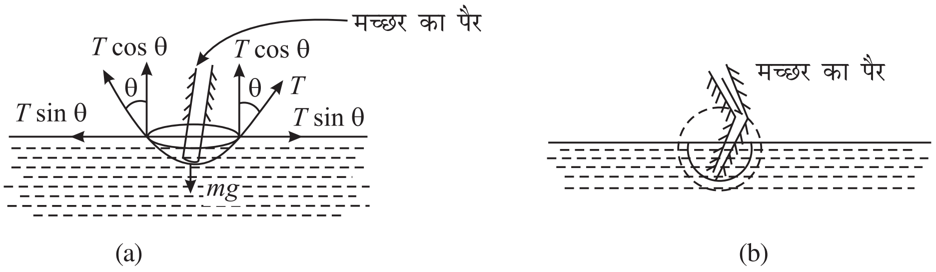
9.16 (b) :धागे का आकार
(अंदरूनी साबुन की झिल्ली के बगैर)

(झिल्ली) पर रख दें। यह एक अनियमित आकार में झिल्ली के ऊपर पड़ा रहता है जैसा चित्र 9.16 में दर्शाया गया है। अब आप एक सुई लेकर इसके सिरे को लूप के अंदर साबुन की झिल्ली से स्पर्श करा दें। आप क्या देखते हैं? आप पाएंगे कि धागा वृत्ताकार आकार ग्रहण कर लेता है, जैसा कि चित्र 9.16 में दर्शाया गया है। प्रारम्भ में धागे के दोनों ओर साबुन की झिल्ली थी। दोनों ओर की झिल्ली इस पर बल लगा रही थी और कुल पृष्ठ तनाव बल शून्य था। अंदर की झिल्ली नष्ट कर दिए जाने पर बल के प्रभाव से धागे का आकार वृत्ताकार हो गया ताकि यह अधिकतम क्षेत्र घेर सके। ऐसा होने का कारण यह है कि बाहरी झिल्ली न्यूनतम क्षेत्रफल प्राप्त करने का प्रयत्न करती है।

9.4.2 पृष्ठ तनाव के उपयोग

(a) मच्छरों का जल के पृष्ठ पर बैठना

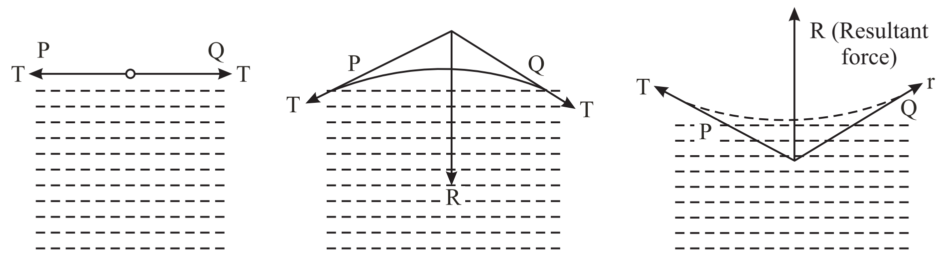
आपने मच्छरों को जल के पृष्ठ पर बैठे देखा है? ये द्रव के पृष्ठ तनाव के कारण नहीं डूबते। उस बिंदु पर जहाँ मच्छर के पैर जल में डूबते हैं, द्रव का तल अवतल हो जाता है। पृष्ठ तनाव का बल तल पर स्पर्श रेखीय दिशा में कार्य करता है। फलस्वरूप यह क्षैतिज के साथ एक कोण बनाता है। इस बल का ऊर्ध्व घटक, मच्छर के भार को, जो कि ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर लगता है संतुलित करता है, जैसा कि चित्र 9.17 में दिखाया गया है।



चित्र. 9.17 : मच्छर का भार पृष्ठ तनाव के बल=$2\pi rT\cos\theta$ से संतुलित होता है।
(a) जल की सतह में नमन के कारण अवतल सतह का बनना (b) परिवर्धित आकार

(b) एक गोलीय तल पर अवतल भाग में अतिरिक्त दाब

द्रव पृष्ठ के एक छोटे से भाग पर विचार करें जिस पर एक रेखा PQ है जैसा कि चित्र 9.18 में दर्शाया गया है। यदि तल समतल है तो $\theta = 90^0$। इस रेखा के दोनों ओर पृष्ठ तनाव पृष्ठ के स्पर्श रेखीय है और ये एक दूसरे को संतुलित करते हैं और परिणामी स्पर्शरेखीय बल शून्य है [चित्र. 9.18 (a)]। यदि पृष्ठ उत्तल या अवतल हों [चित्र. (9.18 (b)] व [Fig. 9.18 (c)] तो रेखा QP के किनारों की ओर लगे बलों का



चित्र. 9.18: (a) समतल पृष्ठ **(b) उत्तल पृष्ठ** **(c) अवतल पृष्ठ**

परिणामी R होगा और इसकी दिशा वक्रतल की वक्रता केन्द्र की ओर होगी। इस प्रकार जब भी तल वक्र हों तो पृष्ठ तनाव के कारण एक बल पृष्ठ के वक्रता केन्द्र की ओर लगता है। यह दाब पृष्ठ पर एक बराबर और विपरीत दिशा में लगने वाले बल से संतुलित होता है। अत: द्रव पृष्ठ के अवतल होने पर अवतल भाग की ओर सदैव एक अतिरिक्त बल कार्य करता है चित्र (9.18 B)।

(i) गोलाकार बूंद

एक बूंद का केवल एक बाहरी तल होता है (द्रव का वह क्षेत्र जो हवा के संपर्क में रहता है द्रव का पृष्ठ कहलाता है)।

मान लीजिए कि r छोटी सी गोलाकार बूँद की त्रिज्या है और P बूंद के अंदर (जो कि अंदर अवतल और बाहर उत्तल है) अतिरिक्त दाब है तब

$$P = (P_i - P_0)$$

जहाँ P_i और P_0 क्रमश: बूंद के अन्दर व बाहर दाब हैं। (चित्र 9-19a) यदि इस सतत् अतिरिक्त

दाब P के कारण बूंद की त्रिज्या Δr परिमाण से बढ़ जाती है तो गोलाकार बूंद के पृष्ठीय क्षेत्रफल में वृद्धि

$$\Delta A = 4\pi (r + \Delta r)^2 - 4\pi r^2$$

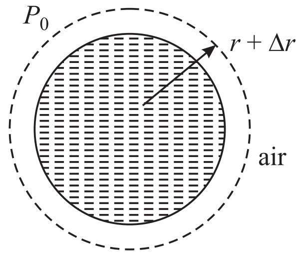
$$= 8\pi \, r \, \Delta r$$

जहाँ पर हमने Δr^2 को नगण्य मान लिया है। द्रव पर इस क्षेत्रफल वृद्धि के लिए किया गया कार्य

W $=$ अतिरिक्त पृष्ठीय ऊर्जा $= T\Delta A = T.\, 8\pi \, r \, \Delta r$ (9.7)

यदि यह बूंद साम्य अवस्था में हो तो यह अतिरिक्त पृष्ठीय ऊर्जा प्रसार में किये गए उस कार्य के बराबर होगी जो प्रसार दाब में अंतर या अतिरिक्त दाब के कारण होता है।

किया गया कार्य $= P\,\Delta V = P.\, 4\pi \, r^2 \Delta r$ (9.8)



चित्र. 9.19 (a) :एक गोलाकार बूंद

समी. (9.7) और (9.8), को संयुक्त करने पर हम निम्न संबंध प्राप्त करते हैं:

$$P.\, 4\pi \, r^2 \Delta r = T.8 \, \pi \, r \, \Delta r$$

या $$P = 2\,T/\,r \qquad (9.9)$$

(ii) जल में हवा के बुलबुले

इसमें भी केवल एक पृष्ठ होता है जो अंदर की ओर होता है। अत: T पृष्ठ तनाव वाले द्रव के भीतर अतिरिक्त दाब

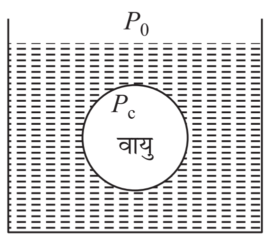
$$P = 2T/\,r \qquad (9.10)$$

(iii) हवा में तैरते साबुन के बुलबुले

साबुन के बुलबुले में दो समान क्षेत्रफल के तल होते हैं (बाहरी और अंदर का) जैसा कि चित्र 9.19(c) में दर्शाया गया है। अत: r त्रिज्या के साबुन के बुलबुले के अंदर अतिरिक्त दाब

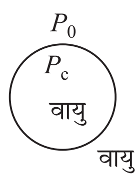
$$P = 4T/\,r \qquad (9.11)$$

यहाँ T साबुन के घोल का पृष्ठ तनाव है।



चित्र. 9.19 b : हवा का बुलबुला

यह जल के अंदर बने समान आकार के हवा के बुलबुले के अंदर अतिरिक्त दाब का दो गुना है। अब आप समझ सकते हैं कि साबुन का बुलबुला बनाने के लिए क्यों थोड़ा अधिक दाब की आवश्यकता पड़ती है।



चित्र.9.19 (c)

उदाहरण 9.3: भीतरी और बाहरी दाब के अंतर की गणना करें जब (i) गोलाकार साबुन का बुलबुला हवा में हो (ii) हवा का बुलबुला जल में हो (iii) जल की बूंद हो। दिया है जल का पृष्ठ तनाव $= 7.2 \times 10^{-2}$ Nm^{-1} और

साबुन के घोल का पृष्ठ तनाव = 7.5×10^{-2} $\mathrm{Nm^{-1}}$ प्रत्येक बुलबुले की त्रिज्या = 1 mm।

हल:

(i) हवा में r त्रिज्या के साबुन के बुलबुले के भीतर अतिरिक्त दाब

$$P = 4T/r$$

$$= \frac{4 \times 2.5 \times 10^{-2}}{1 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}}\ \mathrm{Nm^{-1}}$$

$$= 100\ \mathrm{Nm^{-2}}$$

(ii) जल में हवा के बुलबुले के भीतर अधिक दाब

$$= 2T'/\,r$$

$$= \frac{2 \times 7.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{Nm^{-1}}}{1 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}}$$

$$= 144\ \mathrm{Nm^{-2}}$$

(iii) जल गोलाकार की बूंद के अंदर अतिरिक्त दाब $=2T'/\,r$

$$= 144\ \mathrm{Nm^{-2}}$$

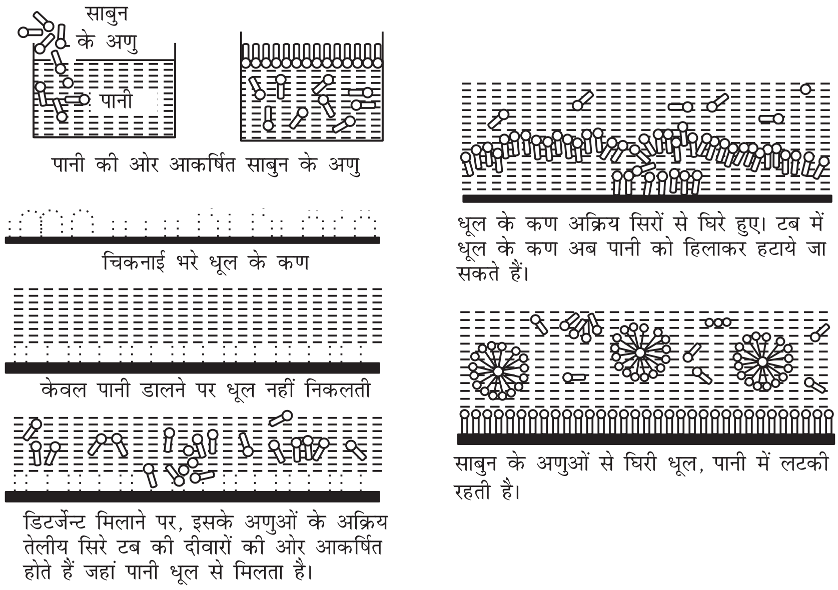
(c) डिटर्जेंट एवं पृष्ठ तनाव

आपने बहुत से विज्ञापन देखे होंगे जिनमें डिटर्जेंट की विशेषताएं बताई जाती हैं कि ये कपड़ो से तेल के दाग छुड़ा देते है। पानी धोने और सफाई के माध्यम के रूप में प्रयुक्त होता है। साबुन और डिटर्जेंट पानी का पृष्ठ तनाव कम कर देते हैं। यह धोने और सफाई के लिए वाँछित है। क्योंकि शुद्ध पानी के पृष्ठ तनाव का मान अधिक होने के कारण यह कपड़े के रेशों के बीच फंसे धूल गदंगी के कणों या तेल के अणुओं तक आसानी से नहीं पहुंच पाता है।

आप जानते हैं कि साबुन के घोल का पृष्ठ तनाव जल की अपेक्षा कम है और डिटर्जेंट का इससे भी कम होता है इसलिए ये साबुन की अपेक्षा अधिक प्रभावी होते हैं। डिटर्जेंट को जल में घोलकर उपयोग में लाने पर मैल के कणों की कपड़े के रेशे पर पकड़ कम हो जाती है। जिसके फलस्वरूप कपड़े को रगड़ने व निचोड़ने पर मैल आसानी से छूट जाता है।

डिटर्जेंट मिलाने पर इसके अणु एक ओर जल और दूसरी ओर तेल को आकर्षित करते हैं और जल के पृष्ठ तनाव को बहुत कम कर देते है। इससे मैल के कणों के इर्द–गिर्द डिटर्जेंट और फिर जल से घिर कर सूक्ष्म गोलों के रूप में अंतरापृष्ठ बन सकते हैं। डिटर्जेंट के गुण का उपयोग केवल कपड़े धोने में नहीं है अपितु खनिज अयस्क, तेल आदि के निकालने में भी होता है।

टिप्पणियाँ



चित्र 9.20: डिटर्जेन्ट की क्रिया

(d) मोम की बतख का पानी पर तैरना

आपने सीखा कि द्रवों का पृष्ठ तनाव घुली हुई अशुद्धियों के कारण कम हो जाता है। यदि आप कपूर की एक छोटी सी टिकिया को मोम के बतख (खिलौने) की पेंदी में चिपकाकर स्थिर जल की सतह पर छोड़ दें तो आप देखेंगे कि कुछ समय बाद मोम की बतख जल पर इधर-उधर चलने लगती हैं। कपूर के पानी में घुलने से बतख के ठीक नीचे के जल के पृष्ठ तनाव का मान चारों ओर के जल के पृष्ठ तनाव से कम हो जाता है। पृष्ठ तनाव बलों का कुल अंतर बतख को चलाता है।

अब यह जानने का समय है कि आपने क्या सीखा। अत: निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

पाठगत प्रश्न 9.2

1. ससंजक और आसंजक बलों में क्या अंतर है?
2. द्रव की छोटी बूंदें गोल क्यों होती हैं?
3. क्या ठोस पदार्थ भी पृष्ठ तनाव के गुण दर्शाते हैं? क्यों?
4. पारे को समतल पर गिराने पर उसके छोटे-छोटे गोले क्यों बन जाते हैं?
5. निम्न में से किसके भीतर अतिरिक्त दाब का मान अधिक है?

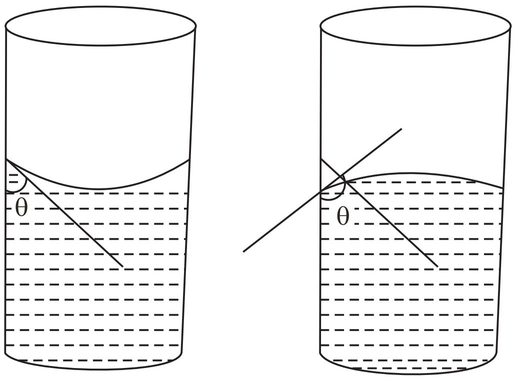
   (i) जल के अंदर 2 cm त्रिज्या के हवा के बुलबुले का जबकि जल का पृष्ठ तनाव $727 \times 10^{-3}\ \text{Nm}^{-1}$ है।

   अथवा

   (ii) 4 cm त्रिज्या के साबुन के बुलबुलों का जबकिसाबुन के घोल का पृष्ठ तनाव $25 \times 10^{-3}\ \text{Nm}^{-1}$ है।

9.5 स्पर्श कोण

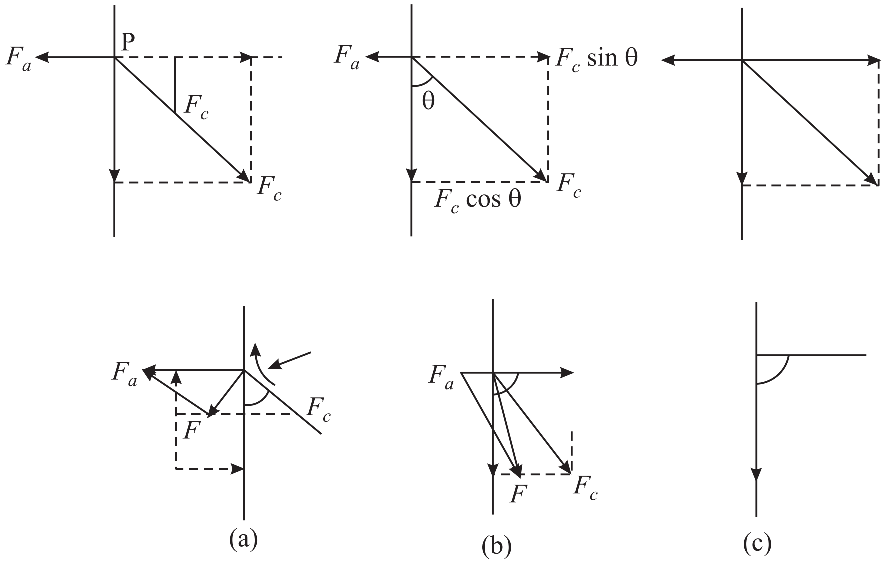
आप देख सकते है कि एक पात्र में रखे हुए द्रव का मुक्त पृष्ठ वक्राकार होता है। उदाहरण के लिए जब एक काँच के जार में पानी भरा जाता है तो यह अवतल हो जाता है, लेकिन यदि पैराफीन मोम के जार में पानी भरा जाता है तो यह उत्तल हो जाता है। इसी प्रकार जब पारे को काँच के गिलास में भरा जाता है तो उसका तल उत्तल होता है। अत: हम यह देखते हैं कि एक पात्र में द्रव का आकार, द्रव की प्रकृति, पात्र के पदार्थ तथा द्रव के मुक्त पृष्ठ के ऊपर के माध्यम पर निर्भर करता है। इसका विवेचन करने के लिए हम स्पर्श कोण की अवधारणा का समावेश करते हैं। यह स्पर्श बिन्दु पर द्रव के भीतर, द्रव-पृष्ठ के स्पर्श रेखीय तल तथा पात्र की दीवारों के स्पर्श रेखीय तल के बीच का कोण है।



चित्र. 9.21 :मुक्त तल की प्रकृति (a) जल को काँच के जार (b) पैराफीन मोम के जार, में भरा गया है।

चित्र 9.21 काँच के जार व पैराफीन मोम के जार में जल के लिए स्पर्शकोण दर्शाता है। काँच के जार में जल को रखें तो इसका तल अवतल होता है, और स्पर्श कोण का मान 90° कम अर्थात् न्यून कोण होता है और पैराफीन के जार में जल का तल उत्तल होता है और स्पर्श कोण का मान 90^0 से अधिक आता है। ठीक यही बात कॉच के जार में पारे के लिए भी लागू होती है। एक बर्तन में रखे हुए द्रव के पृष्ठ पर स्थित एक अणु पर कई बल कार्य करते हैं। चूंकि द्रव केवल निचले चतुर्थांश में उपस्थित है। इसलिए परिणामी ससंजक बल P पर स्थित अणु पर सममित रूप से कार्य करता है। चित्र 9.22 (a)]। इसी प्रकार सममिति के कारण परिणामी आसंजक बल F_a पात्र की दीवारों के लम्बवत् बाहर की ओर लगता है। बल F_c को परस्पर दो लंबवत घटकों में विघटित किया जा सकता है। $F_c \cos\theta$ ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर कार्य करता है और $F_c \sin\theta$ पात्र की सीमा के लंबवत् कार्य करता है। स्पर्शकोण θ का मान F_c और F_a के सापेक्ष मानों पर निर्भर करता है।

स्थिति: I: यदि $F_a > F_c \sin\theta$ इस स्थिति में नेट क्षैतिज बल बाहर की ओर लगेगा और $(F_a - F_c \sin\theta)$ होगा तथा $F_c \cos\theta$ और $(F_a - F_c \sin\theta)$ का परिणामी दीवार से बाहर स्थित होगा क्योंकि द्रव लगातार लगते विरूपक बल के विरुद्ध स्थिर नहीं रह सकता है, इसलिए द्रव तल के सभी अणु किनारे पर F_c के लंबवत व्यवस्थित हो जाते हैं। इससे F_c का कोई घटक द्रव पृष्ठ की स्पर्शज्या रेखा की दिशा में कार्य नहीं करता है। निश्चित रूप से ऐसे पृष्ठ किनारे पर गोलीय अवतल होते हैं। (क्योंकि वृत्त की त्रिज्या परिधि के प्रत्येक बिन्दु पर लंबवत होती है)। यह स्थिति कॉच की नली में रखे जल के साथ होती है।



चित्र. 9.22 : द्रव नव चन्द्रक के विभिन्न रूप

स्थिति 2 : यदि $F_a < F_c \sin\theta$ तब F तथा $(F_c \sin\theta - F_a)$ का परिणामी क्षैतिज रूप से कार्य करता है और $F_c \cos\theta$ ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर कार्य करता है (दोनों द्रव के निचले गोलाध ॅ में ही कार्य करते हैं)। द्रव का पृष्ठ सीमा पर इस प्रकार व्यवस्थित हो जाता है कि यह F के लंबवत हो जाता है। फलस्वरूप द्रव तल उत्तल गोलीय होता है। यह काँच नली में भरे पारे के लिए सही है।

स्थिति 3 : यदि $F_a = F_c \sin\theta$, तब परिणामी $F_a = F_c \sin\theta$, ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर कार्य करता है अत: पात्र की सीमा पर द्रव का पृष्ठ क्षैतिज या समतल होता है।

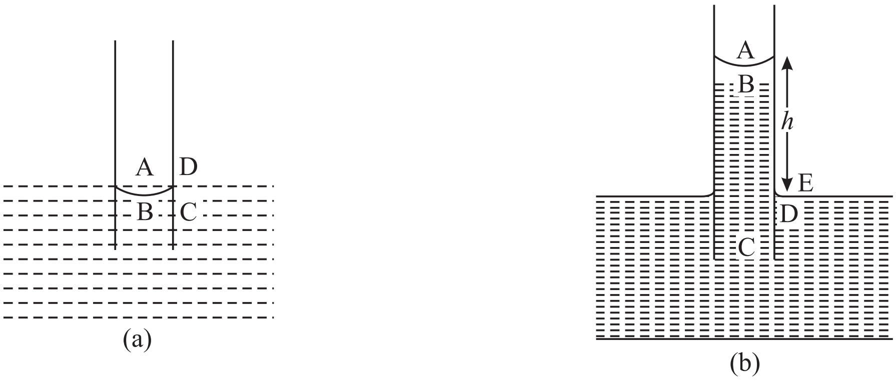
9.6 केशिका क्रिया (Capillary Action)

आपने अपनी पुस्तिकाओं पर गिरी अतिरिक्त स्याही को हटाने के लिए स्याही सोख पत्र अवश्य प्रयोग किया होगा। स्याही सोख पत्र में स्थित सूक्ष्म हवा की नालियों में स्याही शीघ्रता से चढ़ती है। इसी प्रकार खेत का जल पेड़ के तने पर स्थिति असंख्य केशिकाओं की सहायता से शाखाओं और पत्तियों तक पहुँचाता है। क्या आप जानते है कि किसान वर्षा के बाद ही खेत जोतते हैं ताकि मिट्टी की ऊपरी परतों की केशिकाएं टूट जायें और मिट्टी में फंसा जल पेड़ों द्वारा उपयोग किया जा सके। दूसरी ओर हम यह पाते हैं कि यदि किसी केशिका को पारे में डुबाया जाय तो इसके अंदर पारे का तल बाहर पारे के तल से नीचे चला जाता है। किसी छोटी अनुप्रस्थ परिच्छेद वाली नली में किसी द्रव का ऊपर या नीचे जाना पृष्ठ तनाव के कारण होता है।

केशिका नलियों में द्रव का ऊपर उठना या नीचे जाना द्रव की केशिका क्रिया या केशिकात्व कहलाता है।

9.6.1 केशिका नली में द्रव का चढ़ना

हम एक केशिका नली लेते है जो कि किसी द्रव (जैसे जल) में डूबी है। नली के अंदर द्रव का मेनिस्कस अवतल होता है जैसा कि चित्र (9.23) में दिखाया गया है। इसका कारण यह है कि कांच तथा जल के बीच आसंजक बल जल के अणुओं के बीच संसजक बलों से अधिक हैं।



चित्र. 9.23 : केशिका क्रिया

हम द्रव-वायु अंतरापृष्ठ के निकट चार बिंदु A, B, C और D लेते है, हम जानते हैं कि द्रव की ऊपरी सतह के ठीक नीचे का दाब इसके ठीक ऊपर के दाब से $2T/R$, कम है। अर्थात्

$$P_B = P_A - 2T/R \qquad (9.12)$$

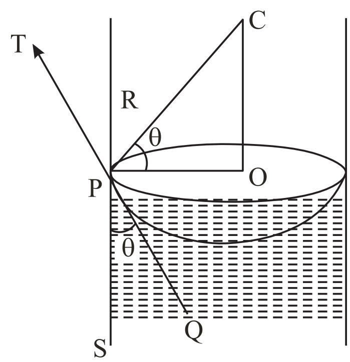
जहाँ पर T द्रव-वायु अंतरापृष्ठ का पृष्ठ तनाव है। एवं R अवतल पृष्ठ की त्रिज्या है।

लेकिन A पर दाब = D पर दाब = वायुमण्डलीय दाब P (माना), और D पर दाब C पर दाब के बराबर है। अतः बिंदु पर दाब D बिंदु से कम है। लेकिन हम यह भी जानते है कि द्रव में एक ही ऊँचाई पर स्थित सभी बिंदुओं पर दाब समान होना चाहिए। इसीलिए बाहरी हिस्से से द्रव नली में ऊपर चढ़ जायेगा।

इस प्रकार द्रव केशिका नली में ऊपर उठना प्रारम्भ होता है और एक विशेष ऊंचाई h तक पहुँचता है (चित्र 9.2.3 b) जहां पर द्रव स्तंभ पर दाब का मान $2T/R$..हो जाता है और इसके बाद उठना बंद हो जाता है। इस स्थिति में

$$h \rho g = 2\,T/R \qquad (9.13)$$

जहां ρ द्रव का घनत्व तथा g गुरुत्वीय त्वरण है। यदि r केशिका नली की त्रिज्या हो और θ स्पर्श कोण हो तो चित्र. (9.24) की ज्यामिति से



चित्र 9.24: स्पर्श कोण

$$R = r/\cos\theta$$

R के इस मान को सभी (9.13) में रखने पर

$$h \rho g = 2T/\, r/\cos\theta$$

or $$h = 2T \cos\theta \ / \ r \rho g \qquad (9.14)$$

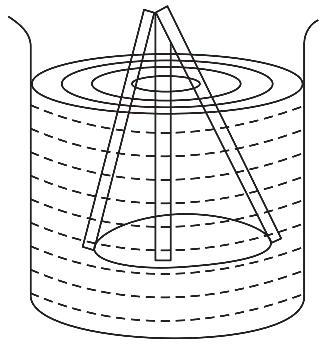
ऊपर प्राप्त सूत्र (9.14) से स्पष्ट होता है कि यदि नली की त्रिज्या कम होगी तो द्रव अधिक ऊँचा उठेगा।

पाठगत प्रश्न 9.3

1. क्या स्पर्शकोण का मान द्रव के पृष्ठ तनाव पर निर्भर करता है?
2. एक ठोस एवं द्रव के बीच स्पर्शकोण 90^0 से कम है। क्या द्रव ठोस को गीला करेगा? यदि एक केशिका इसी ठोस के पदार्थ की बना दी जाए तो इसमें द्रव ऊपर उठेगा या नीचे गिरेगा?
3. थर्मामीटर बनाते समय पारे से भरे नाँद में केशिका नली को सीधे डुबाकर पारा भरना क्यों मुश्किल है?
4. उस कोशिका नली की त्रिज्या की गणना करें जिसे जल से भरे बर्तन में डालने पर जल 3 cm ऊपर उठ जाए। द्रव का पृष्ठ तनाव 7.2×10^{-2} N m^{-1}. जल का घनत्व 1000 kg m^3, स्पर्शकोण का मान शून्य है और g = 10 m s^{-2}.
5. मिट्टी का तेल (केरोसिन) लालटेन की बत्ती में कैसे चढ़ जाता है?

9.7 श्यानता

जब आप एक बीकर में रखे हुए द्रव के बीच में एक काँच की छड़ डाल कर उसे घुमाएं तो आप देखते हैं कि द्रव की दीवार के पास गति और बीच में गति समान नहीं है (चित्र 9.25) अब दो द्रवों (उदाहरण के लिए जल और ग्लिसरीन) के प्रवाह को समान पाइपों में देखें। आप पाएंगे कि जल तेजी से बहता है और ग्लिसरीन धीरे-धीरे बहती है। प्रत्येक द्रव में स्टील की गेंदे डालें। गेंदें ग्लिसरीन में जल की अपेक्षा अधिक धीमी चाल से गति करती हैं। इन प्रेक्षणों से द्रवों के एक लाक्षणिक गुण का पता चलता है। जो उनकी गति का निर्धारण करते हैं। इस गुण को **श्यानता** कहते हैं।

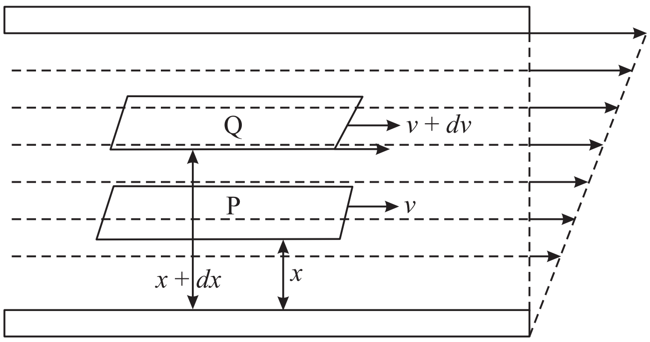


चित्र. 9.25: पानी को काँच की छड़ से घुमाना

9.7.1 श्यानता गुणांक

हम जानते हैं कि जब एक ठोस वस्तु दूसरी ठोस वस्तु के ऊपर फिसलती है तो, उनके बीच एक घर्षण बल कार्य करता है। इसी प्रकार जब एक द्रव प्रवाहित होता है तो आस-पास की दो परतें एक दूसरे पर स्पर्श रेखीय बल आरोपित करती हैं जो इनके सापेक्ष प्रवाह का विरोध करता है। *द्रव का वह गुण जिसके कारण वह समीपवर्ती परतों की सापेक्ष गति का विरोध*

करता है **श्यानता** कहलाता है। चित्र 9.26 एक नली से द्रव के प्रवाह को दर्शाता है। नली की दीवार को स्पर्श करने वाली परतें स्थिर मानी जा सकती हैं। (द्रवों तथा नली की दीवार के बीच उच्च घर्षण बल के कारण) दूसरी परतें भिन्न-भिन्न वेगों से गतिशील हैं। मान लीजिए कि सतह से x दूरी पर परत की गति υ और $x + \Delta x$ दूरी पर $\upsilon + d\upsilon$ है।



चित्र 9.26: किसी नलिका में द्रव का प्रवाह: भिन्न-भिन्न परतें भिन्न-भिन्न वेग से गति करती हैं।

अत: लम्बवत dx दूरी पर वेग में dv परविर्तन होता है। dv/dx को वेग प्रवणता कहते हैं। तरल की दो परतों के बीच कार्यकारी श्यानता बल समानुपाती होता है–

- परत के संपर्क क्षेत्रफल A, अर्थात् $F \alpha A$.
- द्रव की वेग प्रवणता के जो द्रव के प्रवाह की दिशा के लंबवत् होता है।
  अर्थात्

इनको संयुक्त करने पर $F\alpha\dfrac{dv}{dv}$

या $$F = -\eta A\,(dv/dx) \qquad (9.15)$$

जहाँ n एक आनुपातिकता नियतांक है और इसे **श्यानता गुणाँक** कहते हैं। ऋणात्मक चिह्न दर्शाता है, कि बल गति का विरोध करता है।

श्यानता गुणाँक का SI मात्रक $N\,s\,m^{-2}$ है, cgs प्रणाली में श्यानता का मात्रक पॉइज है।

$$1 \text{ पॉइज} = 0.1\ N\,s\,m^{-2}$$

श्यानता गुणाँक की विमा $[ML^{-1}\,T^{-1}]$ होती है।

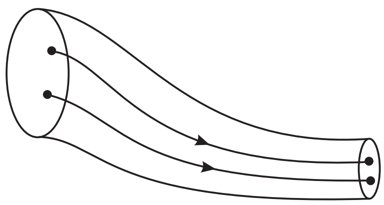
9.8 द्रव प्रवाह के प्रकार

क्या आपने कभी बाढ़ देखी है? क्या यह शहर में जल वितरण प्रणाली में प्रवाह के समान है? इन प्रश्नों का उत्तर प्राप्त करने के लिए हम द्रवों के प्रवाह का अध्ययन करते हैं।

9.8.1 धारारेखीय प्रवाह

किसी द्रव के कणों द्वारा अनुसरण किया गया पथ प्रवाह-रेखा कहलाता है। यदि पथ के किसी बिंदु से होकर गुजरने वाला प्रत्येक द्रव कण समान प्रवाह-रेखा का अनुसरण करता है तो इस प्रकार के प्रवाह को **धारा रेखीय प्रवाह** कहते हैं। किसी धारा रेखीय प्रवाह को एक वक्र या पथ द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है जिसके किसी बिंदु पर स्पर्शरेखा उस बिंदु पर द्रव प्रवाह के वेग की दिशा दर्शाती है। एक स्थिर प्रवाह में धारा रेखाएं प्रवाह रेखाओं की संपाती होती हैं।

ध्यान दीजिये कि धारा रेखीय प्रवाह में दो धारा रेखाएं आपस में एक दूसरे को कभी-कभी नहीं काटती हैं। क्योंकि कटान बिंदु से दो स्पर्श रेखाएं खींची जा सकती हैं जो द्रव के वेग की दो दिशाएं दर्शाएंगी जैसा होना संभव नहीं है। जब नली में किसी द्रव के प्रवाह का वेग क्रांतिक वेग υ_c की अपेक्षा कम होता है तो गति धारा रेखीय होती है। ऐसी स्थिति में हम धारा की संपूर्ण मोटाई को एक दूसरे पर फिसलती अनेकों समतल परतों से निर्मित मान सकते हैं। इस तरह के प्रवाह को *पटलीय प्रवाह* कहा जाता है।

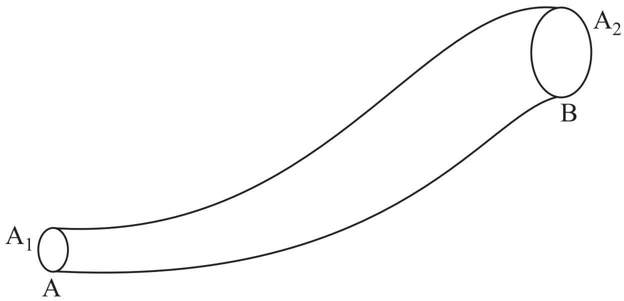


चित्र. 9.27: धारा रेखीय प्रवाह

जब बहते हुए द्रव का वेग क्रांतिक वेग υ_c से अधिक हो जाता है तो धारा रेखाएँ/प्रवाह रेखाएं आपस में मिल जाती है और प्रवाह पथ टेढ़ा-मेढ़ा हो जाता है। प्रवाह रेखाएं एक दूसरे को काटती रहती हैं। इस प्रकार की गति को ***प्रक्षुब्ध गति*** कहा जाता है।

9.8.2 सांतत्य समीकरण

यदि एक असंपीड्य, अश्यान द्रव किसी असमान अनुप्रस्थ परिच्छेद वाली नली से गुजरे तो किसी भी धारा रेखीय प्रवाह के लिए किसी बिंदु पर द्रव की चाल और उस बिंदु पर अनुप्रस्थ परिच्छेद के क्षेत्रफल का गुणनफल नियत रहता है। यदि A_1 औरA_2 नली के उन अनुप्रस्थ परिच्छेदों के क्षेत्रफल हैं जहां से द्रव नली में क्रमशः प्रवेश कर रहा है और बाहर निकल रहा है, चित्र 9.28 और υ_1 और υ_2 क्रमशः उन बिंदुओं पर द्रव की चालें हैं और ρ द्रव का घनत्व है, तो A बिंदु पर प्रवेश होने वाला द्रव एक सेकण्ड मेंυ_1 दूरी तय करता है। अतः प्रति सेकण्ड प्रवेश करने वाले द्रव का आयतन $= A_1 \times \upsilon_1$. अतः बिंदु A पर प्रवेश करने वाले द्रव का द्रव्यमान $= A_1\,\upsilon_1\,\rho$। इसी प्रकार बिंदु B पर प्रति सेंकड बाहर निकलने वाले द्रव का द्रव्यमान $= A_2\,\upsilon_2\,\rho$



चित्र. 9.28: किसी नली से प्रवाहित होता द्रव

क्योंकि नली के अंदर कहीं भी तरल एकत्रित नहीं हो रहा है। इसलिए किसी भी अनुप्रस्थ काट से प्रवाहित होने वाले द्रव का द्रव्यमान समान होना चाहिए। अत:

$$A_1 \upsilon_1 \rho = A_2 \upsilon_2 \rho$$

या

$$A_1 \upsilon_1 = A_2 \upsilon_2$$

यह व्यंजक **सांतत्य समीकरण** कहलाता है।

9.8.3 क्राँतिक वेग व रेनॉल्ड संख्या

हम जानते हैं कि जब प्रवाह की गति क्रांतिक वेग से कम होती है तो प्रवाह धारा रेखीय रहता है। लेकिन जब प्रवाह का वेग क्रांतिक वेग से अधिक हो जाता है तो प्रवाह प्रक्षुब्ध हो जाता है।

किसी द्रव के क्रांतिक वेग का मान निम्नलिखित पर निर्भर करता है:

- द्रव की प्रकृति अर्थात द्रव के श्यानता गुणांक (η) पर
- नली का व्यास (d) जिसमें से होकर द्रव प्रवाहित हो रहा है और
- द्रव का घनत्व (ρ).

प्रयोगों द्वारा सिद्ध होता है कि, $\upsilon_c \,\alpha\, \eta$; $\upsilon_c \,\alpha\, \dfrac{1}{\rho}$ और $\upsilon_c \,\alpha\, \dfrac{1}{d}$.

अर्थात

$$\upsilon_c = R.\eta/\rho\, d \qquad (9.16)$$

जहाँ पर R आनुपातिकता स्थिरांक है और इसे **रेनॉल्ड संख्या** कहा जाता है। इसकी कोई विमा नहीं होती। प्रयोगों द्वारा सिद्ध होता है कि प्रवाह पटलीय होता है यदि R 1000 से कम हो 1000 और 2000 के बीच R के मान के लिए प्रवाह अस्थिर और R का मान 2000. से अधिक होने पर प्रवाह प्रक्षुब्ध हो जाता है।

उदाहरण 9.1: हृदय चक्र के विश्राम के भाग के समय धमनी रक्त की औसत चाल लगभग 30 cm s^{-1} होती है। यदि रक्त का घनत्व 1.05 g cm^{-3}; और $\eta = 4.0 \times 10^{-2}$ पॉइज हो तो बताइए प्रवाह पटलीय है या प्रक्षुब्ध?

हल:(9.16) रेनॉल्ड संख्या $R = \upsilon_c\ \rho\, d/\eta$.

$$R = \frac{(30\ \text{cm s}^{-1}) \times 2\,\text{cm} \times (1.05\,\text{g cm}^{-3})}{(4.0 \times 10^{-2}\,\text{g cm}^{-1}\text{s}^{-1})}$$

$$= 1575$$

चूंकि $1575 < 2000$, अत: प्रवाह अस्थिर है।

9.9 स्टोक्स-नियम

सर जार्ज स्टोक्स ने υ. वेग से बहने वाले η श्यानता गुणाँक के अधिक श्यान द्रव में स्वतंत्र रूप से गिरने वाले r त्रिज्या के एक चिकने गोलीय पिंड पर उसकी गति की विपरीत दिशा में लगने वाले स्पर्शरेखीय श्यानबल को मापने के लिए एक नियम बताया। इस नियम को **स्टोक्स नियम** कहते है।

स्टोक्स नियम के अनुसार

$$F \,\alpha\, \eta\; r\, \upsilon$$

या

$$F = K\, \eta\, r\, \upsilon$$

जहाँ पर K आनुपातिकता नियतांक है। इसका मान प्रयोगों द्वारा 6π. प्राप्त किया गया है।

अत: स्टोक्स नियम को इस प्रकार लिखा जा सकता है:

$$F = 6\pi\, \eta\, r\, \upsilon \qquad (9.17)$$

इस नियम को विमाओं की विधि से भी प्राप्त किया जा सकता है। स्टोक्स के अनुसार, श्यान बल निम्न बातों पर निर्भर करता है:

- माध्यम के श्यानता गुणाँक (η)
- गोलीय निकाय की त्रिज्या (r)
- निकाय का वेग (υ)

तब

$$F \,\alpha\, \eta^a\; r^b\, \upsilon^c$$

या

$$F = K\, \eta^a\; r^b\, \upsilon^c$$

जहाँ K आनुपातिकता नियतांक है।

दोनों ओर की विमाऐं लेने पर

$$[\mathrm{MLT^{-2}}] = [\mathrm{ML^{-1}T^{-1}}]^a\, [\mathrm{L}]^b\, [\mathrm{LT^{-1}}]^c$$

या

$$[\mathrm{MLT^{-2}}] = [\mathrm{M}^a\, \mathrm{L}^{-a+b+c}\, \mathrm{T}^{-a-c}]$$

दोनों ओर की घातों की तुलना करने पर $a = b = c = 1$.

इसलिए

$$F = K\, \eta\, r\, \upsilon$$

9.9.1 अंतिम वेग (Terminal Velocity)

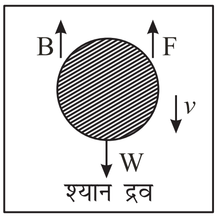
हम एक r त्रिज्या और ρ घनत्व के गोलाकार पिण्ड के σ.घनत्व के द्रव में गिरने पर विचार करते हैं।

निकाय पर लगने वाले बल इस प्रकार हैं:

(i) वस्तु का भार **W** नीचे की ओर

(ii) श्यानबल **F** ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर

(iii) उत्प्लावन बल **B** ऊपर की ओर,



चित्र. 9.29 : एक श्यान द्रव में गिरते हुए गोले पर लगने वाला बल

इन बलों के प्रभाव से किसी विशेष क्षण पर पिंड पर लगने वाला कुल बल शून्य हो जाता है (चूंकि श्यानता वेग वृद्धि के साथ बढ़ती है) और तब पिंड एक स्थिर वेग से नीचे गिरता है जिसे **अंत्य वेग** (Terminal velocity) कहते है। हम जानते हैं कि इन बलों के परिमाण हैं:

$$\text{श्यान बल } F = 6\pi \eta r v_0$$

जहाँ v_0 अंतिम वेग है।

$$W = (4/3)\, \pi r^3 \;\rho g$$

और

$$B = (4/3)\, \pi r^3 \;\sigma g$$

क्योंकि नेट बल शून्य है इसलिए

$$6\pi \eta r v_0 = \frac{4}{3} \pi r^3 \;\rho g - \frac{4}{3} \pi r^3 \;\sigma g$$

या अंतिम वेग

$$v_0 = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9\eta} \qquad (9.18)$$

9.9.2 स्टोक्स नियम के उपयोग

(A) पैराशूट

जब एक सैनिक उड़ते हुए जहाज से कूदता है तो वह गुरुत्वीय त्वरण g के कारण नीचे गिरता है। लेकिन स्टोक्स के अनुसार वायु में पश्चश्यान बल के कारण त्वरण कम होता जाता है और वह एक अंतिम वेग प्राप्त कर लेता है। सैनिक तब एक नियत वेग से नीचे गिरता है और जमीन के निकट एक नियत ऊँचाई पर अपना पैराशूट खोल लेता है और अपने लक्ष्य के निकट सुरक्षित उतर जाता है।

B. वर्षा की बूंदों का वेग

जब वर्षा की बूंदे गुरुत्वीय बल के कारण नीचे गिरती है तो वायु का श्यानकर्षण बल उनकी गति का विरोध करता है। जब श्यान बल गुरुत्वीय बल के बराबर हो जाते हैं तो, बूंद एक

अंतिम वेग प्राप्त कर लेती है। इसलिए धरती पर पहुँचने वाली वर्षा की बूंदों की गतिज ऊर्जा बहुत अधिक नहीं होती।

उदाहरण 9.2: हवा से होकर गुजरने वाली वर्षा की बूंद की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसका अंतिम वेग 0.12 m s^{-1}. Given $\eta = 1.8 \times 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$, $\rho = 1.21 \text{ kg m}^{-3}$, $\sigma = 1.0 \times 10^{3} \text{ kg m}^{-3}$ and $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$.

हल: अंतिम वेग

$$v_0 = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9\eta}$$

या

$$r = \sqrt{\frac{9\eta\, v_0}{2(\rho - \sigma)g}}$$

$$= \sqrt{\frac{9 \times 1.8 \times 10^{-5} \times 0.12}{2\,(1000 - 1.21)\,9.8}} \text{ m}$$

$$= 10^{-5} \text{ m}$$

पाठगत प्रश्न 9.4

1. धारारेखीय एवं प्रक्षुब्ध प्रवाह में अतर स्पष्ट कीजिए।
2. क्या किसी बहते हुए द्रव में दो धारारेखाएं एक दूसरे को काट सकती हैं?
3. किसी श्यान द्रव के लिए क्रॉतिक वेग किन-किन भौतिक राशियों पर निर्भर करता है?
4. एक 0.01m त्रिज्या की वर्षा की बूंद के लिए अंतिम वेग ज्ञात कीजिए। दिया है वायु का श्यानता गुणांक $1.8 \times 10^{-5} \text{ N s m}^{-2}$ वायु का घनत्व 1.2 kg m^{-3}. पानी का घनत्व $= 1000 \text{ kg m}^{-3}$. Take $g = 10 \text{ m s}^{-2}$.
5. एक गिलास में रखे द्रव को मथने के बाद कुछ देर रख देने पर द्रव स्थिर हो जाता है, क्यों?

9.10 बर्नूली का सिद्धांत

क्या आपने कभी सोचा खरगोश कुत्ते के बिल में हवा कैसे परिसंचालित होती है? चिमनी से धुआँ एकदम कैसे बाहर आ जाता है। कार का परिवर्त्य शीर्ष तेज चाल में ऊपर को क्यों उभर जाता है? आँधी में आपने अपने छातों को ऊपर की ओर पलटता देखा होगा। इन सभी बातों को बर्नूली के सिद्धांत के आधार पर समझा जा सकता है।

9.10.1 एक प्रवाही तरल की ऊर्जा

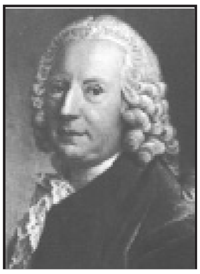
प्रवाही तरल पदार्थों में तीन प्रकार की ऊर्जा होती है। हम गतिज और स्थितिज ऊर्जा से सुपरिचित है। तरलों की तीसरे प्रकार की ऊर्जा उनकी दाब ऊर्जा हैं। यह तरलों में दाब के कारण होती है।

दाब ऊर्जा, दाब में अंतर और इसके आयतन के गुणनफल के बराबर होती है। यदि m द्रव्यमान के एक द्रव का अल्पांश (अवयव) जिसका घनत्व d है, एक दाबान्तर p, के अंतर्गत गतिमान है, तो

$$\text{दाब ऊर्जा} = p \times (m/d) \text{ joule}$$

$$\text{दाब ऊर्जा प्रति इकाई द्रव्यमान} = (p/d) \text{ J kg}^{-1}$$

डेनियल बर्नूली (1700-1782)



स्विस भौतिक शास्त्री एवं गणितज्ञ डेनियल बर्नूली का जन्म 8 फरवरी 1700 में गणितज्ञों के परिवार में हुआ। उन्होंने द्रवगतिकी में महत्वपूर्ण योगदान दिया। उनका प्रसिद्ध कार्य, ''हाइड्रोडाइनेमिका'' 1738 में प्रकाशित हुआ। उन्होंने दाब व ताप में परिवर्तन के साथ गैसों की प्रकृति में परिवर्तन (व्यवहार में परिवर्तन) की व्याख्या की, जिससे गैसों के गतिज सिद्धांत का विकास हुआ।

उन्हें गणितीय भौतिकी का संस्थापक माना जाता है। बर्नूली का सिद्धांत रसायन प्रयोगशालाओं में निर्वात उत्पन्न करने के लिए किया जाता है। इसके लिए एक बर्तन को एक नली से जोड़ दिया जाता है जिससे होकर पानी तेजी से गुजरता है।

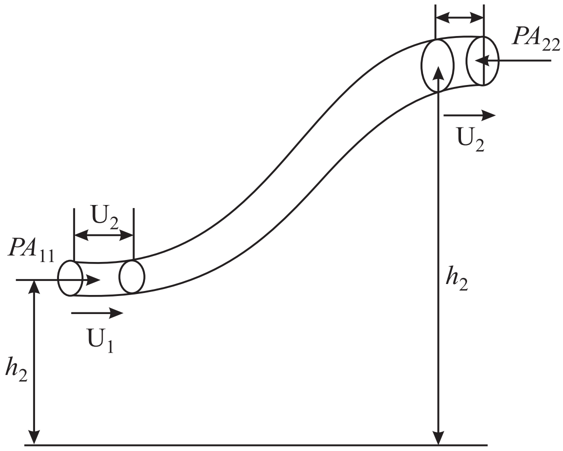
9.10.2 बर्नूली का समीकरण

बर्नूली ने एक समीकरण विकसित किया जो कि इस सिद्धांत को मात्रात्मक रूप से अभिव्यक्त करता है। इस समीकरण को विकसित करने के लिए तीन महत्वपूर्ण अभिधारणायें की गयी हैं।

1.तरल असंपीड्य है अर्थात् जब यह चौड़े मुँह की नली से संकरे मुंह की नली में प्रवेश करता है तो इसका घनत्व अपरिवर्तनीय रहता है।

2.तरल अश्यान है यानि कि इसकी व्युत्पत्ति में श्यानता के प्रभाव को ध्यान में नहीं रखा जाता।

3.तरल की गति धारारेखीय होती है।



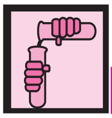
चित्र. 9.30

हम एक परिवर्ती अनुप्रस्थ परिच्छेद के क्षेत्रफल वाली प्रवाहनली लेते हैं जैसा चित्र 9.30 में दर्शाया गया है। माना बिंदु A पर दाब P_1, अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल A_1, प्रवाह का वेग v_1, धरातल से ऊचॉई h_1 है तथा B पर दाब P_2 ,अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल A_2 प्रवाह वेग υ_2, तथा धरातल से ऊँचाई h_2 है।

क्योंकि A और B प्रवाहनली पर कोई भी दो बिंदु हो सकते है; अत: बर्नूली का समीकरण इस प्रकार लिखा जा सकता है।

P + 1/2 $dv^2 + h\,dg$ = स्थिरांक

अर्थात किसी तरल की दाब ऊर्जा, गतिज ऊर्जा और स्थितिज ऊर्जा के योग का मान धारारेखीय प्रवाह के लिए स्थिर होता है।



क्रियाकलाप 9.4

चित्र. 9.31

1. अपने हाथ में कागज की एक शीट लें।
2. कागज के क्षैतिज भाग को चित्र 9.31 की भांति थोड़ा नीचे मोड़ें।
3. कागज की लंबाई पर क्षैतिज फूंक मारें।

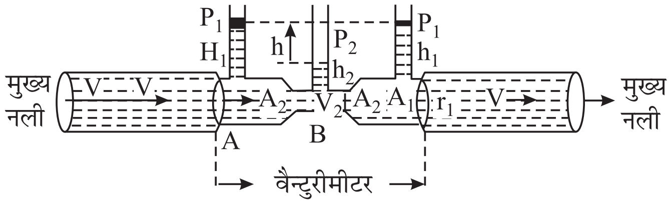
कागज को ध्यान से देखें। यह ऊपर उठ जाता है क्योंकि कागज के ऊपर वायु की चाल बढ़ जाती है और कागज़ के ऊपरी भाग पर दाब कम हो जाता है।

9.10.3 बर्नूली के प्रमेय के अनुप्रयोग

हमारे जीवन में बर्नूली के सिद्धांत के कई अनुप्रयोग हैं। बर्नूली के सिद्धांत के आधार पर कुछ सामान्य रूप से प्रेक्षित घटनाओं की व्याख्या की जा सकती है।

A. प्रवाहमापी या वेंटुरीमीटर

यह एक ऐसा उपकरण है जो नली में बहते हुए द्रव के प्रवाह की दर को मापने के लिए प्रयोग में लाया जाता है। उपकरण को प्रवाह नली में प्रवेश कराया जाता है (चित्र. 9.32) इसमें एक दाबमापी होता है। जिसमें दो नलियां एक ऐसी नली से जुड़ी होती हैं जिसके दो सिरों A और B के अनुप्रस्थकाटों के क्षेत्रफल क्रमशः A_1 और A_2 हैं। मान लीजिए कि मुख्य नली की क्षैतिज ऊँचाई *h* है। तब बेन्टुरीमीटर से द्रव के स्थिर प्रवाह के लिए बर्नूली के प्रमेय का उपयोग करने पर,



चित्र 9.32: वैन्टुरीमीटर

A पर कुल ऊर्जा = B पर कुल ऊर्जा

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + mgh + \frac{mp_1}{d} = \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh + \frac{mp_2}{d}$$

अर्थात,

$$(p_1 - p_2) = \frac{d}{2}(v_2^2 - v_1^2) = \frac{v_1^2 d}{2}\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 - 1 \qquad (9.19)$$

यह दर्शाता है कि अधिक वेग वाले बिंदुओं पर दाब का मान कम होता है (क्योंकि दाब ऊर्जा और गतिज ऊर्जा के योग का मान स्थिर रहता है। यह ***वेंचुरी सिद्धांत*** कहलाता है।

बेन्टुरीमीटर में स्थिर प्रवाह के लिए

A बिंदु पर पहुँचने वाले जल का आयतन = A बिंदु से बाहर निकलने वाले जल का आयतन

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad (9.20)$$

द्रव को असंपीड्य माना गया है अर्थात् संकरे भाग में द्रव का वेग अधिक होता है और चौड़े सिरे पर द्रव का वेग कम होता है।

इस परिणाम को (9.19) में प्रयोग करने पर हम निष्कर्ष निकालते हैं कि संकरे सिरों पर दाब कम होता है।

$$p_1 - p_2 = \frac{v_1^2 d}{2}\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1$$

$$= \frac{1}{2} d v_1^2 \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \quad 1$$

अर्थात
$$v_1 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{d\left(\frac{A_1^2}{A_2^2}\right) - 1}} \qquad (9.21)$$

यदि वेन्टुरीमीटर के दो फलकों के बीच स्तर भिन्नता h हो तो

$$p_1 - p_2 = h\,d\,g$$

और
$$v_1 = \sqrt{2hg/[(A_1^2/A_2^2) - 1]}$$

इससे हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $v_1 \propto \sqrt{h}$ चूंकि एक वेन्टुरीमीटर के लिए अन्य सभी प्राचल नियत होते हैं।

इस प्रकार $v_1 = K\sqrt{h}$; जहाँ पर एक K स्थिरांक है।

प्रति सेकण्ड प्रवाहित होने वाले द्रव का आयतन

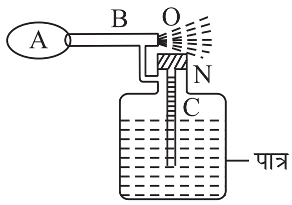
$$V = A_1 v_1 = A_1 \times K\sqrt{h}$$

या
$$V = K'h$$

जहाँ पर $K' = K A_1$ एक दूसरा स्थिरांक है।

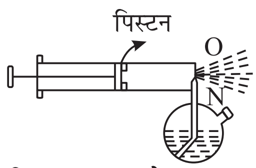
बर्नूली के सिद्धांत का उपयोग अनेक उपकरणों में किया जाता है। जैसे कणित्र (एटोमाइजर), स्प्रेगन, बुनसेन-ज्वालक, कार्बुरेटर, एयरोफॉयल आदि।

(i) कणित्र : कणित्र चित्र 9.33 में दर्शाया गया है। जब रबर बल्ब A को दबाया जाता है तब हवा B नली के संकरे द्वार से उच्च वेग से निकलती है और इस कारण इसके आस-पास कम दाब का क्षेत्र निर्मित हो जाता है। द्रव (इत्र या रंग) बर्तन से नली में ऊपर की ओर प्रवाहित होने लगता है और नोजल N. से बाहर निकलता है। जब द्रव नोजल में पहुँचता है तो हवा की धारा नली B से इसे बारीक फुहार के रूप में बहाती है।



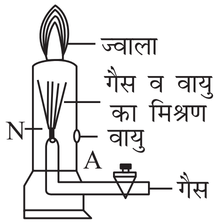
चित्र. 9.33 : कणित्र

(ii) स्प्रेगन : जब पिस्टन अंदर की तरफ आता है तो यह संकरे रंध्र 'O' से हवा को अधिक वेग से निकालता है जिसके कारण आसपास कम दाब का क्षेत्र बन जाता है, द्रव बर्तन के सिरे (किनारे) से जुड़ी पतली नली से, जो ठीक 'O'. के नीचे खुलती है, खींच लिया जाता है। पिस्टन से निकलने वाली हवा के द्वारा नली के किनारे पहुँचने पर द्रव बारीक फुहार के रूप में छिड़क दिया जाता है।



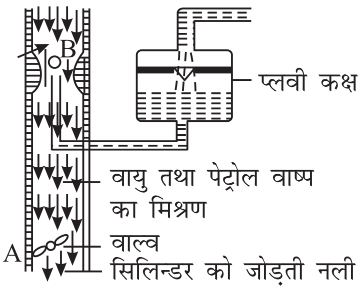
चित्र. 9.34 : स्प्रेगन

(iii) बुन्सेन ज्वालक : जब गैस नोजल N से बाहर निकलती है तो उसका वेग अधिक होने के कारण इसके आस–पास दाब कम हो जाता है, इसके साथ हवा पार्श्व छिद्र A से अंदर की ओर तेजी से बढ़ती है और गैस में मिल जाती है। यह मिश्रण प्रज्वलित करने पर गरम नीली लौ के साथ जलने लगता है।



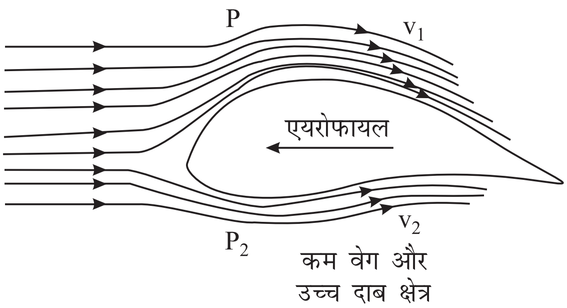
चित्र. 9.35 : बुन्सन ज्वालक

(iv) कार्बुरेटर : कार्बुरेटर चित्र 9.36 में दर्शायी गई एक ऐसी युक्ति है जो मोटर कार के इंजन के सिलिंडर को हवा और पेट्रोल का समुचित (संतुलित) मिश्रण प्रदान करने के लिए उपयोग में लायी जाती है। इंजन के सिलिन्डर के अंदर मिश्रण के जलने से ऊर्जा निकलती है। पेट्रोल को प्लवी कक्ष में रखा जाता है। पिस्टन की गति के कारण किनारे A पर दाब कम हो जाता है। इसी कारण वायु बाहर से अंदर की ओर अधिक वेग से पहुँचती है। यही कारण है कि नोजल B पर दाब कम हो जाता है। (B पर संकरे मार्ग के कारण वहाँ पर खिंची गई वायु का वेग अधिक हो जाता है)। अत: B नोजल से पेट्रोल बाहर आ जाता है जो अंदर आने वाली (बाहर से) वायु से मिल जाता है। तब वाष्पीकृत पेट्रोल और वायु (ईंधन) A नली से होता हुआ सिलिन्डर में पहुँच जाता है।



चित्र. 9.36 : कार्बुरेटर

कभी–कभी जब कार्बन या अपद्रव्य इकठ्ठा हो जाने से नॉजल B बंद है तो इससे पेट्रोल का प्रवाह रुक जाता है और ईंधन न जाने के कारण काम करना बंद कर देता है। अत: नोजल को खोल कर साफ किया जाता है।



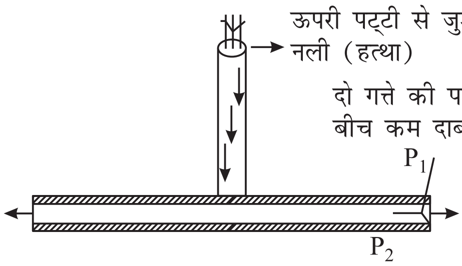
चित्र. 9.37 : प्रवाह रेखाओं का ऊपरी सिरे पर जमा होना

(v) एयरोफायल : जब कोई ठोस वायु में घूमता या गति करता है तो प्रवाह रेखाएं बन जाती हैं। वायुयान का आकार विशेष रूप से बनाया जाता है जैसा कि चित्र 9.37 में दर्शाया गया है जब वायुयान अपने पथ पर दौड़ता है तो उच्च वेग वाली प्रवाह रेखाएं बन जाती हैं। ऊपरी

सिरे पर प्रवाह रेखाओं की अधिकता के कारण वहां वायु का वेग बढ़ जाता है, और यह अपेक्षाकृत कम दाब का क्षेत्र बन जाता है। इस दाब में अंतर के कारण वायुयान पर एक बल ऊपर की ओर लगने लगता है और वह ऊपर उठ जाता है।

''प्रवाह रेखाओं की अधिकता के कारण उस क्षेत्र पर वायु वेग अधिक रहता है और दाब कम हो जाता है'' इस सिद्धांत पर आधारित कुछ मनोरंजक उदाहरण नीचे दिए जा रहे हैं।

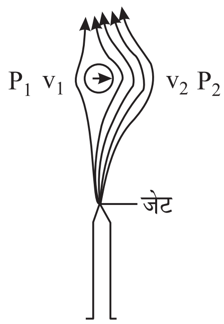
(a) आकृष्ट मंडलक (चक्रिका) विरोधाभास : जब दो गत्ते की पट्टियों के बीच एक संकरी नली नुमा हत्थे द्वारा वायु फूंकी जाती है और ऊपरी पट्टी को इस हत्थे की सहायता से उठाया जाता है तो निचली पट्टी ऊपरी पट्टी के साथ ही उठ जाती है। इसे आकृष्ट मंडलक विरोध ाभास कहते है:



चित्र. 9.38 : आकृष्ट मंडलक (चक्रिका) विरोधाभास

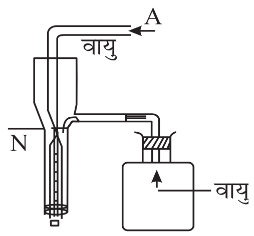
(b) पिंग पांग गेंद का जल के जेट के ऊपर नाचना:

यदि एक हल्की खोखली गेंद (पिंग पॉग या टेबल टेनिस की गेंद) को ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर जेट युक्त नली से निकलने वाली जल की धारा में रखें तो यह पृथ्वी पर न गिरकर इधर-उधर नाचने लग जाती है (चित्र 9.39)। जब गेंद बायीं ओर चली जाती है तब अधिक वेग वाला क्षेत्र बनाती हुई जेट की अधिकतर धारायें इसके दाहिने ओर से गुजरती हैं और इस प्रकार बायीं ओर की अपेक्षा इसके दायीं ओर दाब कम हो जाता है और गेंद पुनः मध्य धार की ओर धकेल दी जाती है।



चित्र. 9. 39: नाचती हुई पिंग पांग गेंद

(c) जल निर्वात पंप या चूषित्र या छन्ना पंप (फिल्टर पम्प): चित्र 9.40 में सामान्य से थोड़ा कम दाब बनाने के लिए फिल्टर पंप दर्शाया गया है। संकरे जेट वाली नली A के माध्यम से बाहर निकलने के लिए टोंटी से जल छोड़ा जाता है। नोजल का द्वारक छोटा होने से वेग अधिक हो जाता है। इस प्रकार नोजल N के चारों ओर कम दाब वाला क्षेत्र बन जाता है। इसलिए नली B के माध्यम से पात्र को रिक्त करने के लिए हवा खींच ली जाती है। यह हवा बाहर चली जाती है। कुछ मिनटों के पश्चात इस प्रकार पंप से बर्तन में हवा का दाब मर्करी के लगभग तक 1 cm कम हो जाता है। .



चित्र. 9.40 : फिल्टर पंप

(d) क्रिकेट की गेंद का लहराना (स्विंग करना)

जब एक क्रिकेट खिलाड़ी एक घूमती हुई गेंद फेंकता है तो यह हवा में एक वक्राकार पथ पर चलती है। इसे गेंद का लहराना (स्विंग करना) कहते हैं। जैसा कि चित्र (9.41) से स्पष्ट है जब एक गेंद आगे बढ़ती है तो गेंद द्वारा रिक्त किए स्थान पर υ वेग से वायु आ जाती है। जब गेंद चक्कर खाती है तो इसके चारों ओर की वायु भी इसके साथ चलती है, (माना कि u वेग से) तो गेंद के ऊपर वायु का परिणामी वेग $(\upsilon - u)$ और नीचे $(\upsilon + u)$ होता है। अत: गेंद के ऊपर और नीचे दाबान्तर के कारण गेंद का पथ वक्राकार हो जाता है।

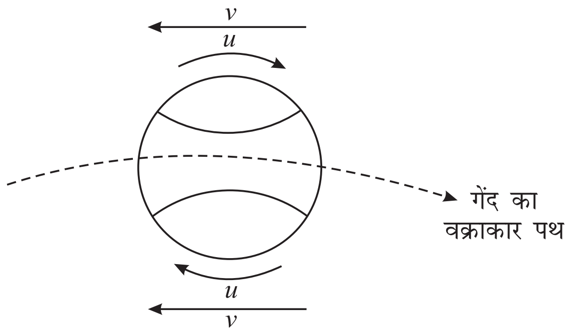
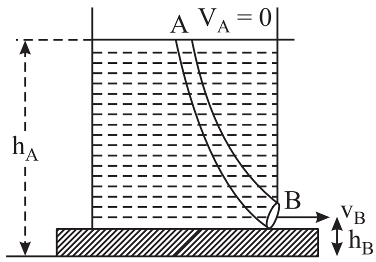


Fig. 9.41 : क्रिकेट गेंद का लहराना

उदाहरण 9.3:किसी बड़े टैंक की दीवार की तली में स्थित छोटे छिद्र से जल बाहर आता है। टैंक में जल स्तर की ऊँचाई यदि 2.5 m हो तो जल के बहाव की चाल क्या होगी?

हल: माना कि तली के पास B छिद्र है, A से B तक जल प्रवाह के लिए प्रवाह नलिका की कल्पना करें। बहुत कम द्रव्यमान m के धारा रेखीय प्रवाह के लिए हम बिंदु A और बिंदु B पर बर्नूली के सिद्धांत को उपयोग में ला सकते हैं।



चित्र. 9.42

B पर कुल ऊर्जा = A पर कुल ऊर्जा

A, बिंदु पर $\upsilon_A = 0$, $p_A = p$ = (वायुमण्डलीय दाब),
h = भूमि से ऊँचाई

B, बिंदु पर $\upsilon_B = \upsilon = ?, p_B = p, h_B$ = भूमि से छिद्र की ऊँचाई

माना $h_A - h_B$ = H = पात्र के द्रव स्तर की ऊँचाई = 2.5 m

d = जल का घनत्व

बर्नूली के प्रमेय का उपयोग करके व मान प्रतिस्थापित करने पर

$$\tfrac{1}{2} m\, \upsilon_B^2 = mg\,(h_A - h_B)$$

या

$$\upsilon_B = \sqrt{2g(h_A - h_B)}$$

$$= \sqrt{2 \times 9.8 \times 2.5}$$

$$= 7 \text{ m s}^{-1}$$

पाठगत प्रश्न 9.5

1. आँधी में बहुधा टिन की छतें उड़ जाती हैं। बर्नूली समीकरण किस प्रकार इसकी व्याख्या कर सकता है।
2. पौधों को सींचने के लिए जब आप जल के पाइप के मुँह को दबाते हैं तो जल अधिक दूरी तक चला जाता है। क्यों?
3 एक प्रवाही द्रव के विषय में बर्नूली का प्रमेय प्रयोग किये जाने की क्या आवश्यक शर्ते है?
4. असमान अनुप्रस्थ परिच्छेद की एक क्षैतिज नली, में जल बह रहा है। एक बिंदु A पर दाब व वेग 20 mm पारे का दाब और 0.20 m s^{-1}. हैं, दूसरे बिंदु B पर दाब क्या होगा, जहाँ पर वेग 1.50 m s^{-1} है?
5. क्रिकेट के मैच में गेंदबाज क्रिकेट की गेंद को केवल एक ओर से क्यों चमकाते हैं?

आपने क्या सीखा

- द्रव के मुक्त तल से h गहराई नीचे द्रव स्थैतिक दाब $P = hdg$ होता है, जहाँ d द्रव का घनत्व है।
- किसी तरल में डूबी हुई वस्तु पर कार्य करने वाला ऊर्ध्वाधर बल उत्प्लावक बल कहलाता है।
- पास्कल के नियम के अनुसार परिबद्ध द्रव की स्थिर अवस्था में जब किसी स्थान पर दाब डाला जाता है तो यह पूरे द्रव में और पात्र की दीवारों में बिना कम हुए संचरित हो जाता है।
- द्रव पृष्ठ पर स्थित अणुओं में एक स्थितिज ऊर्जा होती है जिसे पृष्ठ ऊर्जा कहते हैं।
- पृष्ठ तनाव की परिभाषा इस प्रकार दी जा सकती है– ‘‘ किसी द्रव की सतह पर खींची काल्पनिक रेखा की प्रति इकाई लम्बाई पर लगने वाले बल को पृष्ठ तनाव कहते हैं इसे न्यूटन प्रति मीटर में मापा जाता है।
- किसी द्रव का पृष्ठ तनाव वह गुण है जिसके कारण द्रव पृष्ठ किसी तनी झिल्ली की तरह व्यवहार करता है।
- किसी द्रव के तल पर खींची गई स्पर्श रेखा तथा द्रव के भीतर बर्तन की दीवार के बीच के कोण को स्पर्श कोण कहते हैं।
- केशिका नली में द्रव का तल अवतल गोलीय या उत्तल गोलीय होता है। यह वक्रता पृष्ठ तनाव के कारण होती है।

  केशिका में द्रव का चढ़ाव (उन्नयन) $h = \dfrac{2T\cos\theta}{r\,d\,g}$

- द्रव सतह के अवतल भाग (त्रिज्या r) में अतिरिक्त दाब P का मान निम्नलिखित होता है।

  $P = \frac{2T}{R}$, जहाँ पर T द्रव का पृष्ठ तनाव है।

  द्रव के भीतर वायु के बुलबुले के लिए, $P = \frac{2T}{R}$,

  वायु में साबुन के बुलबुले के लिए, $P = \frac{4T'}{r}$, जहाँ पर T' साबुन के घोल का पृष्ठ तनाव।

- डिटर्जेंट कपड़ों को अधिक साफ करते हैं क्योंकि वे जल-तेल का पृष्ठ तनाव कम करते हैं।

- तरल का वह गुण जिसके कारण यह अपनी समीपवर्ती परतों के बीच की सापेक्ष गति का विरोध करता है, श्यानता कहते हैं।

- क्राँतिक वेग (υ_c) से द्रव प्रवाह वेग का मान अधिक हो जाने पर प्रवाह प्रक्षुब्ध हो जाता है। यह द्रव की प्रकृति और नली की त्रिज्या पर निर्भर करता है अर्थात् (η, ρ और d) पर।

- किसी द्रव का श्यानता गुणाँक स्पर्शरेखीय पश्चगामी श्यानबल के रूप में परिभाषित किया जा सकता है जो इकाई वेग प्रवणता के क्षेत्र में परस्पर संपर्क वाली दो समीपवर्ती परतों के बीच इकाई क्षेत्रफल पर कार्य करता है।

- स्टोक्स नियम बताता है कि यदि r त्रिज्या वाला गोलीय पिंड η श्यानता गुणाँक वाले द्रव में 'υ' वेग से गिरता है तो उस पर स्पर्शरेखीय पश्चगामी श्यान बल,

  $$F = 6\pi \eta r \upsilon.$$

- बर्नूली का प्रमेय बतलाता है कि स्थायी रूप से बहने वाले असंपीड्य द्रव के द्रव्यमान (m) के किसी कण की कुल ऊर्जा प्रवाह के दौरान सदैव स्थिर रहती है। प्रवाह नली के किन्हीं दो बिन्दुओं A तथा B पर बर्नूली के सिद्धांत का गणितीय रूप निम्नवत है

  $$\frac{1}{2} m v_A^2 + m g h_A + \frac{mP_A}{d} = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g h_B + \frac{mP_B}{d}$$

पाठांत प्रश्न

1. किसी द्रव स्तंभ के कारण स्थैतिक दाब के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए।
2. पास्कल का नियम लिखिए। हाइड्रॉलिक प्रेस की कार्यप्रणाली समझाइए।
3. पृष्ठ तनाव को परिभाषित कीजिए तथा इसका विमीय सूत्र ज्ञात कीजिए।

4. एक प्रयोग का वर्णन कीजिए जिससे यह दर्शाया जा सके कि द्रवों के पृष्ठ तनी हुई झिल्ली की भाँति व्यवहार करते हैं।

5. किसी बर्तन में रखे द्रव के कारण 0.9 m की गहराई पर द्रवस्थैतिक दाब $3.0\ N\ m^2$. है। इस बर्तन में 0.8m गहराई पर पार्श्व की दीवार के एक छिद्र में द्रवस्थैतिक दाब की गणना कीजिए।

6. किसी हाइड्रॉलिक प्रेस में 1000 kg द्रव्यमान के एक भारी पत्थर को उठाने के लिए कितने भार की आवश्यकता होगी? दिया है– दोनों पिस्टनों के अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल का अनुपात 5 है। क्या मशीन द्वारा किया गया कार्य मशीन पर किए गए कार्य से अधिक है? व्याख्या करें।

7. केशिका नली में भरे द्रव का ऊपरी खुला पृष्ठ उत्तल है। यदि F_a= आसंजन बल F_c= संसंजन बल θ = स्पर्शकोण, तो निम्नलिखित में कौन सा संबंध सही है?
(a) $F_a > F_c \sin\theta$; (b) $F_a < F_c \sin\theta$; (c) $F_a \cos\theta = F_c$; (d) $F_a \sin\theta > F_c$

8. एम समान त्रिज्या की 1000 बूंदे आपस में मिलकर एक बड़ी जलबूंद बनाती है। जल की बूंद के ताप में क्या परिवर्तन होगा? क्यों?

9. केशिकार्षण क्या है? किसी केशिका नली में द्रव के चढ़ने और उतरने को कौन-कौन से कारक प्रभावित करते हैं?

10. 0.05 m लंबी और 0.2×10^{-3} m त्रिज्या वाली एक केशिका नली को 1000 kg m^3 घनत्व वाले द्रव में डुबोया जाता है। केशिका नली में द्रव के उन्नयन (चढ़ाव) की गणना करें। द्रव का पृष्ठ तनाव $7.27 \times 10^{-2}\ N\ m^{-1}$ है।

11. हवा में पानी के बुलबुले बनाना कठिन है जबकि साबुन के बुलबुले बनाना आसान है। क्यों?

12. तेल लगे कपड़ों को धोने के लिए साबुन के स्थान पर डिटर्जेंट का प्रयोग क्यों किया जाता है?

13. दो एक समान गोलाकार गुब्बारों को वायु भरकर विभिन्न साइजों में फुलाया गया है। दोनों को एक पतली नली से जोड़ दिया जाता है। निम्नलिखित प्रेक्षणों में से आपकी राय में कौन सा प्रेक्षण संभावित है?
   (i) छोटे गुब्बारे से वायु बड़े गुब्बारे में प्रवाहित होगी और तब तक होती रहेगी जब पर पूरी वायु उसमें न चली जाए।
   (ii) बड़े गुब्बारे से प्रवाहित होकर वायु छोटे गुब्बारे में जाएगी जब तक कि दोनों में बराबर हवा न हो जाए।

   उपरोक्त प्रश्न में यदि गुब्बारों को विभिन्न साइज के बुलबुलों से प्रतिस्थापित कर दिया जाए तो आपका उत्तर क्या होगा?

14. किसमें अधिक दाब की आवश्यकता होगी, 3 cm त्रिज्या के वायु के बुलबुलों को साबुन के घोल के भीतर बनाने में या 3 cm त्रिज्या के ही साबुन के बुलबुले को वायु में बनाने में?

15. पटलीय और प्रक्षुब्ध प्रवाह में अंतर स्पष्ट करें और तत्पश्चात क्रांतिक वेग को परिभाषित कीजिए।

16. श्यानता और श्यानता गुणाँक को परिभाषित कीजिए। जल और ग्लिसरीन में कौन अधिक श्यान है? क्यों?

17. रेनाल्ड संख्या क्या है? इसका महत्व क्या है? रेनॉल्ड संख्या के आधार पर क्रांतिक वेग को परिभाषित कीजिए।

18. बर्नूली के सिद्धांत का वर्णन करें। वायुयान की बॉडी का डिजाइन तैयार करने में इसके उपयोग की चर्चा कीजिए।

19. व्याख्या कीजिए कि ऐसा क्यों होता है:

(i) घूमती हई टेनिस की गेंद वक्रीय मार्ग का अनुसरण करती है।

(ii) पानी के पाइप के द्वारक के खुले मुँह को दबाकर कम किया जाता है तो प्रवाह का वेग बढ़ जाता है।

(iii) एक पिंग पॉग गेंद पृथ्वी पर गिरे बगैर पानी के जेट पर नाचती रहती है।

(iv) श्यान तरल में गिरने वाली एक छोटी गोलीय गेंद कुछ समय पश्चात एक स्थिर वेग प्राप्त कर लेती है।

(v) यदि पारे को कॉच की समतल प्लेट पर ऊपर से उड़ेल दिया जाए तो यह छोटे-छोटे गोलीय बूंदों (कणों) में बिखर जाता है।

20. 0.8 mm व्यास वाले हवा के बुलबुले का अंतिम वेग ज्ञात कीजिए जो $0.15\ kg\ m^{-1}\ s^{-1}$ की श्यानता और $0.9\ g\ m^{-3}$ घनत्व वाले द्रव में ऊपर उठ रहा है। उसी बुलबुले का अंतिम वेग क्या होगा जब वह जल में ऊपर आ रहा हो? जल के लिए $\eta = 10^{-2}\ kg\ m^{-1}\ s^{-1}$।

21. 0.2 m व्यास वाली एक पाइप लाइन में जल प्रवाहित हो रहा है। इसमें 0.1 m व्यास वाला संकीर्णन है। यदि 0.2 m व्यास वाले पाइप में जल का वेग $2\ m\ s^{-1}$ है तो, परिकलित कीजिए

(i) संकीर्णन में वेग और

(ii) क्यूबिक मीटर/सेकण्ड में विसर्जन दर।

22. (i) 1 mm त्रिज्या वाली स्टील की गेंद ग्लिसरीन के टैंक में किसी क्षण किस वेग से गिरेगी जब उस समय इसका त्वरण स्वतंत्र रूप से गिरते हुए पिंड का आधा हो।

(ii) गेंद का अंतिम वेग क्या होगा जब स्टील व ग्लिसरीन के घनत्व क्रमशः $8.5\ g\ cm^{-3}$ और $1.32\ g\ cm^{-3}$ हो, ग्लिसरीन की श्यानता 8.3 पॉइज है।

23. 20ºC पर 3 mm व्यास वाले पाइप में $50\ cm\ s^{-1}$ की चाल से जल प्रवाहित होता है। बताइए

(i) रेनॉल्ड संख्या क्या है?

(ii) प्रवाह की प्रकृति क्या है।

20ºC पर जल की श्यानता $= 1.005 \times 10^{-2}$ पॉइज और

और जल का घनत्व 20ºC as $= 1\ g\ cm^{-3}$.

24. आधुनिक डिजाइन वाले वायुयान की उड़ान के लिए उत्थापन लगभग 1000 N m^{-2} होना चाहिए। कल्पना कीजिए कि वायुयान के पंखों के ऊपर से वायु धारा रेखीय प्रवाह में प्रवाहित होती है। यदि पंख की निचली सतह द्वारा प्रवाहित वायु का वेग 100 m s^{-1} है तो अपेक्षित उत्थापन (लिफ्ट) 1000 N m^{-2} देने के लिए उसकी ऊपरी सतह पर कितने वेग की आवश्यकता होगी?

25. विभिन्न अनुप्रस्थ काट वाले पाइप से जल प्रवाहित होता है। यदि किसी बिंदु पर, जहां कि प्रवाह का वेग 28 cm s^{-1} है, पानी का दाब 5 cm पारे के दाब के बराबर हो तो उस बिन्दु पर दाब कितना होगा जहाँ प्रवाह का वेग 70 cm s^{-1} है? (पानी का घनत्व 1 g cm^{-3})

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

9.1

1. क्योंकि जब आदमी का भार अधिक क्षेत्रफल पर लगता है तो बर्फ पर दाब घट जाता है।

2. $P = P_a + \rho gh$

   $P = 1.5 \times 10^7 \, Pa$

3. लड़के के भार द्वारा आरोपित दाब $= \dfrac{2.5}{0.05} = 500 \text{ N m}^{-2}$.

   हाथी के भार के कारण आरोपित दाब $= \dfrac{5000}{10} = 500 \text{ N m}^{-2}$.

   $\therefore$ इसलिए लड़का हाथी को संतुलित कर सकता है।

4. छड़ के अधिक क्षेत्रफल के कारण त्वचा पर दाब कम होगा।

5. $\dfrac{50}{0.1} = \dfrac{w}{10}$, $w = 5000$ kg wt.

9.2

1. एक ही पदार्थ के अणुओं के बीच मार्ग कार्य करने वाले आकर्षण बल को संसंजक बल और विभिन्न पदार्थों के अणुओं के बीच कार्य करने वाले बल को आसंजक बल कहते हैं।

2. पृष्ठ तनाव के कारण द्रव एक निश्चित आयतन के लिए न्यूनतम पृष्ठीय तल पाना चाहता है जो कि गोलाकार होता है।

3. नहीं उनके अणु बहुत दृढ़ता से बंधे होते है।

4. पृष्ठ तनाव बलों के कारण।

5. पानी में हवा के बुलबुले के लिए

$$P = \frac{2T}{r} = \frac{2 \times 727 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-2}} = 72.7 \text{ N m}^{-2}.$$

हवा में साबुन के बुलबुले के लिए

$$P' = \frac{4T'}{r'} = \frac{4 \times 25 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-2}} = 2.5 \text{ N m}^{-2}.$$

9.3

1. नहीं

2. हाँ, द्रव ऊपर उठेगा।

3. पारे की सतह उत्तल होती है और स्पर्शकोण 90° से अधिक होता है। केशिका में पारे के तल में गिरावट के कारण यह कठिन होता है।

4. $r = \frac{2T}{h\rho g} = \frac{2 \times 7.2 \times 10^{-2}}{3 \times 1000 \times 10}$

$= 4.8 \times 10^{-6}$m

5. केशिकार्षण के कारण

9.4

1. यदि पथ के किसी बिंदु से होकर गुजरने वाले सभी कण अपने पूर्ववर्ती कण की भांति एक ही प्रवाह रेखा का अनुसरण करें तो प्रवाह धारारेखीय कहलाता है, यदि प्रवाह पथ टेढ़ा मेढ़ा हो तो प्रवाह प्रक्षुब्ध कहलाता है।

2. नहीं, अन्यथा एक ही प्रवाह की दो दिशायें होंगी।

3. क्रांतिक वेग, द्रव की श्यानता, नली की त्रिज्या और द्रव के घनत्व पर निर्भर करता है।

4. .012 ms^{-1}

5. श्यान बलों के कारण

9.5

1. ऊपरी भाग में हवा के अधिक वेग से कम दाब का क्षेत्र विकसित हो जाता है।

2. क्षेत्रफल में कमी के कारण उच्च दाब विकसित होता है।

3. तरल असंपीड्य और अश्यान होना चाहिए। प्रवाह गति धारारेखीय होनी चाहिए।

4. $(P_1 - P_2) = \frac{1}{2} d\,(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2)$

5. जिससे कि दोनों तलों पर प्रवाह रेखाऐं भिन्न हों। गेंद में अधिक घुमाव उत्पन्न होगा।

पाठांत प्रश्नों के उत्तर

5. 2.67 N m^{-2}.

6. 200 N, No.

20. 2.1 mm s^{-1}, 35 cm s^{-1}.

21. 8 m s^{-1}, 6.3×10^{-2} m^3 s^{-1}.

22. 7.8 mm s^{-1}, 0.19 m s^{-1}.

23. 1500, अस्थिर

24. 2 cm पारे के दाब के बराबर

उच्चतर माध्यमिक पाठ्यक्रम
भौतिकी
विद्यार्थी मूल्यांकन पत्र - 2

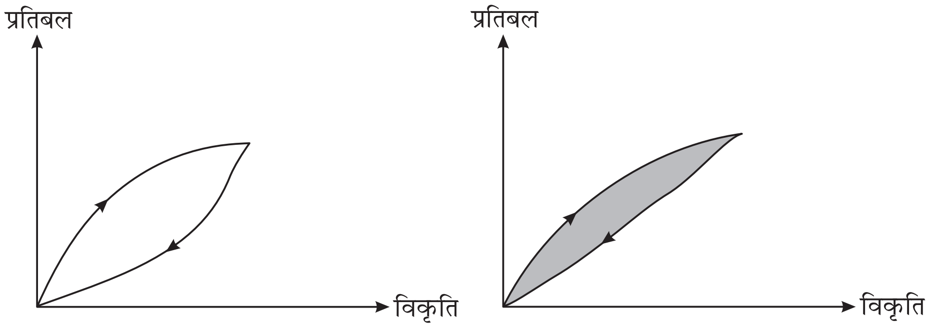
अधिकतम अंक : 50 **समय : $1\frac{1}{2}$ घंटा**

निर्देश

- सभी प्रश्नों के उत्तर कागज की पृथक शीट पर दीजिए।
- अपनी उत्तर पुस्तिका पर निम्नलिखित सूचनाएं दीजिए
  - नाम
  - पंजीयन संख्या
  - विषय
  - मूल्यांकन पत्र संख्या
  - पता
- अपने मूल्यांकन पत्र का मूल्यांकन अपने अध्ययन केन्द्र के विषयाध्यापक से करायें ताकि आपको उनसे अपने कार्य के संबंध में धनात्मक प्रतिक्रिया प्राप्त हो सके।

अपना मूल्यांकन पत्र NIOS को न भेजें

1. नीचे दिये गये चित्रों में रबर के दो नमूनों के प्रतिबल-विकृति ग्राफ दर्शाये गये हैं। इनमें से कौन-सा नमूना प्रघात-अवशोषक (Shock absorber) के रूप में अच्छा कार्य करेगा? (1)



(a) (b)

2. एक ही धातु के समान लंबाई के दो तारों A एवं B पर समान भार लटकाया गया। यदि A में लंबाई वृद्धि B की अपेक्षा दो गुनी हो तो A एवं B की त्रिज्याओं में क्या अनुपात है? (1)

3. किसी बाँध की दीवारें आधार के पास मोटी क्यों बनाई जाती हैं? (1)

4. हीलियम गैस से भरा गुब्बारा हवा में अनिश्चित ऊँचाई तक ऊपर नहीं उठता वरन एक निश्चित ऊँचाई पर ठहर जाता है। ऐसा क्यों होता है? (1)

5. किसी गैस का ताप बढ़ाने से उसकी श्यानता किस प्रकार परिवर्तित होती है? (1)

6. लोहे एवं रबर में कौन अधिक प्रत्यास्थ है? (1)