



## आंकड़े तथा संख्यकीय आरेख

अपने दैनिक जीवन में हमें समाचार पत्रों, दूरदर्शन, कम्प्यूटर और बातचीत के द्वारा विविध प्रकार की सूचनाएँ मिलती रहती हैं। इनमें से कुछ सूचनाएँ मात्रात्मक होती हैं तथा अन्य गुणात्मक होती हैं। गुणात्मक सूचनाओं को संख्यात्मक रूप में मापा नहीं जा सकता है। सांख्यिकी का सम्बन्ध मुख्य रूप से मात्रात्मक सूचनाओं से होता है जिन्हें संख्यात्मक रूप से मापा जा सकता है। इस पाठ में हम सांख्यिकीय आंकड़ों तथा विविध प्रकार के आरेखों और मानचित्रों के द्वारा उनके प्रदर्शन का अध्ययन करेंगे।



### सीखने के प्रतिफल

इस पाठ का अध्ययन करने के पश्चात् शिक्षार्थी:

- सांख्यिकीय आंकड़ों की तालिका और सांख्यिकीय आरेखों में अन्तर करते हैं;
- माध्य, माध्यिका, बहुलक और शतमक की गणना करते हैं;
- विभिन्न प्रकार के आरेखों जैसे रेखा, दंड, वृत्त एवं तारा आरेखों और बिन्दु मानचित्र को पहचानते हैं;
- रेखा, दंड, वृत्त और तारा आरेखों की रचना करते हैं;
- दिये गये आंकड़ों के लिए संयुक्त आरेख चुनते हैं और
- प्रत्येक आरेख के गुणों व दोषों की विवेचना करते हैं।

#### 3.1 सांख्यिकीय आंकड़े: प्रदर्शन और व्याख्या

उदाहरण के लिए संयुक्त राज्य अमेरिका के एक निर्धन व्यक्ति को लेते हैं और भारत के एक धनवान व्यक्ति को। यदि इस भारतीय व्यक्ति की आय संयुक्त राज्य अमेरिका के निर्धन व्यक्ति की आय से अधिक हो, तो क्या हम कह सकते हैं कि भारत संयुक्त राज्य अमेरिका की तुलना में अधिक धनवान

## प्रायोगिक पुस्तिका



टिप्पणी

है। कतई नहीं, क्योंकि हमारी तुलना का आधार एक समान नहीं है। इस तुलना में हम संयुक्त राज्य अमेरिका और भारत के विशिष्ट व्यक्तियों की आय को ले रहे हैं, जो उनके देशों की आय का प्रतिनिधित्व नहीं करती।

अतः ऐसी तुलना के लिए संयुक्त राज्य अमेरिका और भारत की बड़ी जनसंख्या की आय पर विचार किया जाता है। इसके लिए हम लोगों की वार्षिक आय, कृषीय उत्पादन, औद्योगिक उत्पादन, बेरोजगारी दर, विभिन्न क्षेत्रों की कुल जनसंख्या, आदि के बारे में जानकारी एकत्र कर सकते हैं। बहुत बड़ी जनसंख्या या क्षेत्रों के संबंध में ये सभी जानकारियां संख्यात्मक होती हैं। जन समूह की माप से संबंधित संख्यात्मक सूचनाओं को आंकड़े कहते हैं। व्यक्ति या किसी एक घटना से संबंधित संख्यात्मक सूचना आंकड़े नहीं हैं।

भूगोल में सांख्यिकीय आंकड़ों का बहुत महत्व है। आंकड़ों के द्वारा हमें भौगोलिक तथ्यों जैसे तापमान, वर्षा, कृषि और औद्योगिक उत्पाद, जनसंख्या आदि की सांख्यिकीय सूचनाएं प्राप्त होती हैं। हम उन्हें व्यवस्थित करते हैं, विश्लेषण करते हैं तथा उनसे निष्कर्ष निकालते हैं।

## आंकड़ों के स्रोत

आंकड़े प्राप्त करने के दो प्रमुख स्रोत हैं: (क) प्राथमिक स्रोत और (ख) द्वितीयक स्रोत

**(क) प्राथमिक स्रोत:** जब अनुसंधानकर्ता या उसकी टीम प्रत्यक्ष रूप से क्षेत्र में आकर आंकड़े एकत्र करती है तो इस प्रकार के संकलित आंकड़ों को प्राथमिक स्रोत आंकड़े कहा जाता है। इस विधि द्वारा आंकड़े एकत्र करने में बहुत समय और धन खर्च होता है और साथ ही बहुत से लोगों की इस काम के लिए आवश्यकता पड़ती है।

**(ख) द्वितीयक स्रोत:** ये विभिन्न प्रकार की मुद्रित सूचनाएं एवं सारणियां होती हैं, जिन्हें सरकार के अलग-अलग विभाग सामान्य उपयोग के लिए तैयार करते हैं। उपभोक्ता के लिए द्वितीयक स्रोत आंकड़े कम खर्चीले होते हैं। इनसे समय की बचत होती है और इनके एकत्र करने के लिए बहुत से लोगों की आवश्यकता नहीं पड़ती है। फिर भी द्वितीयक स्रोत आंकड़े बहुत ही सामान्य होते हैं और उनमें उपभोक्ता की आवश्यकता के अनुसार सारे ब्योरे नहीं होते। भारत की जनगणना द्वितीयक आंकड़ों के लिए सर्वोत्तम स्रोत है।

## 3.2 सांख्यिकीय आंकड़ों का प्रदर्शन

भिन्न स्रोतों से एकत्रित आंकड़ों की यथार्थ व्याख्या के लिए प्रक्रिया की जरूरत होती है। बहुधा सम्पूर्ण आंकड़े के लिए एक अकेला प्रतिनिधि मूल्य प्राप्त करना आवश्यक हो जाता है। सम्पूर्ण आंकड़ा वितरण के लिए एक अकेली प्रतिनिधि संख्या निकालने वाला सांख्यिकीय तरीका केन्द्रीय प्रवृत्ति कहलाता है। केन्द्रीय प्रवृत्ति का मापन प्रत्येक वितरण का प्रतिनिधि होने के अलावा, भिन्न वितरणों की तुलना करने में हमारी मदद करता है। यह मापन सामान्यतया वितरण में मूल्यों के केन्द्रीय बिन्दु, अन्तराल और घटना को बताते हैं। केन्द्रीय प्रवृत्ति के आम प्रयोग किए जाने वाले मापन हैं:

- (क) अंकगणितीय माध्य या औसत
- (ख) माध्यिका
- (ग) बहुलक
- (घ) शतमक

### (क) अंकगणितीय माध्य या औसत

यह अक्सर उपयोग किया जाता है। इसकी गणना दिए गये वितरण में सभी पृथक् (मदों) मूल्यों के योग को उनकी कुल संख्या से विभाजित करने से होती है। उदाहरण के लिए पांच जिलों में प्रति एकड़ धान का उत्पादन 10, 8, 12, 9 और 6 किवटल है। इन जिलों के लिए धान का औसत उत्पादन है :

$$\frac{10+8+12+9+6}{5} = \frac{45}{5} = 9 \text{ किवटल प्रति एकड़}$$

अंकगणितीय माध्य समीकरण के रूप में नीचे अभिव्यक्त किया गया है :

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N} \quad \dots(i)$$

जहाँ  $\bar{X}$  औसत मूल्य

$\sum X$  = सभी  $X$  मूल्यों का योग

$N$  = मदों/व्यक्तियों की संख्या

अंकगणितीय माध्य आसानी से छोटे अवर्गित आंकड़े के लिए निकाला जा सकता है। तथापि, यदि मदों की संख्या ज्यादा है और आंकड़ा समूहों या वर्गों के आवृति वितरण के रूप में दिया गया हैं तो अंकगणितीय माध्य निम्नलिखित समीकरण की सहायता से निकाला जायेगा।

$$\bar{X} = \frac{\sum fm}{\sum f} \quad \dots(ii)$$

जहाँ  $\bar{X}$  अंकगणितीय मध्य है,

$f$  आवृति है,

$m$  वर्गों का मध्य मूल्य है।

उदाहरण



टिप्पणी

## प्रायोगिक पुस्तिका



टिप्पणी

निम्नलिखित सारणी में दिए तापमान ( $^{\circ}\text{से.मे.}$ ) आंकड़े से औसत की गणना करें।

सारणी 3.1

वर्ग (तापमान डिग्री $C$ में)	दिनों की संख्या	मध्य मूल्य	
$X$	$f$	$m$	$fm$
1 - 05	20	3	60
06 - 10	24	8	192
11 - 15	44	13	572
16 - 20	72	18	1296
21 - 25	76	23	1748
26 - 30	60	28	1680
31 - 35	52	33	1716
36 - 40	4	38	152
41 - 45	8	43	344
	$\Sigma f = 360$ दिन		$\Sigma fm = 7760$

उपरोक्त से

$$\Sigma fm = 7760$$

$$\Sigma f = 360$$

$$\bar{X} = \frac{7760}{360} = 21.56^{\circ} \text{ से. तापमान}$$

## माध्य के फायदे

1. इसके द्वारा पूर्ण वितरण को समझना आसान है और इसे निकालना सरल है।
2. यह वितरण में मूल्यों का औसत है। अतः नमूना सर्वेक्षणों की स्थिति में इसका संतुलनात्मक व्यवहार होता है।
3. सामान्य वितरण की स्थिति में यह काफी इस्तेमाल होता है।

अंकगणितीय माध्य की कुछ परिसीमाएं हैं। अतिशय या चरम मूल्यों का इस पर असर पड़ता है, विशेष रूप से, जब मूल्य या मान बड़े होते हैं। उदाहरण के लिए भारतीय लोगों की आय में भिन्नताएं बहुत व्यापक हैं।

## (ख) माध्यिका

प्रायोगिक पुस्तिका

यह सर्वाधिक मध्य में स्थिति संबंधी औसत है। यह आंकड़े को बढ़ते या घटते क्रम में व्यवस्थित करके निकाला जाता है। उदाहरण के लिए, माध्यिका का मूल्य प्रेक्षणों की कुल संख्या में एक जोड़कर और उसके योग को दो से भाग देकर निकाला जाता है। यह निम्न रूप में व्यक्त किया जाता है:

$$\text{माध्यिका} = \frac{N+1}{2} \quad \dots \text{(iii)}$$



टिप्पणी

उदाहरण के लिए यदि हमें देश के लिए माध्यिका अक्षांश और देशांतर निकालने में रुचि है, तो हमें इन वितरणों को सारणी रूप में क्रमबद्ध करना होगा।

भारत के प्रधान भूभाग की अक्षांश सीमा ( $8^0 4' \text{ उ. से } 37^0 6' \text{ उ.}$ )

सारणी 3.2

8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36	37

भारत की माध्यिका या सर्वाधिक मध्य अक्षांश  $23^0 \text{ उ.}$  है जो कर्क रेखा ( $23^0 30' \text{ उ.}$ ) के समीप है। क्योंकि भारत का प्रधान भूभाग  $8^0 4' \text{ उ.}$  से प्रारम्भ होता है जो कि 9वें अक्षांश का भाग है और  $37^0 6' \text{ उ.}$  तक विस्तारित होता है जो कि 37<sup>0</sup> अक्षांश को पूर्णतया सम्मिलित करता है। अतः भारत के अक्षांश का विस्तार लगभग  $29^0$  अक्षांश हैं। अतः माध्यिका अक्षांश  $23^0 \text{ उ.}$  है अर्थात्

$$\text{माध्यिका} = \frac{N+1}{2} = \frac{29+1}{2} = \frac{30}{2} = 15^0 \text{ उ.}$$

$8^0$  (भारत का दक्षिणी छोर) +  $15^0$  =  $23^0 \text{ उ.} + 15^0$  (माध्यिका मूल्य) =  $23^0$  (भारत का मध्य पूर्वी अक्षांश)। इसी तरह से, हम भारत की देशांतरीय सीमा का माध्यिका मूल्य भी निकाल सकते हैं। भारत की देशांतरीय सीमा  $68^0 7' \text{ पू. से } 97^0 25' \text{ पू. तक होती है।}$

देश के लिए माध्यिका या सर्वाधिक मध्य देशान्तर  $83^0 \text{ पू.}$  है।

सारणी 3.3

68	69	70	71	72	73	74	75	76	77
78	79	80	81	82	83	84	85	86	87
88	89	90	91	92	93	94	95	96	97

## प्रायोगिक पुस्तिका



टिप्पणी

स्थानीय समय देश के मानक समय और अंतर्राष्ट्रीय समय की (ग्रीनविच माध्य समय (जीएमटी) से जुड़ा होता है) गणना करने के लिए देशांतर का इस्तेमाल किया जाता है। भारतीय मानक समय की गणना  $80^{\circ} 30'$  पू. देशांतर को आधार के रूप में रखते हुए की जाती है। देश के लिए माध्यिका देशांतर  $83^{\circ}$  पू. है जो मानक मध्यान्ह देशांतर के समीप है। इसका प्रयोग भारतीय मानक समय की गणना करने के लिए किया जाता है।

$$\text{माध्यिका} = \frac{N+1}{2} = \frac{29+1}{2} = 15^{\circ} + 68^{\circ} = 83^{\circ}$$

## माध्यिका के गुण

1. सर्वाधिक मध्य स्थिति होने की वजह से माध्यिका वितरण में चरम मूल्यों से अप्रभावित रहती है जैसे कि औसत की स्थिति में होता है।
2. यह विभाजन स्थिति है जो पंक्तियों को लगभग दो समान भागों में विभाजित करता है और गुरुत्व का केन्द्र बना रहता है।
3. तथापि, यह आंकड़े को बढ़ते या घटते क्रम में क्रमबद्ध किए बिना नहीं निकाला जा सकता है। यदि आंकड़ा बड़ा है तो यह लम्बा और नीरस कर देने वाला कार्य हो सकता है। यदि एक या दो मदें पंक्ति में जोड़ या घटा दी जाती है तो माध्यिका का मूल्य अनियमित हो जाता है।

## (ग) बहुलक

यह केन्द्रीय प्रवृत्ति का महत्वपूर्ण मापन तरीका है। वितरण में मदों का अधिकतम संकेन्द्रण बहुलक को निश्चित करता है। सामान्यतया अवर्गीकृत आंकड़ों में सर्वाधिक बारम्बारता वाला मूल्य बहुलक होता है। इसी तरह, वर्गबद्ध आंकड़े के लिए अधिकतम आवृत्ति वाला वर्ग पता लगाकर बहुलक की गणना की जाती है। बहुलक वितरण में मद के अधिकतम बारम्बारता की केन्द्रीयता इंगित करता है। उत्तर प्रदेश में ग्रामीण बस्तियों का वितरण नीचे दिया गया है। आंकड़े से बहुलक निकालिए।

## सारणी 3.4

## उत्तर प्रदेश में ग्रामीण बस्तियों का वितरण, 2001

ग्रामीण बस्तियों का आकार	बहुत छोटा (500 जनसंख्या से कम)	छोटा (500 - 999)	मध्यम (1500 - 1999)	बड़ा (2000 - 4999)	बहुत बड़ा (5000 और इससे ज्यादा)
वितरण का अनुपात	16.70	23.45	47.96	10.60	1.29

हल : बस्तियों को उनकी जनसंख्या के आकार के आधार पर घटते क्रम या बढ़ते क्रम में लगाइये। प्रत्येक के सामने बारम्बारता लिखिए। अब बारम्बारता की तुलना कीजिए। (1000-1999) 47.96 बहुलक के रूप में पहचाना जाता है।

### बहुलक के गुण

1. यह वितरण का सर्वाधिक प्रतीकात्मक मूल्य होता है। बहुलक की स्थिति निरीक्षण द्वारा आसानी से पता लगाई जा सकती है। यह साधारण व्यक्ति द्वारा भी इस्तेमाल किया जा सकता है।
2. कुछ चरम मूल्यों के होने से बहुलक पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है।

तथापि, यह केन्द्रीय प्रवृत्ति का महत्वपूर्ण मापन नहीं है, जब तक कि प्रेक्षणों की संख्या अधिक न हों। सामान्य और विषम, दोनों वितरणों में बहुलक केन्द्रीय प्रवृत्ति का प्रभावकारी माप नहीं रहता है।

### (घ) शतमक

यह एक मापन है जो वितरण को 100 समान हिस्सों में विभाजित करता है। वितरण में यह विभिन्न वर्गों या श्रेणियों को समझने में मदद करता है। इसे निम्न रूप से व्यक्त करते हैं :

$$P = \frac{P \times N}{100} \quad \dots \text{(iv)}$$

जहां P शतमक है और N मर्दों की संख्या है।

99 शतमक होते हैं,  $P_1, P_2, \dots, P_{99}$

सारणी 3.5

### एक क्षेत्र में परिवारों की मासिक आय का विवरण

आय समूह (रु.)	वास्तविक संख्या	प्रतिशत विवरण
आर्थिक रूप से कमज़ोर वर्ग (500 रु. से नीचे)	112	56.0
निम्न आय समूह (500-999)	41	20.5
मध्यम आय समूह (1000-4999)	29	14.5
उच्च आय समूह (5000 व अधिक)	18	9.0
<b>कुल</b>	<b>200</b>	<b>100.0</b>





टिप्पणी

सारणी 3.6  
एक क्षेत्र में परिवारों की प्रति व्यक्ति मासिक आय का विवरण

आय समूह (रूपये में)	परिवारों की संख्या (बारम्बारता)	संचयी बारम्बारता
500 से कम	112	112
500-999	41	153
1000-4999	29	182
5000 व अधिक	18	200
<b>कुल</b>	<b>200</b>	

आइये अब 60 वें शतमान का  $P_{60}$  के रूप में गणना करें।

$$\text{अब } P_{60} = 60 \times 200 \div 100 = 120$$

आय 500-999 के समूह में आयेगी।

### 3.3 आरेखों द्वारा सांख्यिकीय आंकड़ों का प्रदर्शन

किसी भी चर से संबंधित आंकड़ों का संकलन चाहे प्राथमिक स्रोत से किया गया हो अथवा द्वितीयक स्रोत से, वे सभी अपरिष्कृत तथा अव्यवस्थित रूप में होते हैं। अपरिष्कृत आंकड़ों से कोई स्पष्ट जानकारी नहीं मिलती। इनमें से कुछ के मान बहुत ऊंचे, कुछ के बहुत नीचे और कुछ के इन दोनों के बीच होते हैं। इस प्रकार ये मान इधर-उधर बिखरे हुए होते हैं। जब इन आंकड़ों को किसी व्यवस्थित ढंग से सारणीबद्ध किया जाता है तो उनसे कुछ उपयोगी जानकारी उभरती है। अतः सांख्यिकीय सारणियां बहुत ही सुविधाजनक होती हैं, क्योंकि वे आंकड़ों को एक सुव्यवस्थित ढंग से निरूपित करती हैं। यदि इन आंकड़ों को आरेखों द्वारा प्रदर्शित किया जाये तो उन मानों की सीधी मानसिक तुलना करना सम्भव हो जाता है।

हम आंकड़ों को आरेखों द्वारा क्यों प्रदर्शित करते हैं?

नीचे दिए गए बिन्दुओं द्वारा अपरिष्कृत आंकड़ों की अपेक्षा आरेखों के लाभ प्रकट होते हैं। आरेखों के निम्न लाभ हैं:

- (i) प्रदर्शित विषयवस्तु में अधिक रुचि जगाना।
- (ii) इससे विषयवस्तु स्पष्ट और आसान हो जाती है।

- (iii) इनके द्वारा आंकड़ों की जल्दी और सही तुलना की जा सकती है।
- (iv) ये अंतर्निहित तथ्यों और सम्बन्धों को स्पष्ट करते हैं और विश्लेषणात्मक विचार करने को प्रेरित करते हैं।
- (v) आरेख सांख्यिकीय सूचना की तुलना में अधिक चित्रात्मक और आकर्षक होते हैं।
- निम्नलिखित प्रमुख आरेखों द्वारा विविध प्रकार के सांख्यिकीय आंकड़े प्रदर्शित किये जा सकते हैं:
- (क) रैखिक ग्राफ
  - (ख) दंड आरेख
  - (ग) वृत्तारेख और
  - (घ) तारा आरेख

### (क) रैखिक ग्राफ

किसी क्षेत्र के तापमान या वर्षा संबंधी आंकड़े ऐसे चरांक हैं जो समय के साथ बदलते रहते हैं। इसी प्रकार जनसंख्या, कृषीय और औद्योगिक उत्पादन, वैयक्तिक आय, विभिन्न वस्तुओं का मूल्य, आदि ऐसी चर संख्यायें हैं जो समय के साथ घटती-बढ़ती रहती हैं। इन चर आंकड़ों को एकत्रित करके, समय अनुसार सारणीबद्ध किया जाता है। यदि इन आंकड़ों को ग्राफ कागज पर इस प्रकार अंकित करके कि क्षैतिज अक्ष या x अक्ष पर समय दिखाया जाये और ऊर्ध्वाधर अक्ष या y अक्ष पर चर मानों को दर्शाया जाये और इनसे मिले बिन्दुओं को सरल रेखाओं से जोड़ा जाये तो जो चित्र बनता है, उसे रैखिक ग्राफ कहते हैं।

### उदाहरण

नीचे एक स्थान के 12 महीनों के औसत मासिक अधिकतम तापमान अंश सेल्सियम ( $^{\circ}\text{से.}$ ) में दिये गये हैं। इन आंकड़ों को रैखिक ग्राफ द्वारा निरूपित करिये:

सारणी 3.7

महीने	ज.	फ.	मा.	अ.	म.	जू.	जु.	अ.	सि.	अ.	न.	दि.
तापमान( $^{\circ}\text{से.}$ )	24.5	26.6	32.2	38.1	42.5	44.3	40.4	33.4	30.2	29.7	29.2	25.0

इन आंकड़ों का सबसे अच्छा निरूपण रैखिक ग्राफ द्वारा किया जा सकता है, क्योंकि तापमान प्रत्येक माह बदल रहे हैं। इसके लिए X अक्ष पर महीने और Y अक्ष पर तापमान दर्शाने से 12 बिन्दु मिलते हैं। इन बिन्दुओं को सरल रेखाओं से मिलाने पर चित्र 3.1 की भाँति रैखिक ग्राफ तैयार हो जाता है।

सारणी को देखने से ज्ञात होता है कि औसत मासिक अधिकतम तापमान जनवरी में सबसे कम है और फरवरी में आंशिक रूप में बढ़ते हैं। मार्च और अप्रैल में तापमान तेजी से बढ़ते हैं और अधिकतम



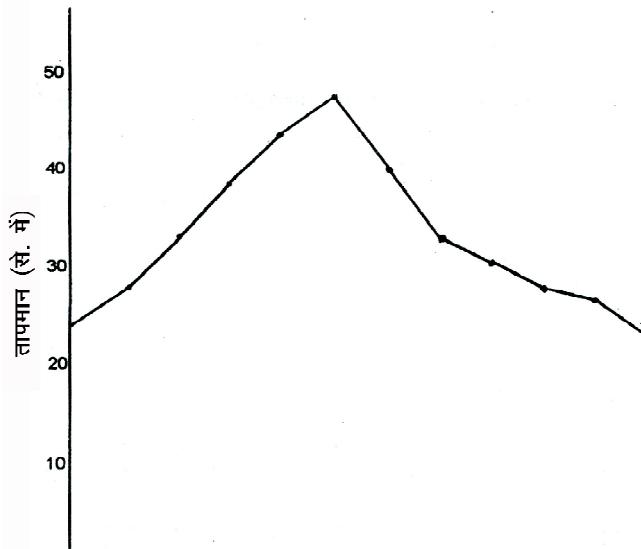
## प्रायोगिक पुस्तिका



टिप्पणी

44.3<sup>0</sup>से. जून में पहुंच जाते हैं। जुलाई भी काफी गर्म है। अगस्त से दिसम्बर तक तापमान पुनः गिरते जाते हैं।

समय के अनुसार तापमान के बदलने संबंधी ऊपर दिये निष्कर्ष का विवरण देने की आवश्यकता रेखिक ग्राफ के होने पर नहीं पड़ती। कोई भी व्यक्ति रेखिक ग्राफ (चित्र 3.1) को देखकर किसी स्थान के तापमान में चक्रीय परिवर्तन को आसानी से समझ सकता है।



चित्र 3.1 रेखिक ग्राफ

## रेखिक ग्राफ बनाने के नियम

- अचर आंकड़े जैसे दिन, सप्ताह, महीना, वर्ष आदि x अक्ष पर दर्शाये जाते हैं और तापमान, वर्षा, उत्पादन आदि जैरे चर आंकड़े y अक्ष पर दर्शाये जाते हैं।
- x अक्ष और y अक्ष पर दर्शाये गये मानों से जो बिन्दु प्राप्त होते हैं, उन्हें सरल रेखाओं से मिलाया जाता है।
- चूंकि x अक्ष और y अक्ष की इकाइयाँ अलग-अलग हैं, अतः उनके लिये अलग-अलग पैमाना चुना जाता है।
- सामान्यतया ऊर्ध्वाधर पैमाना शून्य से प्रारम्भ किया जाता है, जिससे सम्पूर्ण मान दर्शाये जा सकें। फिर भी यदि चरांक किसी निश्चित मान से प्रारम्भ होते हैं तो उसी को y अक्ष का प्रारम्भिक मान रखा जाता है। उदाहरण के लिए चरांक के मान 12050, 12020, 12180, 12200, 12140, 12040, 12120 आदि हैं। इनमें 12000 के बाद मान बदल रहे हैं। अतः y अक्ष का प्रारम्भिक मान 12000 रखा जायेगा।

- (v) रैखिक ग्राफ में समय के चरांकों का अन्तराल अधिकतर निश्चित होता है। ये घंटे, दिन, सप्ताह, महीने, वर्ष, आदि हो सकते हैं। यद्यपि यह नियम अनिवार्य नहीं है, फिर भी स्पष्टता की दृष्टि से अन्तराल निश्चित ही रखा जाता है।

### रैखिक ग्राफ की विशेषताएँ

- यह किसी परिवर्तनों की पिछली एवं वर्तमान दोनों प्रवृत्तियों को दर्शाता है।
- इसकी मदद से मध्यवर्ती एवं भविष्य के मानों का भी अनुमान लगाया जा सकता है।
- रैखिक ग्राफ में समय और चरांकों के मानों के बीच गणितीय संबंधों की तुलना निकटतम या लगभग ही हो पाती है।
- गणितीय संबंध की तुलना में रैखिक ग्राफ ज्यादा जगह धेरता है।

### बहुरेखीय या मिश्रित ग्राफ

कभी-कभी एक से अधिक चरों के मानों को अलग-अलग रेखाओं द्वारा एक ही रैखिक ग्राफ पर दर्शाया जाता है, जिससे एक-दूसरे के बीच संबंधों की आसानी से तुलना की जा सकती है। उदाहरण के लिये हम अनेक वर्षों के निर्यात एवं आयात के आंकड़े एक ही ग्राफ पर दर्शा सकते हैं। यह निर्यात के संदर्भ में हुए आयात के परिवर्तनों को आसानी से दर्शा सकता है। दोनों के बीच का अन्तर व्यापार संतुलन भी दर्शाता है। इसी प्रकार हम किसी देश के कई वर्षों के जन्मदर और मृत्यु दर के आंकड़े एक ही ग्राफ पर दर्शा सकते हैं। इन दोनों के बीच का अन्तर जनसंख्या की प्राकृतिक वृद्धि दर बताता है। हम विभिन्न कृषीय फसलों का उत्पादन भी एक ग्राफ पर दिखा सकते हैं। इससे ज्ञात होता है कि किस फसल के उत्पादन की प्रवृत्ति ऊपर की ओर है और किसकी नीचे की ओर। हम एक ही ग्राफ पर मासिक अधिकतम एवं न्यूनतम तापमान के आंकड़े दर्शा सकते हैं। इन दोनों के अन्तर से मासिक ताप परिसर का बोध होता है।

### उदाहरण

रैखिक ग्राफ जो एक से अधिक प्रकार के चरांकों को दर्शाये, उसे बहुरेखीय या मिश्रित ग्राफ कहते हैं।

भारत की अपरिष्कृत जन्मदर (अ.ज.द.) और अपरिष्कृत मृत्युदर (अ.म.द.) के अनुमानित आंकड़े नीचे दिये जा रहे हैं। इन्हें बहुरेखीय या मिश्रित ग्राफ द्वारा दर्शाइये तथा इसकी व्याख्या करिये।

### सारणी 3.8

वर्ष	1921	1931	1941	1951	1961	1971	1981	1991
अ.ज.द. (प्रति 1000 में)	49	47	45	43	44	42	37	30
अ.म.द. (प्रति 1000 में)	49	37	33	31	26	20	15	10

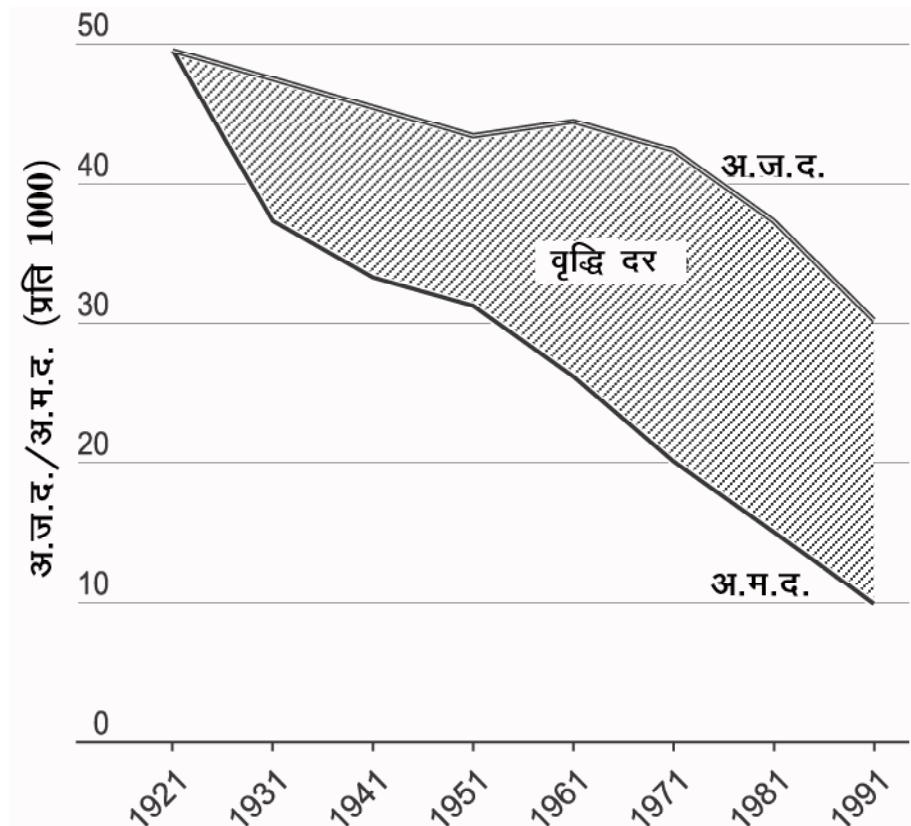


## प्रायोगिक पुस्तिका



टिप्पणी

इन आंकड़ों को चित्र 3.2 में दिये ग्राफ द्वारा दर्शाया गया है। जैसे कि निर्देशिका में बताया है कि जनसंख्या के इन दोनों प्रकार के आंकड़ों को दो अलग-अलग रेखाओं से दर्शाया गया है। अपरिष्कृत जन्मदर और अपरिष्कृत मृत्युदर का ग्राफ दर्शाता है कि 1921-1991 के बीच दोनों ही घटे हैं। फिर भी ग्राफ दर्शाता है कि अपरिष्कृत जन्मदर की तुलना में अपरिष्कृत मृत्युदर में अत्यधिक गिरावट आई है। अ.ज.द. और अ.म.द. के बीच बढ़ते हुए अन्तर को भी ग्राफ में दोनों रेखाओं के बीच छायांकित क्षेत्र से दर्शाया गया है।



चित्र 3.2 बहुरेखीय या मिश्रित ग्राफ

## ( ख ) दंड आरेख

कभी-कभी चर आंकड़ों के मान समय के संदर्भ में न होकर क्षेत्र, वस्तुओं या अन्य किसी संदर्भ में दिये जाते हैं, तो ऐसे आंकड़ों को रैखिक ग्राफ के बजाय सामान्यतया दंड आरेख द्वारा दर्शाया जाता है।

## दंड आरेख कैसे बनाएँ

1. दंड आरेख में y अक्ष पर संख्यात्मक पैमाना दिया जाता है और x अक्ष पर क्षेत्रों, वस्तुओं आदि के नाम निश्चित अंतराल पर दिये जाते हैं। दंड ऊर्ध्वाधर रूप में बनाए जाते हैं।

### तीन मापक माने जाते हैं:

- (i) दंडों की चौड़ाई का पैमाना: सभी दंडों की चौड़ाई समान होनी चाहिए।
  - (ii) दंडों के मध्य अंतराल के लिए पैमाना: यह अंतराल दंडों की चौड़ाई की तुलना में कम होना चाहिए।
  - (iii) चर आंकड़ों के पैमानों को  $y$  अक्ष पर दर्शाया जाता है। संख्याएं पूर्ण अंकों में होनी चाहिए। पैमाने के चयन का सिद्धान्त रैखिक ग्राफ जैसा ही होगा।
2. दंडों की लम्बाई की गणना पैमाने और आंकड़ों के आधार पर की जाती है।
  3. इसके बाद बिन्दु अंकित करने के बाद दंड खींचे जाते हैं।
  4. रैखिक ग्राफ के अनुसार ही दंड आरेख में नामांकन किया जाता है।

### उदाहरण

भारत के कुछ बड़े राज्यों की जनसंख्या 2011 की जनगणना के अनुसार नीचे दी जा रही है। इन आंकड़ों को दंड आरेख द्वारा निरूपित करिये।

सारणी 3.9

क्र. सं.	राज्य	जनसंख्या (% में)	क्र. सं.	राज्य (% में)	जनसंख्या (% में)
1.	आन्ध्र प्रदेश	6.99	8.	मध्य प्रदेश	6.00
2.	असम	2.29	9.	महाराष्ट्र	9.28
3.	बिहार	8.60	10.	उड़ीसा	2.76
4.	गुजरात	3.47	11.	पंजाब	2.11
5.	हरियाणा	1.39	12.	राजस्थान	5.05
6.	कर्नाटक	4.99	13.	तमिलनाडु	5.96
7.	केरल	2.72	14.	उत्तर प्रदेश	16.50
			15.	पश्चिम बंगाल	4.54

स्रोत: भारत की जनगणना 2011

चित्र 3.3 के अनुसार ऊपर दिये आंकड़े को ग्राफ कागज पर दंड आरेख द्वारा दर्शाया गया है। आप देखेंगे कि सारणी में दिये क्रमानुसार राज्यों को  $x$  अक्ष पर दर्शाया गया है। प्रत्येक राज्य के बीच समान दूरी का यहां कोई अर्थ नहीं। यह छोटी सी दूरी एक राज्य को दूसरे राज्य से अलग करने के लिये



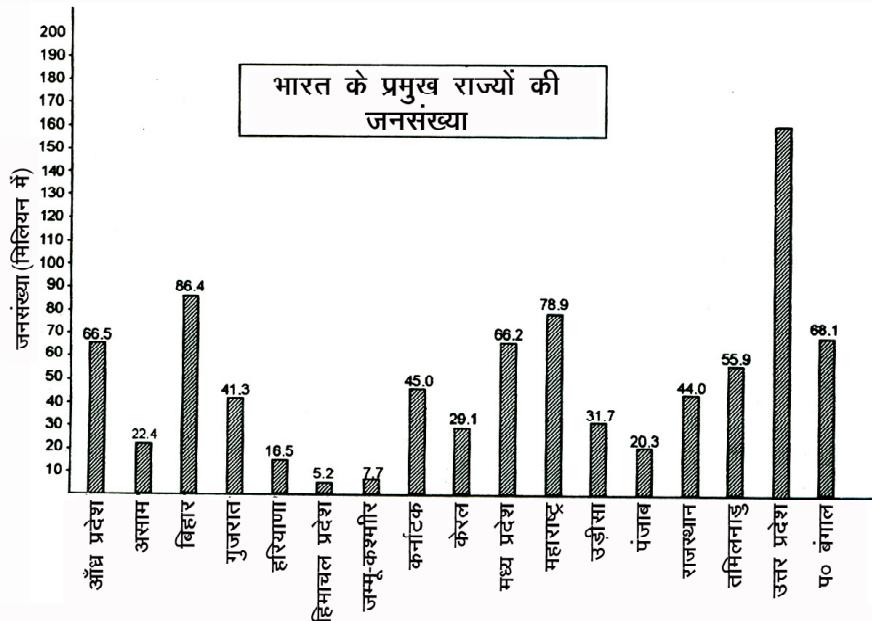
टिप्पणी

## प्रायोगिक पुस्तिका



टिप्पणी

दिखाई गई है।  $y$  अक्ष पर इन दंडों की ऊँचाई उनकी जनसंख्या के अनुपात में है और इस पर पैमाना दिया है जो कि 0.50 सेमी की बराबर है 1 करोड़ जनसंख्या के।



चित्र 3.3 दंड आरेख

सुविधानुसार राज्यों को उनकी जनसंख्या के घटते या बढ़ते क्रम में दर्शाया जाता है।

ऊपर बताये गये दंड आरेखों को ऊर्ध्वाधर दंड आरेख कहा जाता है, क्योंकि उनमें दर्शाये गये दंड ऊर्ध्वाधर हैं। हम इन दंडों को क्षैतिज रूप में भी दिखा सकते हैं और इस स्थिति में आरेख को क्षैतिज दंड आरेख कहा जायेगा। क्षैतिज दंड आरेख में  $y$  अक्ष पर नाम (नामों का पैमाना) दिये जाएंगे और  $x$  अक्ष पर संख्यात्मक मान (संख्यात्मक पैमाना) दर्शाये जायेंगे।

## मिश्रित दंड आरेख

दंड द्वारा दर्शाये गये चर आंकड़ों में कई बार बहुत कम उपर्यांग या श्रेणियाँ होती हैं। इन उपर्यांगों को एक ही दंड में दिखाया जाता है। इस प्रकार के दंड आरेख में विभिन्न चरांकों के अधिकतम मान और प्रत्येक चरांक के उपर्यांग के मान साथ-साथ दर्शाये जाते हैं। इसे एकीकृत दंड आरेख भी कहते हैं।

मिश्रित दंड आरेख में प्रत्येक दंड का अधिकतम मान दर्शाने के साथ प्रत्येक उपर्यांग के भी मान उसी दंड में दिखाये जाते हैं।

## उदाहरण

भारत के प्रमुख राज्यों की कुल जनसंख्या और उसका विभाजन ग्रामीण और नगरीय जनसंख्या के रूप में नीचे दिया गया है। इन आंकड़ों को मिश्रित दंड द्वारा दर्शाइये, जिसमें प्रत्येक राज्य की ग्रामीण और नगरीय जनसंख्या भी दिखाई गई हों।

सारणी 3.10  
जनसंख्या (दस लाख में)

प्रायोगिक पुस्तिका



टिप्पणी

क्र.सं.	राज्य	ग्रामीण	नगरीय	कुल
1.	आन्ध्र प्रदेश	48.6	17.9	66.5
2.	असम	19.9	2.5	22.4
3.	बिहार	75.0	11.4	86.4
4.	गुजरात	27.1	14.2	41.3
5.	हरियाणा	12.4	4.1	16.5
6.	हिमाचल प्रदेश	4.7	0.5	5.2
7.	जम्मू और कश्मीर	5.9	1.9	7.7
8.	कर्नाटक	31.1	13.9	45.0
9.	केरल	21.4	7.7	29.1
10.	मध्य प्रदेश	50.8	15.4	66.2
11.	महाराष्ट्र	48.4	30.5	78.9
12.	उड़ीसा	27.4	4.3	31.7
13.	पंजाब	14.3	6.0	21.3
14.	राजस्थान	34.0	10.0	44.0
15.	तमिलनाडु	36.8	19.1	55.9
16.	उत्तर प्रदेश	111.5	27.6	139.1
17.	पश्चिम बंगाल	49.4	18.7	68.1

स्रोत: भारत की जनगणना, 1991

मिश्रित दंड आरेख की रचना सामान्य दंड आरेख की रचना से अधिक भिन्न नहीं है। इसमें पहले दंड खींचे जाते हैं, फिर प्रत्येक दंड को उसी पैमाने के अनुसार उप-वर्गों में बांटा जाता है। इन उप-वर्गों का संकेत निर्देशिका में दिया जाता है। ऊपर दिये आंकड़ों का मिश्र दंडों द्वारा निरूपण चित्र 3.4 में दिखाया गया है।

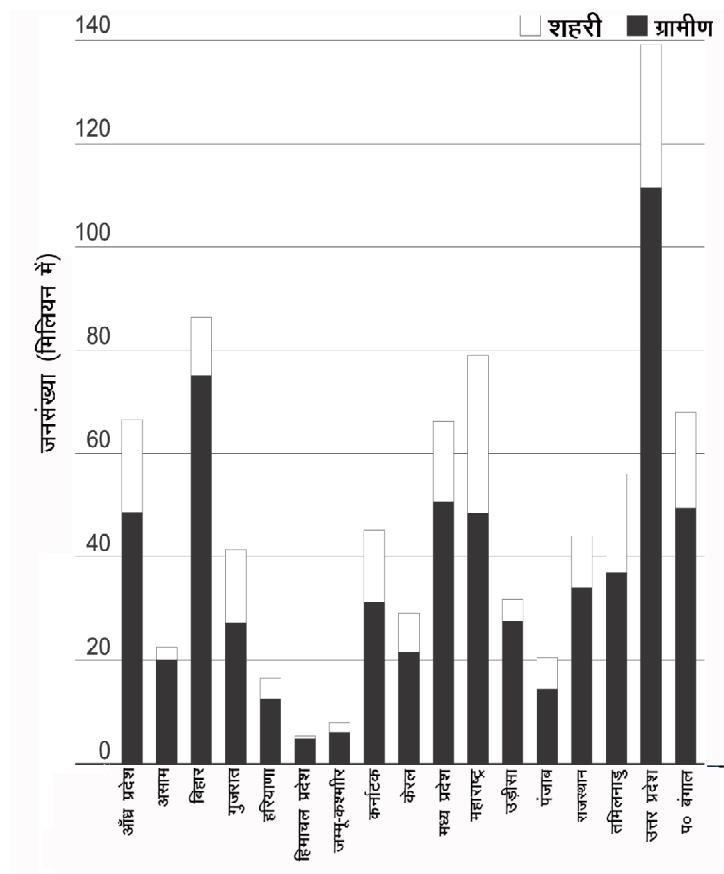
वर्तमान स्थिति में प्रत्येक दंड के केवल दो ही उपवर्ग हैं। अन्य स्थितियों में कई उप-वर्ग हो सकते हैं। ऐसी दशा में प्रत्येक दंड को कई उप-वर्गों में विभाजित किया जाता है। इन सभी उप-वर्गों का संकेत निर्देशिका में दिया जाता है।

## प्रायोगिक पुस्तिका



टिप्पणी

कभी-कभी प्रत्येक वर्ग के सम्पूर्ण मानों की अपेक्षा उसके उप-वर्गों के अनुपातिक मान अधिक महत्वपूर्ण होते हैं। ऐसी स्थिति में उप-वर्गों को प्रतिशत में बदला जाता है और प्रत्येक वर्ग के उप-वर्गों का योग 100 होता है। अतः प्रत्येक दंड का आकार एक समान होता है जो अपने सभी उप-वर्गों के योग 100 को बताता है। दंड के प्रत्येक उप-वर्ग को अलग-अलग आभाओं या रंगों द्वारा दर्शाया जाता है।



चित्र 3.4 मिश्रित दंड आरेख

## बहु दंड आरेख

किसी चर के उप-वर्गों को बहुधा पास-पास दिखाना अधिक अच्छा होता है। इसमें एक क्षेत्र के सभी उप-वर्गों को पास-पास दंडों द्वारा दर्शाया जाता है। प्रत्येक उप-वर्ग के दंड को अलग-अलग आभा द्वारा दिखाया जाता है और उसका संकेत निर्देशिका में दिया जाता है। मिश्रित दंड आरेख की तुलना में बहु दंड आरेख का गुण यह है कि इनमें विभिन्न उप-वर्गों के बीच सीधी तुलना करना आसान होता है। मिश्रित दंड आरेख में विभिन्न उप-वर्ग एक के ऊपर एक दर्शाये जाते हैं, जबकि बहु दंड आरेख में वे साथ-साथ होते हैं, इस कारण उनके बीच तुलनात्मक अध्ययन आसान और जल्दी हो जाता है। जब उप-वर्ग बहुत होते हैं और प्रेक्षण इकाइयाँ कम होती हैं तो बहु दंड आरेख अधिक उपयुक्त होता है। इसके दूसरी ओर जब उप-वर्ग थोड़े होते हैं और प्रेक्षण इकाइयाँ ज्यादा होती हैं तो मिश्रित दंड अधिक उपयुक्त होता है।

## उदाहरण

1994-95 में भारत के चार राज्यों में विभिन्न कार्यों में उपयोग की गई बिजली के आंकड़ों को बहु दंड आरेख द्वारा दर्शाइये और विभिन्न राज्यों में उपयोग की गई बिजली की तुलना करिये।

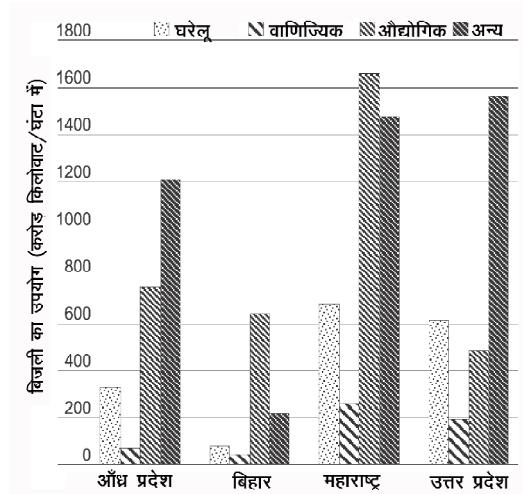
सारणी 3.11

**कुछ राज्यों में विभिन्न कार्यों में बिजली का उपयोग  
(करोड़ किलोवाट/घंटा में)**

क्र.सं.	राज्य	घरेलू	वाणिज्य	औद्योगिक	अन्य	कुल
1.	आन्ध्र प्रदेश	332.0	68.3	754.9	1208.6	2363.8
2.	बिहार	73.6	42.2	637.0	219.0	971.8
3.	महाराष्ट्र	685.3	256.5	1665.1	1481.9	4088.9
4.	उत्तर प्रदेश	613.3	190.5	482.7	1566.2	2552.4

स्रोत: स्टेटिस्टिकल एक्सट्रेक्ट ऑफ इंडिया 1997

चित्र 3.5 में बहु दंड आरेख दिखाया गया है। यहाँ बिजली के उपयोग के चार वर्ग हैं। अतः प्रत्येक राज्य के लिये चार दंड बनाये जायेंगे—एक दंड में एक ही वर्ग दिखाया जायेगा। इन दंडों की ऊँचाई उपयोग की गई बिजली की मात्रा (करोड़ किलोवाट) के अनुपात में होगी।



चित्र 3.5 बहुदंड आरेख

## दंड आरेख की विशेषताएँ

- दंड आरेख में चित्रों द्वारा तुलना की जाती है जो आंकड़ों द्वारा तुलना करने से ज्यादा प्रभावी होता है।
- कई वर्गों का तुलनात्मक अध्ययन मिश्रित अथवा बहु दंड आरेख द्वारा आसान होता है।



टिप्पणी

## प्रायोगिक पुस्तिका



टिप्पणी

- (iii) दंड मानचित्र में भी बनाये जा सकते हैं।
- (iv) दंड आरेख का बनाना और समझना आसान है।
- (v) छोटे-छोटे अन्तरों के लिये दंड आरेख या कोई अन्य ग्राफ उपयुक्त नहीं है, क्योंकि वे सांख्यिकीय मानों के समान शुद्ध नहीं होते।
- (vi) यह आरेख अधिक स्थान घेरता है।

## (ग) वृत्तारेख

बहु दंड आरेख में हम विभिन्न क्षेत्रों के चरांकों के वर्गों की तुलना करते हैं। परन्तु जब चरांकों के वर्ग बहुत हों और क्षेत्र थोड़े हों तो इनका प्रतिरूपण दंड आरेख की अपेक्षा वृत्तारेख द्वारा अधिक सुविध अनुपातिक होता है। इसमें प्रत्येक वर्ग का आनुपातिक भाग वृत्त के खंड एवं केन्द्र पर बने कोण से दर्शाया जाता है।

वृत्तारेख बनाने में प्रत्येक वर्ग के कोण की गणना की जाती है। फिर एक उपयुक्त आकार के वृत्त के केन्द्र पर कोण बनाये जाते हैं। इस प्रकार प्रत्येक वर्ग का आनुपातिक भाग कोण में तथा कोण द्वारा बने वृत्त के खण्ड से दर्शाया जाता है।

कोण की गणना करने के लिए वर्ग के मान को कुल मान (सभी वर्गों का योग) से भाग करके आई संख्या को 360 से गुणा किया जाता है। यदि वर्ग का मान प्रतिशत में दिया गया हो तो कोण निकालने के लिये प्रतिशत को 3.60 से गुणा करते हैं। इस प्रकार निकाले सभी वर्गों के कोणों का योग 360 होना चाहिए। इसकी जाँच आरेख बनाने से पहले कर लेनी चाहिए।

## उदाहरण

भारत में 1950 और 1992 के भू उपयोग के आंकड़े नीचे दिये गये हैं। इन आंकड़ों को वृत्तारेख द्वारा दर्शाइये जिससे दोनों वर्षों में भूमि उपयोग में आए अन्तर को समझा जा सके।

## सारणी 3.12 भारत में भूमि के विविध उपयोग

(दस लाख हेक्टेयर में)

वर्ष	बन	गैर कृषि उपयोग	बंजर	चारागाह	बाग	कृषि योग्य बंजर	परती भूमि	कुल बोया गया क्षेत्र	कुल क्षेत्र
1950	40.5	9.4	38.1	6.7	19.8	22.9	28.1	118.8	284.3
1992	68.1	21.9	19.4	11.3	3.7	14.7	23.6	142.5	305.2

स्रोत: स्टेस्टिकल एक्सट्रैक आफ इंडिया 1997

ऊपर दिये गये विभिन्न भूमि उपयोगों के आंकड़ों को ऊपर बताई विधि द्वारा निम्नलिखित कोणों (°) में बदला गया है:

वर्ष	वन	गैर कृषि उपयोग	बंजर	चारागाह	बाग	कृषि योग्य बंजर	परती भूमि	कुल बोया गया क्षेत्र	कुल क्षेत्र
1950	51.3	11.9	48.2	8.5	25.1	29.0	35.6	150.4	360
1992	80.3	25.8	22.9	13.3	4.4	17.3	27.8	168.2	360

वृत्त के कोणों की गणना कैसे की जाती है, इसे समझने के लिये कृषि योग्य बंजर भूमि का उदाहरण लेते हैं। यह 1950 में 22.9 (मिलियन हेक्टेयर) थी। इसका कोण होगा  $\frac{22.9}{284.3} \times 360 = 28.9975^\circ$

जिसे एक दशमलव स्थान तक पूर्णांक करने पर  $29.0^\circ$  कोण आता है। इसी प्रकार 1992 में कृषि योग्य बंजरभूमि का कोण होगा  $-14.7/305.2 \times 360 = 17.3394^\circ$  जिसे एक दशमलव स्थान तक पूर्णांक करने पर  $17.3^\circ$  आया। यहाँ यह जान लेना जरूरी है कि दंड आरेख के अवगुण के समान सभी ग्राफीय विधियाँ सांख्यिकीय विधियों की तुलना में कम शुद्ध होती हैं। अतः एक या दो दशमलव स्थान तक ही संख्या को पूर्णांक करना चाहिए। लघु अन्तरों को ग्राफ पर नहीं दिखाया जा सकता।

भूमि उपयोग के विभिन्न वर्गों के ऊपर दिये अनुपात के आधार पर बनाया गया वृत्त आरेख चित्र 3.6 में दिखाया गया है। इस चित्र को ध्यान से देखने पर भूमि उपयोग के विभिन्न वर्गों के आनुपातिक प्रतिरूप की ही जानकारी, नहीं मिलती वरन् 1950 और 1992 के बीच उनमें होने वाले परिवर्तन का भी बोध होता है। वृत्तारेख से स्पष्ट जानकारी मिलती है कि 1950–92 के बीच वनीय क्षेत्र में बहुत वृद्धि हुई है। इसी प्रकार कुल बोये गये क्षेत्र में भी भारी वृद्धि हुई है। इसके दूसरी ओर आरेख दर्शाता है कि परती भूमि, कृषि योग्य बंजर भूमि, बंजर भूमि और बागों के अन्तर्गत भूमि का क्षेत्र घट रहा है।

यदि हम दो अलग-अलग क्षेत्रों के वर्गों को इस प्रकार दिखाते हैं कि एक क्षेत्र बड़ा हो और दूसरा छोटा तो उनके वृत्तों का आकार उनके क्षेत्रफल के अनुपात में होगा। उदाहरण के लिये यदि उत्तर प्रदेश और हरियाणा के भूमि उपयोग दिखाना है तो वृत्तों के आकार राज्यों के क्षेत्रफलों के अनुपात में होंगे। इसके बाद प्रत्येक राज्य के विभिन्न भूमि उपयोगों को दिखाने की विधि जैसी ही होगी। इनमें एक वृत्तारेख बड़ा होगा और दूसरा छोटा। इनके वृत्त खंड दोनों राज्यों के आनुपातिक भूमि उपयोग दिखायेंगे।

### वृत्तारेख की विशेषताएँ

- यह किसी परिघटना के आनुपातिक संघटन को दिखाने का बेहतर ढंग है; क्योंकि यह आरेख द्विविम स्थान घरता है, जबकि दंड केवल ऊँचाई या लम्बाई दर्शाते हैं।

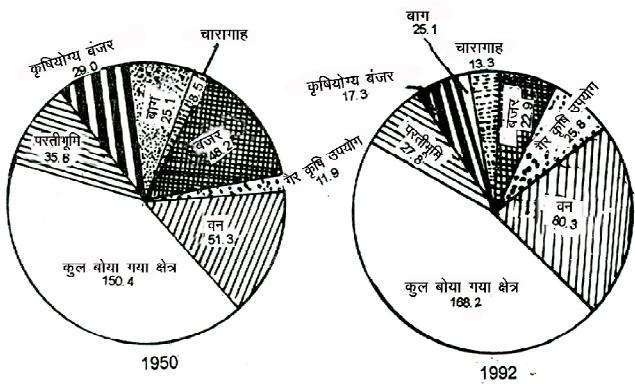


टिप्पणी

## प्रायोगिक पुस्तिका



टिप्पणी



चित्र 3.6 वृत्तारेख

- (ii) जब घटकों की संख्या ज्यादा होती है तो उन्हें मिश्रित दंड या बहु दंडों द्वारा दिखाना कठिन होता है। ऐसी परिस्थिति में वृत्तारेख बहुत ही उपयुक्त होता है।
- (iii) दंड आरेख की तुलना में वृत्तारेख कम जगह धेरता है।
- (iv) इसमें गणितीय गुणा-भाग अधिक करना पड़ता है।
- (v) जब थोड़ी सी इकाइयों, क्षेत्रों, राज्यों के उपर्गणों की तुलना करनी हो तो यह आरेख प्रभावी होता है। जब बहुत अधिक इकाइयों की तुलना करनी होती है तो वृत्तारेख के स्थान पर बहुदंड आरेख चुना जाता है।

## (घ) तारा आरेख

इस आरेख में केन्द्र से अरीय रेखायें खींची जाती हैं जो किसी मात्रा या दिनों की संख्या का निरूपण करती हैं। अरीय रेखाओं की लम्बाई उनके द्वारा निरूपित की जाने वाली मात्रा या दिनों की संख्या के अनुपात में होती है। जब रेखाओं के बाहरी बिन्दुओं को एक दूसरे से मिला दिया जाता है तो इससे बनी आकृति तारे के समान होती है। इसीलिये इस आरेख को तारा आरेख कहा जाता है। पवनारेख तारा आरेख का एक विशिष्ट उदाहरण है।

## उदाहरण

नीचे दिये आंकड़ों का निरूपण तारा आरेख द्वारा करिये।

सारणी 3.13

पवन की दिशा	दिनों की संख्या	पवन की दिशा	दिनों की संख्या
उत्तर (उ.)	51	दक्षिण-पश्चिम (द.प.)	57
		पश्चिम (प.)	32
उत्तर-पूर्व (उ.पू.)	22	उत्तर-पश्चिम (उ.प.)	52

पूर्व (पू.)	17	शांत दिन	37
दक्षिण-पूर्व (द.पू.)	42	योग	365
दक्षिण (द.)	55		

### तारा आरेख की रचना

तारा आरेख की रचना में निम्नलिखित चरण शामिल हैं:

- (i) पवन के बहने की दिशायें आठ हैं। अतः केन्द्र से  $45^0$  के अन्तराल पर हम आठ अरीय रेखायें, खींचते हैं जो पवन की आठ दिशाओं को बताती हैं।
- (ii) अब इन रेखाओं पर उ., उ.पू., पू., द.पू., द., द.प., प. और उ.प. क्रमशः लिखा जाता है।
- (iii) प्रत्येक रेखा की लम्बाई दिनों की संख्या बतायेगी जिनमें पवन प्रत्येक दिशा से बहती है। इसके लिये कागज के आकार को ध्यान में रखकर हम उपयुक्त पैमाना चुनते हैं। यहाँ पैमाना है:  
 $1 \text{ सेमी} = 20 \text{ दिन}$ ।

इस पैमाने के आधार पर प्रत्येक दिशा की रेखा की लम्बाई निम्नलिखित होगी:

$$\text{उ.} = 2.55 \text{ सेमी.}$$

$$\text{उ.पू.} = 1.1 \text{ सेमी.}$$

$$\text{पू.} = 0.85 \text{ सेमी.}$$

$$\text{द.पू.} = 2.1 \text{ सेमी.}$$

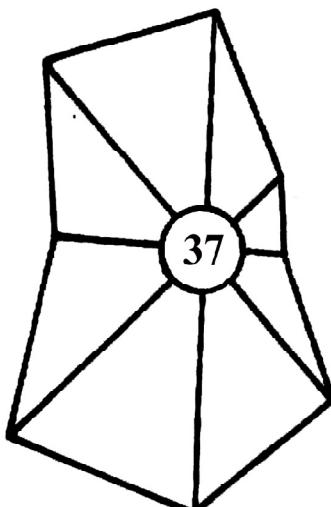
$$\text{द.} = 2.75 \text{ सेमी.}$$

$$\text{द.प.} = 2.87 \text{ सेमी.}$$

$$\text{प.} = 1.6 \text{ सेमी.}$$

$$\text{उ.प.} = 2.6 \text{ सेमी.}$$

$$\text{शान्त} = 1.85 \text{ सेमी.}$$



चित्र 3.7 तारा आरेख

- (iv) ऊपर दी गई लम्बाई के अनुसार केन्द्र से प्रत्येक दिशा की रेखा खींचिए। शान्त दिनों के लिये केन्द्र पर  $1.85$  सेमी की त्रिज्या लेकर वृत्त बनाइये।
- (v) सभी रेखाओं के सिरे बिन्दुओं को मिलाने से तारा आरेख बन जायेगा।
- (vi) केन्द्र पर बनाये गये वृत्त के भीतर शांत दिनों की संख्या लिखी जाती है। इस प्रकार के बने तारा आरेख द्वारा पवन की दिशा दर्शाई जाती है।



## प्रायोगिक पुस्तिका



टिप्पणी

तारा आरेख की विशेषताएँ

- तारा आरेख की रचना बहुत सरल है। इसमें रेखाओं की लंबाइयों की गणना के अतिरिक्त गणितीय परिकलन नहीं किया जाता।
- तारा आरेख जलवायु विज्ञान संबंधी मानचित्रों और पायलट चार्टों पर दर्शाये जाते हैं। इनके द्वारा किसी क्षेत्र की मौसम की दशाओं की जानकारी मिलती है।

**5.4 वितरण मानचित्र**

किसी भी क्षेत्र विशेष के सांख्यिकीय आंकड़ों का मानचित्र पर प्रदर्शन वितरण मानचित्र कहलाता है। विभिन्न प्रकार के वितरण मानचित्रों को तैयार किया जाता है जैसे-मृदा, फसलें, जनसंख्या, जनसंख्या घनत्व, साक्षरता, वर्षा, तापमान आदि। वितरण मानचित्र तैयार करने के लिए निम्नलिखित की आवश्यकता पड़ती है:

- सम्बंधित प्रदेश/क्षेत्र/प्रशासनिक इकाई का रेखा मानचित्र।
- उसी क्षेत्र का उच्चावच मानचित्र जिस पर वन क्षेत्र, जल खण्डों, दलदली भूमियों तथा समोच्च रेखाओं का प्रदर्शन हो।
- उसी क्षेत्र का मृदा मानचित्र तथा जलवायिक मानचित्र होना चाहिए।
- नगरों को प्रदर्शित करने वाला मानचित्र होना चाहिए।

वितरण मानचित्र बनाने की कई विधियाँ हैं परन्तु यहां केवल दो विधियों-बिन्दु मानचित्र तथा वर्णमात्री विधि की व्याख्या की जाएगी।

**(क) बिन्दु मानचित्र**

बिन्दु मानचित्र द्वारा ऐसा दृश्य प्रस्तुत होता है जिसमें किसी घटना के कम या अधिक घनत्व का बोध समान आकार के बिन्दुओं से होता है। इसमें असतत आंकड़े या अबाध संख्यायें प्रयुक्त की जाती हैं, जिन्हें किसी पैमाने के आधार पर बिन्दुओं की संख्या में बदला जाता है।

बिन्दु एक चिन्ह है, जिसके उपयोग द्वारा किसी घटना का क्षेत्रीय वितरण दर्शाया जाता है। बिन्दु मानचित्र में आंकड़ों का प्रतिरूपण एक बिन्दु विधि या बहु बिन्दु विधि द्वारा किया जाता है। यहां केवल एक बिन्दु विधि की ही चर्चा करेंगे।

एक बिन्दु विधि में मानचित्र के सारे क्षेत्र में बिन्दुओं का आकार एक समान रखा जाता है। जब मानचित्र में एक ही घटना अर्थात् जनसंख्या का वितरण दर्शाना हो तो एक ही रंग के बिंदु दिखाये जाते हैं। जब मानचित्र में कई घटनाएं दर्शाना हो तो विभिन्न रंगों के बिन्दु दिखाये जाते हैं। उदाहरण के लिये मानचित्र में जनजातीय जनसंख्या का वितरण दिखाना है तो प्रत्येक

जनजाति के लिये अलग रंग के बिन्दु चुने जाते हैं, परन्तु सभी रंगों के बिन्दुओं का आकार सारे मानचित्र में एक समान रखा जाता है।

### उदाहरण

2011 में मध्य प्रदेश की जनसंख्या जो सारणी 3.4 में दी गई है का वितरण चित्र 3.8 में दिखाया गया है। सारणी के चौथे कालम में, 1 बिन्दु 20,000 लोगों को दर्शाता है, पैमाने के आधार पर बिन्दुओं की संख्या गणना करके लिख दी गई है।

सारणी 3.14

मध्य प्रदेश जनसंख्या वितरण, 2011



टिप्पणी

क्र.सं.	जिला	जनसंख्या	बिन्दुओं की संख्या
1	2	3	4
1	इंदौर	3,276,697	164
2	जबलपुर	2,463,289	123
3	सागर	2,378,458	119
4	भोपाल	2,371,061	119
5	रीवा	2,365,106	118
6	सतना	2,228,935	111
7	धार	2,185,793	109
8	छिंदवाड़ा	2,090,922	105
9	ग्वालियर	2,032,036	102
10	उज्जैन	1,986,864	99
11	मोरेना	1,965,970	98
12	खरगांव	1,873,046	94
13	छतरपुर	1,762,375	88
14	शिवपुरी	1,726,050	86
15	भिंड	1,703,005	85
16	बालाघाट	1,701,698	85



ટિપ્પણી

17	બેસૂલ	1,575,362	79
18	દેવાસ	1,563,715	78
19	રાજગઢ	1,545,814	77
20	શાજાપુર	1,512,681	76
21	વિદિશા	1,458,875	73
22	રત્નામ	1,455,069	73
23	ટીકમગઢ	1,445,166	72
24	બડ્ધાની	1,385,881	69
25	સિવની	1,379,131	69
26	મંદસૌર	1,340,411	67
27	રાયસેન	1,331,597	67
28	સિહોર	1,311,332	66
29	ખંડવા	1,310,061	66
30	કટની	1,292,042	65
31	દમોહ	1,264,219	63
32	ગુના	1,241,519	62
33	હોશંગાબાદ	1,241,350	62
34	સિંગરાલી	1,178,273	59
35	સીધી	1,127,033	56
36	નરસિંહપુર	1,091,854	55
37	શહજેલ	1,066,063	53
38	મંડલા	1,054,905	53
39	જાબુઆ	1,025,048	51
40	પના	1,016,520	51

41	अशोकनगर	845,071	42
42	नीमच	826,067	41
43	दतिया	786,754	39
44	बुरहानपुर	757,847	38
45	अनूपपुर	749,237	37
46	अलीगढ़जपुर	728,999	36
47	डिंडोरी	704,524	35
48	श्योपुर	687,861	34
49	उमरिया	644,758	32
50	हरदा	570,465	29

स्रोत: भारत की जनगणना, 2011

### बिन्दु मानचित्र की रचना

सर्वप्रथम जिस क्षेत्र का मानचित्र बनाना है उसका आधार मानचित्र और दिखाये जाने वाले आंकड़े उपलब्ध होना चाहिए। फिर जिन प्रशासनिक इकाइयों के आंकड़े उपलब्ध हैं, उन प्रशासनिक इकाइयों की सीमाओं को आधार मानचित्र में पेंसिल या हल्की स्याही से अंकित करना चाहिए। ऐसी प्रशासनिक इकाइयों को इकाई-क्षेत्र कहा जाता है और प्रत्येक बिन्दु का मान इकाई-मान कहलाता है। ऊपर दिये गये उदाहरण में जिले इकाई-क्षेत्र हैं और प्रति बिन्दु 20000 लोग इकाई-मान हैं। बिन्दु मानचित्र की रचना निम्नलिखित बातों पर निर्भर करती है:

- (i) इकाई-मान का निर्धारण।
- (ii) बिन्दुओं का समान और उचित आकार का निर्धारण।
- (iii) मानचित्र पर बिन्दुओं को उचित स्थान पर लगाना।

इकाई मान और मानचित्र पर लगाए जाने वाले बिन्दुओं की इकाई मान और मानचित्र पर लगाए जाने वाले बिन्दुओं की ठीक-ठीक संख्या तय हो जाने के बाद मानचित्र के प्रत्येक इकाई क्षेत्र में समान आकार के बिन्दु लगाए जाते हैं।

- (i) इकाई मान और बिन्दु के आकार का चयन

इकाई मान द्वारा ज्ञात होता है कि इकाई क्षेत्र में कितने बिन्दु लगाए जाएंगे। इकाई मान को तय करने के लिए सर्वप्रथम यह जानना जरूरी है कि संख्याओं के बीच अंतर कितना है और



## प्रायोगिक पुस्तिका



टिप्पणी

उसके बाद ही एक बिन्दु का मान निर्धारित किया जाता है। चुना गया इकाई मान हमेशा पूर्णक होता है। सामान्यतया यह 10 का गुणक होता है। वास्तविक संख्याओं के खंड या अपूर्ण संख्याएं मानचित्र पर निरूपित नहीं की जाती।

चुना गया इकाई मान इतना छोटा नहीं होना चाहिए जिससे अधिक घने क्षेत्रों में बिन्दु लगाने में कठिनाई आए। इसके दूसरी ओर यह इतना बड़ा भी नहीं होना चाहिए कि कम घनत्व वाले क्षेत्र बिल्कुल खाली दिखाई दें और महत्वहीन हो जाएं। प्रयोग करना इसके लिए सबसे अच्छा तरीका है। चित्र 3.8 में दिए बिन्दु मानचित्र में इकाई मान प्रति बिन्दु के लिए 20,000 लोग, लिया गया है।

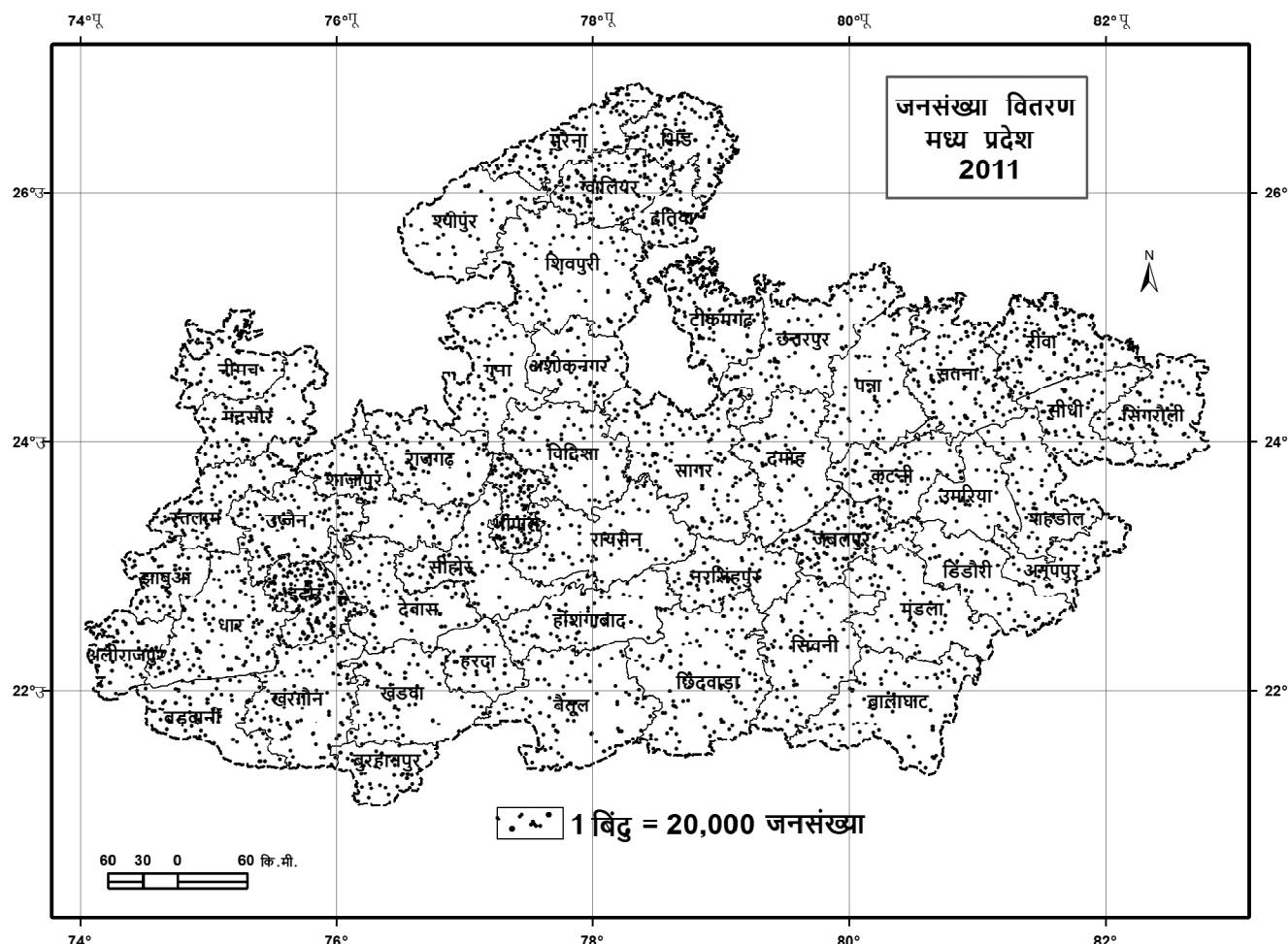
## (ii) मानचित्र में बिन्दु लगाना

जिन आधार मानचित्रों में भौतिक और सांस्कृतिक लक्षण भी दर्शाए होते हैं, उनमें बिन्दु लगाने में बड़ी मदद मिलती है। इनकी मदद से अनुकूल और प्रतिकूल क्षेत्रों का सीमांकन करना आसान होता है। अनुकूल क्षेत्रों में तथ्य की अधिकता होती है और प्रतिकूल क्षेत्रों में उसकी कमी या विरलता। उदाहरण के लिए जनसंख्या वितरण मानचित्रों में प्रतिकूल क्षेत्र गैर-सार्वभौमिकता के लिए जाने जाते हैं अर्थात् मरुस्थल, दलदली भूमि, बाढ़ मैदान आदि मानवीय आवास के लिए अनुकूल नहीं हैं।

बिन्दु लगाते समय इस बात का ध्यान रखना चाहिए कि सीमान्त क्षेत्रों को खाली न छोड़ा जाए। यह भी सावधानी रखनी चाहिए कि बिन्दु रेखा या गुच्छ का प्रतिरूप न दर्शाए जो वास्तविकता में नहीं है। चित्र 3.8 में मध्य प्रदेश के भौतिक एवं सांस्कृतिक लक्षणों को सावधानीपूर्वक अध्ययन करने के बाद ही जनसंख्या का जिलेवार वितरण दिखाने के लिए बिन्दु लगाए गए हैं।

## बिन्दु मानचित्र की व्याख्या

बिन्दु मानचित्र में वितरण प्रतिरूप बिन्दु द्वारा दर्शाया जाता है, अतः व्याख्या करने के लिए कोई भी व्यक्ति सैद्धान्तिक रूप में बिन्दुओं को गिनता है और एक बिन्दु के मान से उन कुल बिन्दुओं की संख्या को गुणा करता है। परन्तु सामान्यतया लोग यह जानकारी मूल स्रोत से प्राप्त करके वितरण प्रतिरूप को जानने का प्रयास करते हैं। बिन्दु मानचित्र की व्याख्या करते समय निम्नलिखित सिद्धान्तों को ध्यान में रखना चाहिए:



चित्र 3.8 बिंदु मानचित्र

- सारे क्षेत्र को अधिक घने, मध्यम घने और कम घने क्षेत्रों में बांटना।
- जो क्षेत्र या जिले सामान्य प्रतिरूप में नहीं आते उनकी अपवाद के रूप में अलग से व्याख्या करना।
- यदि आवश्यकता हो तो संबंधित सारणी में दी गई वास्तविक संख्याओं की मदद से व्याख्या को अधिक स्पष्ट करना।

इन सिद्धान्तों को अपनाते हुए चित्र 3.8 में दिए मध्य प्रदेश की जनसंख्या के वितरण मानचित्र की व्याख्या की जा सकती है। वितरण की प्रकृति लगभग समान है। आंकड़ों में विचरण बहुत धीमा है। अतः अति उच्च संकेन्द्रण के केन्द्र मानचित्र में नहीं है। परन्तु सामान्य प्रतिरूप दर्शाता है कि कुछ जिले दूसरों की अपेक्षा अधिक घनी आबादी है।

#### बिंदु मानचित्र की विशेषताएँ

- (i) बिंदु मानचित्र द्वारा वितरण की स्पष्ट एवं सही जानकारी मिलती है।

## प्रायोगिक पुस्तिका



टिप्पणी

- (ii) यह आनुपातिक होता है।
- (iii) बिन्दु मानचित्र को सममान और वर्णमात्री मानचित्रों में भी बदला जा सकता है। परन्तु इस प्रक्रिया को उलटा नहीं जा सकता।
- (iv) बिन्दु मानचित्र को परिशुद्ध विधि भी कहते हैं, क्योंकि इसमें संख्याओं और बिन्दुओं का सीधा अनुपात होता है।
- (v) बिन्दु मानचित्र बनाना आसान है। इसमें कोई खास गणितीय परिकलन की आवश्यकता नहीं पड़ती। केवल इकाई मान के अनुसार बिन्दुओं की संख्या निकालनी होती है।
- (vi) ऐसा भी हो सकता है कि बिन्दु उस स्थान पर लगाए गए हों, जहां लक्षण वास्तविक रूप में मौजूद नहीं हो।
- (vii) जहां तथ्य का वितरण बहुत ही असमान हो वहां बिन्दु विधि अधिक कारगर नहीं होती।
- (viii) छोटे-छोटे क्षेत्रों में प्रायः बिन्दु एक दूसरे से मिल जाते हैं। अतः उनका गिनना कठिन हो जाता है और आंकड़ों के आधारभूत स्रोत की जानकारी लेनी पड़ती है।

## ( ख ) वर्णमात्री मानचित्र

वर्णमात्री स्थानिक आंकड़ों को मानचित्र पर प्रदर्शित करने की एक विधि है। इसमें सूचना की तीव्रता और घनत्व के आधार पर आभाएँ बनाई जाती हैं। अपरिष्कृत स्थानिक आंकड़ों को सबसे पहले व्यवस्थित किया जाता है और उसके विभिन्न वर्ग बनाए जाते हैं। एक वर्ग के लिए एक समान आभा या रंग निश्चित किया जाता है। आभाओं का चयन कुछ निश्चित नियमों के आधार पर किया जाता है। सामान्य तथा गहरी आभाओं (रंगों) द्वारा उच्च मान/घनत्व/तीव्रता दर्शाएँ जाते हैं। इसके विपरीत न्यून मानों/घनत्व/तीव्रता के लिए हल्की आभाओं/रंगों का प्रयोग किया जाता है।

## उदाहरण

वर्णमात्री विधि को समझने के लिए हरियाणा राज्य के सभी जिलों की जनसंख्या के घनत्व को सारणी 3.15 में दिया गया है।

सारणी 3.15 हरियाणा में जनसंख्या घनत्व 2001

क्र.सं.	जिला	क्षेत्रफल (वर्ग कि. में)	जनसंख्या	घनत्व
I	II	III	IV	V
1.	अम्बाला	1569	1013660	646
2.	कुरुक्षेत्र	1217	828120	680

3.	करनाल	2471	1274843	516
4.	जींद	2736	1189725	435
5.	सोनीपत	2260	1278830	566
6.	पानीपत	1250	967338	774
7.	रोहतक	1668	940036	564
8.	पंचकुला	816	469210	575
9.	फरीदाबाद	2105	2193276	1042
10.	गुडगांव	2700	1657669	614
11.	महेंद्रगढ़	1683	812022	483
12.	भिवानी	5140	1424554	277
13.	हिसार	3788	1536417	406
14.	सिरसा	4276	1111012	260
15.	रिवाड़ी	1559	764727	491
16.	कैथल	2799	945631	338
17.	यमुना नगर	1756	982369	559
18.	फतेहाबाद	2491	806158	324
19.	झज्जर	1868	887392	475
20.	हरियाणा	44152	21082989	478

प्रायोगिक पुस्तिका



टिप्पणी

स्रोत: भारत की जनगणना, 2001

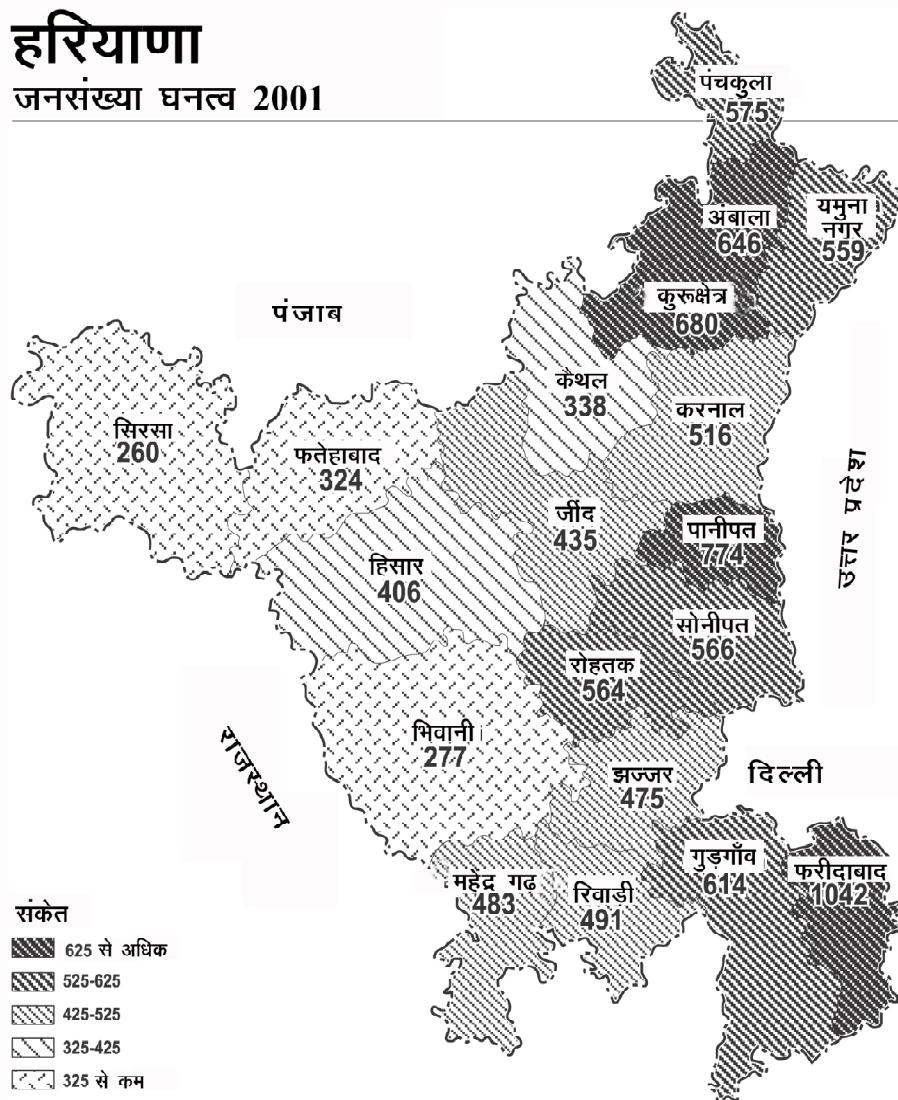
### वर्णमात्री मानचित्र की रचना

वर्णमात्री मानचित्र में क्षेत्रीय आंकड़े प्रदर्शित किए जाते हैं। अतः इसके लिए उपविभागों, जिले और तहसील की सीमाओं वाले मानचित्र की आवश्यकता होती है। वर्णमात्री मानचित्र की रचना के लिए मानचित्र के उपविभाग अर्थात् ब्लाक, जिला या राज्य जैसी प्रशासकीय इकाइयाँ क्षेत्रीय इकाई के रूप में स्वीकार की जाती हैं।

जैसा कि हम जानते हैं कि लोग गाँव, कस्बों और नगरों जैसी बस्तियों में रहते हैं। स्थान या धारातल पर जनसंख्या का वितरण समान या निरन्तर नहीं होता। सभी बस्तियों के व्यक्तियों की गणना करके वहाँ की कुल जनसंख्या ज्ञात की जाती है। अगर हम कुल जनसंख्या को ब्लाक/जिला के क्षेत्रकल से भाग कर दें तो उस क्षेत्र की जनसंख्या का घनत्व ज्ञात हो जाता है। किसी प्रशासनिक इकाई की कुल जनसंख्या को मानचित्र निर्माण के लिए समान रूप से वितरित मान लिया जाता है। इसीलिए सम्पूर्ण जिले को किसी एक निश्चित आधा द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।



## हरियाणा जनसंख्या घनत्व 2001



चित्र 3.9 वर्णमात्री मानचित्र

घनत्व/उत्पादकता/साक्षरता को जानकर उन्हें विभिन्न वर्गों में वर्गीकृत कर लिया जाता है। उस वर्ग में आने वाली प्रशासनिक इकाइयों की एक आभा निश्चित कर दी जाती है। इसीलिए उच्च मानों के लिए गहरी आभा तथा न्यून मानों के लिए हल्की आभाओं का प्रयोग किया जाता है। इनके बीच में मानों के क्रमानुसार आभाओं की गहनता बदलती जाती है।

### वर्णमात्री मानचित्र की व्याख्या

वर्णमात्री मानचित्रों की व्याख्या करते समय हमें आभाओं के सामान्य प्रतिरूपों को ध्यान में रखना चाहिए। आभाओं के प्रतिरूप को धारातल पर बढ़ती या घटती प्रवृत्तियों के रूप में समझना चाहिए। कुछ अलग-थलग पड़े क्षेत्रों के घनत्व के उच्च संकेन्द्रण के लिए अनुकूल दशाओं को उत्तरदायी माना जा सकता है। इसीलिए इसकी व्याख्या इसी संदर्भ में की जानी चाहिए।

चित्र संख्या 3.9 पर सरसरी दृष्टि डालने से साफ पता चल जाता है कि जनसंख्या का अधिक घनत्व हरियाणा के पूर्वी भाग में पाया जाता है। जैसे-जैसे हम पूर्व से पश्चिम की ओर जाते हैं घनत्व घटता जाता है। हरियाणा के उत्तरी, पश्चिमी और दक्षिणी-पश्चिमी भागों में घनत्व सबसे कम है। राज्य के दक्षिण पश्चिम भाग में स्थित फरीदाबाद का घनत्व सर्वाधिक (1042 व्यक्ति प्रति वर्ग किलोमीटर) है। जनसंख्या घनत्व के मानचित्र में जनसंख्या घनत्व के पाँच वर्ग दिखाए गए हैं। ये वर्ग हैं- बहुत कम, कम, मध्यम, उच्च और अति उच्च। हरियाणा के दक्षिणी-पश्चिमी भाग के जिले भिवानी में जनसंख्या घनत्व सबसे कम (260 व्यक्ति प्रति वर्ग कि.मी.) पाया जाता है। जनसंख्या के उच्च और निम्न घनत्व में 750 व्यक्ति प्रति वर्ग कि.मी. का अन्तर है। जनसंख्या घनत्व के विभिन्न वर्गों के जिलों के नाम नीचे दिए गए हैं-

<b>अति उच्च घनत्व</b>	- फरीदाबाद, पानीपत, कुरुक्षेत्र और अम्बाला
<b>उच्च घनत्व</b>	- गुड़गाँव, पंचकुला, सोनीपत, रोहतक, यमुना नगर
<b>मध्यम घनत्व</b>	- करनाल, रिवाड़ी, महेन्द्रगढ़, झज्जर, जींद
<b>कम घनत्व</b>	- हिसार और कैथल
<b>बहुत कम घनत्व</b>	- फतेहाबाद, भिवानी, सिरसा

### वर्णमात्री मानचित्र की विशेषताएँ

- वर्णमात्री मानचित्र में विभिन्न आभाएँ दिखाई जाती हैं। आभाओं की गहनता में परिवर्तन पैमाने के मानों की घट-बढ़ को प्रदर्शित करता है।
- किसी एक वर्ग की आभा उसी मान को प्रदर्शित करती है, लेकिन आभाओं के परिसर में भी परिवर्तन आ जाता है।
- वितरण की दृष्टि से सम्पूर्ण प्रशासकीय इकाई को एक समान माना जाता है। लेकिन वास्तव में यह सत्य नहीं होता है।
- प्रशासनिक सीमा पड़ोसी इकाई के मध्य तीव्र विभाजन को प्रदर्शित करती है।
- गहरी और हल्की आभाएँ एक दूसरे के पास-पास भी हो सकती हैं।
- अनेक बार ऐसा भी होता है कि पृथ्वी के धारातल पर बदलती प्रवृत्तियों को सही ढंग से प्रदर्शित नहीं किया जा सकता।
- कुछ छोटे-छोटे क्षेत्र अलग से स्पष्ट दिखाई दे जाते हैं।
- बदलती प्रवृत्तियों की तुलना दो समयावधियों के मानचित्र बनाकर की जा सकती है।



## प्रायोगिक पुस्तिका



टिप्पणी

## प्रायोगात्मक अभिलेख पुस्तिका के लिए अभ्यास

1. 1901–91 तक भारत की जनसंख्या वृद्धि को दर्शाने वाला एक रेखीय ग्राफ बनाइए।

वर्ष	1901	1911	1921	1931	1941	1951	1961	1971	1981	1991
जनसंख्या (करोड़ में)	23.8	25.2	25.1	27.9	31.9	36.1	43.9	548	68.6	84.4

2. तिरुवनन्तपुरम की वर्षा के नीचे दिये आंकड़ों को दिखाने के लिए एक दंड आरेख बनाइए।

महीने	ज.	फ.	मा.	अ.	म.	जू.	जु.	अ.	सि.	अ.	न.	दि.
वर्षा (मिमी में)	22.9	20.8	38.6	105.7	207.8	356.4	223.0	145.5	137.9	273.3	205.5	74.5

3. निम्नलिखित आंकड़ों को तारा आरेख में निरूपित करिए।

पश्चिम दिशा	दिनों की संख्या	पश्चिम दिशा	दिनों की संख्या
उत्तर (उ.)	45	दक्षिण-पश्चिम (द.प.)	15
उत्तर-पूर्व (उ.पू.)	110	पश्चिम (प.)	90
पूर्व (पू.)	25	उत्तर-पश्चिम (उ.प.)	20
दक्षिण-पूर्व (द.पू.)	27	शांत दिन	10
दक्षिण (द.)	23	कुल योग	365

**पाठ 1-25 प्रतिपृष्ठि ( फीडबैक ) करें**

पाठ संख्या	पाठ का नाम	सामग्री थी	भाषा थी	ये चित्र थे	आपने जो सीखा वह है
		आसान कठिन	रोचक भ्रमात्मक	जटिल सहायक	उपयोगी बहुत उपयोगी तक उपयोगी कुछ हर उपयोगी
14.					
15.					
16.					
17.					
18.					
19.					
20.					
21.					
22.					
23.					
24.					
25.					