



214hi18

18

मॉड्यूल -6

अर्थशास्त्र में आंकड़ों का  
प्रस्तुतीकरण और विश्लेषण

टिप्पणी

## आंकड़ों का विश्लेषण

आर्थिक आंकड़ों का अध्ययन प्रायः सांख्यिकी विधियों की सहायता से किया जाता है। सांख्यिकी विज्ञान, संख्यात्मक तथ्यों के संकलन, वर्गीकरण, सारणीयन की एक विधि है जो एक घटना की व्याख्या करने, वर्णन करने और तुलना करने में सहायता करती है।

स्पष्ट रूप से, एकवचन रूप में सांख्यिकी एक वैज्ञानिक विषय है जो वर्णनात्मक भी है और निर्णायक भी। वर्णनात्मक सांख्यिकी में हम वैज्ञानिक अन्वेषण के संपूर्ण सप्तक को शामिल करते हैं। सभी सांख्यिकीय जांच में पहला चरण, विभिन्न विधियों से तथ्यों को एकत्र करना है। उत्तरदाताओं से संकलित तथ्यों का पहले संपादन किया जाता है। ये तथ्य, तब सारणी, ग्राफ, चित्रों की सहायता से प्रस्तुत किए जाते हैं। परिमाणात्मक सूचना का सांख्यिकी रूप में विश्लेषण किया जाता है। प्रतिनिधि चित्रों की उस संदर्भ में व्याख्या की जाती है जिसमें उनका अध्ययन किया गया है।



उद्देश्य

इस पाठ को पढ़ने के बाद आप समझ सकेंगे :

- केन्द्रीय प्रवृत्ति शब्द का अर्थ;
- औसत की अवधारणा का दैनिक जीवन में प्रयोग करना;
- विभिन्न श्रृंखलाओं में समान्तर माध्य की गणना करना;
- समान्तर माध्य की गणना में वैकल्पिक विधियों का प्रयोग।

### 18.1 केन्द्रीय प्रवृत्ति का अर्थ

आंकड़ों के संकलन, व्यवस्थीकरण और प्रस्तुतीकरण के पश्चात् उनके विश्लेषण की आवश्यकता होती है। आंकड़ों का विश्लेषण एक ऐसी विधि है जिसके माध्यम से संख्यात्मक आंकड़ों से महत्वपूर्ण तथ्य निकाले जाते हैं। सांख्यिकीय विश्लेषण का एक महत्वपूर्ण उद्देश्य एक अकेला मूल्य प्राप्त करना है जो सम्पूर्ण आंकड़ों की विशेषताओं का वर्णन करे।



सांख्यिकी में हम कुछ समस्याओं के विषय में अध्ययन करते हैं जो अधिकांश अनेक कारणों से प्रभावित होती हैं। हम जो भी निष्कर्ष निकालते हैं वह बहुत से कारणों के संयुक्त प्रभावों पर आधारित होते हैं और ऐसे कारणों का अलग-अलग प्रभाव निकालना बहुत कठिन है। तथापि आंकड़ों के विश्लेषण में पहला चरण शुद्ध आंकड़ों से प्रतिनिधि मूल्य ज्ञात करना है। इसे, औसत या केन्द्रीय प्रवृत्ति का माप कहा जाता है।

शुद्ध आंकड़े पहले संपादित किए जाते हैं और फिर आवृत्ति वितरण में परिवर्तित किए जाते हैं। वर्णनात्मक सांख्यिकी का एक मौलिक उद्देश्य आंकड़ों में सबसे अधिक प्रतिनिधित्व करने वाली मूल्य संख्या ज्ञात करना है। यह प्रतिनिधि संख्या औसत या समान्तर माध्य कहलाती है। यह मूल्य या अकेली संख्या है, जो कि सबका प्रतिरूप है। इसे केन्द्रीय प्रवृत्ति का माप भी कहा जाता है। इस प्रकार औसत वर्णनात्मक सांख्यिकी जो प्रवृत्ति का माप करती है, केन्द्रीय प्रवृत्ति कहलाती है। यह सिद्ध हो चुका है कि आंकड़ों की एक विशेष दिशा की ओर जाने की प्रवृत्ति होती है।

आंकड़ों का केन्द्रीय स्थापन या मूल्य की ओर एकत्र होने की प्रवृत्ति केन्द्रीय प्रवृत्ति कहलाती है। आंकड़ों के समूह के किसी औसत मूल्य की गणना करने का उद्देश्य एक अकेला मूल्य प्राप्त करना है जो सभी मदों का प्रतिनिधित्व करता है और जिसे मस्तिष्क आसानी से और शीघ्र समझ सकता है। अकेला मूल्य वह बिन्दु है जिसके चारों ओर व्यक्तिगत मदें एकत्रित होती हैं।

हम अपनी दैनिक चर्चा में प्रायः औसत शब्द का प्रयोग करते हैं। यदि कोई दावा करता है कि उसके 6 विषयों में औसत अंक 100 में से 76 हैं, यह दर्शाता है, कि उसने कुल 456 अर्थात्  $76 \times 6$  अंक प्राप्त करने में सफलता प्राप्त की है। उदाहरण के लिए, यदि किसी श्रृंखला में 5 पारियों में सचिन ने 59, 78, 100, 50 और 63 रन बनाए। उसने कुल 350 रन बनाए। उसका रनों का औसत  $350 \div 5 = 70$  है। यह महत्वपूर्ण है कि सचिन ने किसी भी पारी में जिसमें वह खेला, ठीक 70 रन नहीं बनाए। लेकिन औसत के रूपमें यह संख्या पांच पारियों में उसके द्वारा बनाए गये रनों का एक अच्छा प्रतिनिधित्व करती है। अवलोकनों के किसी समूह का एक औसत मूल्य निकालने का उद्देश्य एक अकेला मूल्य प्राप्त करना है जो सभी मूल्यों का प्रतिनिधित्व करता है और जिसे मस्तिष्क आसानी से तथा शीघ्रता से समझ सकता है।

### 18.2 औसतों का उद्देश्य और कार्य

- संकलित सूचना और शुद्ध आंकड़ों को संक्षिप्त करना
- दो या अधिक समूहों में तुलना को सुगम बनाना
- शुद्ध आंकड़ों से एक प्रतिनिधि मूल्य प्रस्तुत करना
- भावी नीति और कार्यक्रमों को सुगम बनाना।

### 18.3 केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप के रूप में समान्तर माध्य

केन्द्रीय प्रवृत्तियों के विभिन्न माप हैं। समान्तर माध्य उनमें से एक हैं। समान्तर माध्य को सभी मदों के योग को मदों की संख्या से भाग देकर, प्राप्त किया जा सकता है।



गणितीय रूप में  $\bar{X} = \frac{\sum x}{N}$

जहां,  $x =$  मद

$\sum x =$  मदों का योग

$N =$  मदों की संख्या

$\bar{X} =$  समान्तर माध्य

साधारण भाषा में समान्तर माध्य औसत के नाम से लोकप्रिय है। इसकी गणना करनी बहुत आसान है। मान लो एक कक्षा में 10 विद्यार्थी हैं। उन्होंने अर्थशास्त्र में 10 में से निम्न अंक प्राप्त किए।

विद्यार्थी	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
अंक (x)	2	7	10	8	6	3	5	4	5	0

यहां 'x' अर्थशास्त्र में अंक हैं। हम इनके योग से आरम्भ करते हैं  $2 + 7 + 10 + 8 + 6 + 3 + 5 + 4 + 5 + 0 = 50$ , स्पष्ट है कि 10 विद्यार्थियों ने कुल मिलकर 50 अंक ( $\sum x$ ) प्राप्त किए। विद्यार्थियों की संख्या (N) 10 है। इस प्रकार 10 विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त अंकों का औसत  $50 \div 10 = 5$  है। दूसरे शब्दों में,

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N} = \frac{50}{10} = 5$$



### पाठगत प्रश्न 18.1

- केन्द्रीय प्रवृत्ति का एक उदाहरण दो।
- समान्तर माध्य की गणना का मौलिक सूत्र दो।
- यदि मदों का योग 40 है और माध्य 4 है तो मदों की संख्या (N) ज्ञात करो।
- राजा का चीनी का साप्ताहिक उपभोग 35 कि.ग्रा. है तो उसका दैनिक औसत उपभोग क्या है?
- 10 विद्यार्थियों के औसत अंक 50 हैं। यदि एक और विद्यार्थी समूह में शामिल हो जाता है जिसने 5 अंक प्राप्त किए, तो नया औसत क्या होगा?

### 18.4 विभिन्न प्रकार की श्रृंखलाओं में समान्तर माध्य की गणना

जैसा कि पाठ 17 में दिया गया है, आंकड़े विभिन्न प्रकार की श्रृंखलाओं में व्यवस्थित किए जा सकते हैं। वे हैं - व्यक्तिगत श्रृंखला, विच्छिन्न श्रृंखला तथा अविच्छिन्न श्रृंखला। विभिन्न श्रृंखलाओं में समान्तर माध्य की गणना नीचे दी गई है।

## मॉड्यूल-6

अर्थशास्त्र में आंकड़ों का प्रस्तुतीकरण और विश्लेषण



टिप्पणी

आंकड़ों का विश्लेषण

(अ) व्यक्तिगत श्रृंखला : समान्तर माध्य या माध्य की गणना का उपर्युक्त सूत्र सभी दशाओं में लागू होता है। परन्तु जटिल आंकड़ों के लिए यदि अप्रत्यक्ष विधि का प्रयोग करना है तो उपर्युक्त सूत्र निम्न प्रकार से संशोधित किया जा सकता है।

$$\bar{x} = A + \frac{\sum dx}{N}$$

यहां A काल्पनिक माध्य है। dx काल्पनिक माध्य x से विचलन तथा N मर्दों की संख्या है।

**उदाहरण 1.** 10 विद्यार्थियों द्वारा 30 अंकों में से निम्न प्राप्तांकों का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिये।

x : 4, 3, 8, 9, 12, 10, 25, 10, 21 और 20

x = अंक

हल

(अ) प्रत्यक्ष विधि

$$\sum x: 4 + 3 + 8 + 9 + 12 + 10 + 25 + 10 + 21 + 20 = 122$$

$$\text{समान्तर माध्य } \bar{x} = \frac{\sum x}{N} = \frac{122}{10} = 12.2$$

(ब) अप्रत्यक्ष विधि या लघु विधि

x (अंक)	dx = x - A A = 12, x - 12
4	-8
3	-9
8	-4
9	-3
12	0
10	-2
25	+13
10	-2
21	+9
20	+9
<b><math>\sum x = 122</math></b>	<b><math>\sum dx = 2</math></b>

हम काल्पनिक माध्य (A) 12 मान लेते हैं

$$\bar{x} = A + \frac{\sum dx}{N} = 12 + \frac{2}{10}$$

$$\bar{x} = 12 + 0.2 = 12.2$$



(ब) विच्छिन्न श्रृंखला : विच्छिन्न श्रृंखला में समान्तर माध्य को ज्ञात करने के लिए हम निम्न सूत्र का प्रयोग कर सकते हैं।

(अ) प्रत्यक्ष विधि

$$\bar{x} = \frac{\sum fdx}{N}$$

जहां N = आवृत्तियों का योग

(ब) अप्रत्यक्ष विधि या लघु विधि

$$\bar{x} = A + \frac{\sum fdx}{N}$$

उदाहरण 2. नीचे दिए गए आंकड़ों को सहायता से समान्तर माध्य की गणना करो।

प्रति परिवार बच्चों की संख्या	0	1	2	3	4	5	6
परिवारों की संख्या	13	17	20	40	20	17	13

हल

(अ) प्रत्यक्ष विधि

x = बच्चों की संख्या

f = परिवारों की संख्या

x	f	fx
0	13	0
1	17	17
2	20	40
3	40	120
4	20	80
5	17	85
6	13	78
	<b>140</b>	<b>420</b>

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N} = \frac{420}{140} = 3$$

इस प्रकार औसत 3 है जो यह दर्शाता है औसतन प्रति परिवार 3 बच्चे हैं।

## मॉड्यूल - 6

अर्थशास्त्र में आंकड़ों का प्रस्तुतीकरण और विश्लेषण



टिप्पणी

### (ब) अप्रत्यक्ष विधि या लघु विधि

x	f	dx = (x - A) A = 2	fdx
0	13	-2	-26
1	17	-1	-17
2	20	0	0
3	40	+1	40
4	20	+2	40
5	17	+3	51
6	13	+4	52
	<b>140</b>		<b>+183</b>
			-43
			<b>140</b>

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma f dx}{N} = 2 + \frac{140}{140} = 3$$

(स) अविच्छिन्न श्रृंखला : अविच्छिन्न श्रृंखला में समान्तर माध्य को ज्ञात करने के लिए निम्न तीन विधियों का प्रयोग किया जाता है

#### (अ) प्रत्यक्ष विधि

$$\bar{x} = \frac{\Sigma f dx}{N}$$

#### (ब) बिना पद विचलन के लघु विधि

x = किसी वर्ग का मध्य मूल्य

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma f dx}{N}$$

#### (स) पद विचलन के साथ लघु विधि

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma f dx'}{N} \times c$$

यहां c = समापवर्तक

अविच्छिन्न श्रृंखला में समान्तर माध्य की गणना की नीचे एक उदाहरण की सहायता से विस्तार से व्याख्या की गई है।



टिप्पणी

**उदाहरण 3.** एक विद्यालय में 300 विद्यार्थियों द्वारा प्राप्तांक

x (अंक)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
f (विद्यार्थियों की संख्या)	23	27	40	120	40	27	23

**हल:** पहले प्रत्येक वर्ग का मध्य मूल्य ज्ञात करना है। इसके लिये प्रत्येक वर्ग की ऊपरी सीमा और निम्न सीमा के योग को 2 से भाग दिया जाता है। अर्थात्

$$x = \frac{L_1 + L_2}{2} : \frac{0+10}{2}, \frac{10+20}{2}, \frac{20+30}{2}, \frac{30+40}{2}, \frac{40+50}{2}, \frac{50+60}{2}, \frac{60+70}{2}$$

$$= 5, 15, 25, 35, 45, 55, 65$$

यहां  $L_1$  प्रत्येक वर्ग की निम्न सीमा तथा  $L_2$  ऊपरी सीमा है

**(अ) प्रत्यक्ष विधि**

x	$x = \frac{l_1 + l_2}{2}$	f (आवृत्ति)	fx
0-10	5	23	115
10-20	15	27	405
20-30	25	40	1000
30-40	35	120	4200
40-50	45	40	1800
50-60	55	27	1485
60-70	65	23	1495
		<b>300</b>	<b>10500</b>

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{N} = \frac{10500}{300} = 35$$

## मॉड्यूल-6

अर्थशास्त्र में आंकड़ों का प्रस्तुतीकरण और विश्लेषण



टिप्पणी

(ब) लघु विधि/अप्रत्यक्ष विधि

(i) बिना पद विचलन के

x	f	मध्य मूल्य (x)	dx(x-A) A = 25	fdx
0-10	23	5	-20	-460
10-20	27	15	-10	-270
20-30	40	25	0	0
30-40	120	35	+10	1200
40-50	40	45	+20	800
50-60	27	55	+30	810
60-70	23	65	+40	920
	<b>300</b>			<b>3000</b>

$$\bar{x} = A + \frac{\sum fdx}{N} = 25 + \frac{3000}{300} = 25 + 10 = 35$$

(स) लघु विधि पद विचलन के साथ

x	x (मध्य मूल्य)	f (आवृत्ति)	dx(x-A) A = 25	dx' = $\frac{dx}{10}$ , c = 10	fdx <sup>1</sup>
0-10	5	23	-20	-2	-46
10-20	15	27	-10	-1	-27
20-30	25	40	0	0	0
30-40	35	120	+10	1	120
40-50	45	40	+20	+2	+80
50-60	55	27	+30	3	81
60-70	65	23	+40	4	92
		<b>300</b>			<b>300</b>

$$\bar{x} = A + \frac{\sum fdx'}{N} \times c = 25 + \frac{300}{300} \times 10 = 35$$





## 18.6 समान्तर माध्य के प्रयोग में सावधानियाँ

समान्तर माध्य का प्रयोग करते समय हमें दो महत्वपूर्ण सावधानियाँ रखनी चाहिए।

1. यह बात महत्वपूर्ण है कि समान्तर माध्य एक काल्पनिक मूल्य है जिसको वास्तविक तथ्यों द्वारा व्यक्त नहीं किया जा सकता। उदाहरण के लिए, यदि कुल मिलाकर 10 परिवारों में कुल 27 बच्चे हैं। प्रति परिवार औसत बच्चे  $(27 \div 10) = 2.7$  होंगे। यह अवास्तविक है। प्रति परिवार 2 या 3 बच्चे हो सकते हैं 2.7 नहीं।
2. समान्तर माध्य गुणात्मक आंकड़े के रूप में नहीं हो सकता जैसे इमानदारी, बहादुरी, निष्ठा और सौन्दर्य आदि।



### पाठगत प्रश्न 18.2

1. निम्न आंकड़ों से समान्तर माध्य ज्ञात करो:  
4, 6, 3, 7, 8, 2 और 5
2. निम्न आंकड़ों से समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए

अंक (5 में से)	0	1	2	3	4	5
विद्यार्थियों की संख्या	3	7	8	5	3	4

3. यदि काल्पनिक माध्य से लिए गए 10 के समूह के विचलनों का योग 50 है और काल्पनिक माध्य 20 है तो वास्तविक समान्तर माध्य क्या होगा?



### आपने क्या सीखा

- आंकड़ों की केन्द्रीय स्थापन या मूल्य के पास एकत्र होने की प्रवृत्ति केन्द्रीय प्रवृत्ति कहलाती है।
- औसत वह मूल्य है जो आंकड़ों के समूह का प्रतिनिधित्व करता है।
- समान्तर माध्य एक गणितीय औसत है और इसका साधारणतया केन्द्रीय प्रवृत्तियों के माप के रूप में प्रयोग किया जाता है।
- समान्तर माध्य को सभी मर्दों के योग को, मर्दों की संख्या से भाग देकर ज्ञात किया जाता है।

## मॉड्यूल-6

अर्थशास्त्र में आंकड़ों का प्रस्तुतीकरण और विश्लेषण

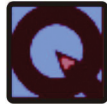


टिप्पणी

$$\text{गणितीय रूप में } \bar{X} = \frac{\sum x}{N}$$

जहां,  $x$  = मद  
 $\sum x$  = मदों का योग  
 $N$  = मदों की संख्या और  
 $\bar{X}$  = समान्तर माध्य

- समान्तर माध्य की व्यक्तिगत श्रृंखला, विच्छिन्न और अविच्छिन्न श्रृंखला में विभिन्न सूत्रों द्वारा गणना की जा सकती है।



### पाठान्त प्रश्न

1. आंकड़ों के विश्लेषण से आप क्या समझते हैं?
2. वर्णनात्मक विश्लेषण से क्या अभिप्राय है?
3. केन्द्रीय प्रवृत्ति की अवधारण की व्याख्या कीजिए।
4. समान्तर माध्य से आपका क्या अभिप्राय है? इसकी गणना कैसे की जाती है?
5. समान्तर माध्य की परिभाषा दीजिए। यह क्या दर्शाता है?
6. केन्द्रीय प्रवृत्तियों के माप से आपका क्या अभिप्राय है? समान्तर माध्य इसे किस प्रकार प्रतिबिम्बित करता है?
7. निम्न आंकड़ों से माध्य ज्ञात कीजिए: 7, 4, 17, 19, 11, 16, 15, 14, 9 और 11
8. ऊपर के आंकड़ों के समूह में निम्न मदों को जोड़ दिया जाय तो संशोधित माध्य क्या होगा? 18, 14, 14, 8, 10 और 21
9. नीचे दिए गए आंकड़ों की सहायता से माध्य की गणना कीजिए।

x	f
0	1
1	13
2	20
3	40
4	40
5	13
6	7



टिप्पणी

10. नीचे दिए गए आंकड़ों से समान्तर माध्य की गणना कीजिए।

x	f
0-10	5
10-20	15
20-30	20
30-40	25
40-50	20
50-60	15
60-70	5

11. नीचे दिए गए आंकड़ों से माध्य ज्ञात करो:

x	f
20-40	2
40-60	7
60-80	9
80-100	24
100-120	9
120-140	7
140-160	2



पाठगत प्रश्नों के उत्तर

पाठगत प्रश्न 18.1

- 1
- $\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$
- 45.9
- 7 कि.ग्रा.
- 5

पाठगत प्रश्न 18.2

- 5
- 2.33
- 18
- 25



## मॉड्यूल 7 : भारतीय अर्थव्यवस्था

19. भारतीय अर्थव्यवस्था - एक विहंगम दृष्टि
20. भारतीय अर्थव्यवस्था के क्षेत्रक पहलू
21. भारतीय अर्थव्यवस्था के सम्मुख चुनौतियां
22. भारतीय अर्थव्यवस्था - विश्व के संदर्भ में

