211hi06

6

द्विघात समीकरण

इस पाठ में आप द्विघात समीकरणों के विषय में अध्ययन करेंगे। आप दिए गए समीकरणों के समूह में से द्विघात समीकरण की पहचान करना तथा उन्हें उनके मानक रूप में लिखना सीखेंगे। आप द्विघात समीकरणों को हल करना तथा शाब्दिक समस्याओं को द्विघात समीकरण में बदलकर उन्हें हल करना भी सीखेंगे।

उद्देश्य

इस पाठ के अध्ययन के बाद आप समर्थ हो जाएंगे कि:

- समीकरणों के दिए हुए समूह में से द्विघात समीकरण की पहचान कर सकें;
- द्विघात समीकरण को मानक रूप में लिख सकें;
- द्विघात समीकरण को (i) गुणनखंड करके (ii) द्विघात सूत्र का प्रयोग करके हल कर सकें;
- द्विघात समीकरणों का प्रयोग करके शाब्दिक समस्याओं को हल कर सकें।

पूर्व अपेक्षित ज्ञान

- बहुपद
- बहुपद के शून्यक
- रैखिक समीकरण और उनके हल
- बहुपद के गुणनखण्ड

5.1 द्विघात समीकरण

आप पहले ही द्विघात बहुपदों से परिचित हैं। दो घात वाला बहुपद द्विघात बहुपद कहलाता है। जब एक द्विघात बहुपद को शून्य के बराबर बनाया जाता है, तो यह एक **द्विघात समीकरण**

कहलाता है। इस पाठ में आप केवल एक चर में द्विघात समीकरणों के विषय में अध्ययन करेंगे। आइए हम समीकरण समूह में से द्विघात समीकरण की पहचान करने के लिए कुछ उदाहरण लें।

उदाहरण 6.1: निम्नलिखित समीकरणों में से कौन कौन से द्विघात समीकरण हैं?

(i) $3x^2 = 5$ (ii) $x^2 + 2x + 3 = 0$

(iii) $x^3 + 1 = 3x^2$ (iv) $(x + 1)(x + 3) = 2x + 1$

(v) $x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$ (vi) $x^2 + \sqrt{x} + 1 = 0$

हल:

(i) यह द्विघात समीकरण है क्योंकि $3x^2 = 5$ को हम $3x^2 - 5 = 0$ द्वारा व्यक्त करते हैं तथा $3x^2 - 5$ एक द्विघात बहुपद है।

(ii) $x^2 + 2x + 3 = 0$ एक द्विघात समीकरण है क्योंकि $x^2 + 2x + 3$, द्विघात बहुपद है।

(iii) $x^3 + 1 = 3x^2$ को हम $x^3 - 3x^2 + 1 = 0$ लिख सकते हैं। बायाँ पक्ष द्विघात बहुपद नहीं है क्योंकि अधिकतम घात 3 है। अतः समीकरण द्विघात समीकरण नहीं है।

(iv) $(x + 1)(x + 3) = 2x + 1$ एक द्विघात समीकरण है क्योंकि $(x + 1)(x + 3) = 2x + 1$ को लिखा जा सकता है:

$$x^2 + 4x + 3 = 2x + 1$$

या $x^2 + 2x + 2 = 0$

अब, क्योंकि बायाँ पक्ष एक द्विघात बहुपद है,

अतः $(x + 1)(x + 3) = 2x + 1$ एक द्विघात समीकरण है।

(v) $x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$ एक द्विघात समीकरण नहीं है। फिर भी, इस समीकरण को हम द्विघात समीकरण में बदल सकते हैं जैसा नीचे प्रदर्शित किया गया है:

$$x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$$

या $\frac{x^2 + 1}{x} = \frac{5}{2}, x \neq 0$

या $2(x^2 + 1) = 5x , x \neq 0$

या $2x^2 - 5x + 2 = 0, x \neq 0$

(vi) $x^2 + \sqrt{x} + 1 = 0$ एक द्विघात समीकरण नहीं है क्योंकि $x^2 + \sqrt{x} + 1$ एक द्विघात बहुपद नहीं है। (क्यों?)

देखें आपने कितना सीखा 6.1

1. निम्नलिखित में से कौन कौन से द्विघात समीकरण हैं?

(i) $3x^2 + 5 = x^3 + x$ (ii) $\sqrt{3}\,x^2 + 5x + 2 = 0$

(iii) $(5y + 1)(3y - 1) = y + 1$ (iv) $\dfrac{x^2+1}{x+1} = \dfrac{5}{2}$

(v) $3x + 2x^2 = 5x - 4$

6.2 एक द्विघात समीकरण का मानक रूप

एक द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0, a > 0$ जबकि $a, b, c,$ अचर राशियाँ हैं तथा x एक चर है, मानक रूप में द्विघात समीकरण कहलाता है। प्रत्येक द्विघात समीकरण को सदा मानक रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

उदाहरण 6.2: निम्नलिखित द्विघात समीकरणों में से कौन कौन से समीकरण मानक रूप में हैं? जो समीकरण मानक रूप में नहीं हैं, उन्हें मानक रूप में प्रदर्शित कीजिए।

(i) $2 + 3x + 5x^2 = 0$ (ii) $3x^2 - 5x + 2 = 0$

(iii) $7y^2 - 5y = 2y + 3$ (iv) $(z + 1)(z + 2) = 3z + 1$

हल: (i) यह मानक रूप में नहीं है। इसका मानक रूप है: $5x^2 + 3x + 2 = 0$

(ii) यह मानक रूप में है।

(iii) यह मानक रूप में नहीं है। इसे लिखा जा सकता है:

$7y^2 - 5y = 2y + 3$

या $7y^2 - 5y - 2y - 3 = 0$

या $7y^2 - 7y - 3 = 0$

जो समीकरण का मानक रूप है।

(iv) यह मानक रूप में नहीं है। इसे इस प्रकार लिखा जा सकता है।

$(z + 1)(z + 2) = 3z + 1$

या $z^2 + 3z + 2 = 3z + 1$

या $z^2 + 3z - 3z + 2 - 1 = 0$

या $z^2 + 1 = 0$

or $z^2 + 0z + 1 = 0$

जो अब मानक रूप में है।

देखें आपने कितना सीखा 6.2

1. निम्नलिखित द्विघात समीकरणों में कौन कौन से समीकरण मानक रूप में हैं? जो, मानक रूप में नहीं है उन्हें मानक रूप में लिखिए:

   (i) $3y^2 - 2 = y + 1$ (ii) $5 - 3x - 2x^2 = 0$

   (iii) $(3t - 1)(3t + 1) = 0$ (iv) $5 - x = 3x^2$

6.2 द्विघात समीकरण का हल

आपने बहुपद के शून्यकों के बारे में पढ़ा है। बहुपद का शून्यक, वह वास्तविक संख्या होती है, जिसे चर के स्थान पर बहुपद में रखने पर, बहुपद का मान शून्य हो जाता है। द्विघात समीकरण में, चर का वह मान, जिसे इसके बायें तथा दायें पक्ष में चर के स्थान पर रखने से दोनों पक्ष बराबर हो जाते हैं, द्विघात समीकरण का मूल या हल कहलाता है। आप यह भी जानते हैं कि यदि बहुपद $p(x)$ का α एक शून्यक हो, तो $(x - \alpha)$ बहुपद का गुणनखण्ड होता है और विलोमतः यदि $(x - \alpha)$ बहुपद का गुणनखण्ड हो, तो α बहुपद का शून्यक होता है। हम इन परिणामों को द्विघात समीकरण का हल ज्ञात करने में प्रयोग करेंगे। द्विघात समीकरण का हल ज्ञात करने के लिए दो बीजीय विधियाँ हैं। ये हैं:

(i) गुणनखंड विधि

(ii) द्विघात सूत्र के प्रयोग द्वारा

गुणनखण्ड विधि

आइए अब हम द्विघात समीकरण के हल, इसे रैखिक गुणनखंडों के रूप में प्रकट कर, ज्ञात करना सीखें। इस विधि को उदाहरणों द्वारा स्पष्ट किया गया है।

उदाहरण 6.3: समीकरण $(x - 4)(x + 3) = 0$ को हल कीजिए।

हल: क्योंकि, $(x - 4)(x + 3) = 0$,

अतः या तो $x - 4 = 0$, या $x + 3 = 0$

अथवा $x = 4$ या $x = -3$

अतः, $x = 4$ और $x = -3$ समीकरण के हल हैं।

उदाहरण 6.4: समीकरण $6x^2 + 7x - 3 = 0$ को गुणनखण्ड विधि द्वारा हल कीजिए।

हल: दिया है $6x^2 + 7x - 3 = 0$

मध्य पद को तोड़ते हुए

$6x^2 + 9x - 2x - 3 = 0$ [$6 \times (-3) = -18$ तथा $-18 = 9 \times (-2)$ और $9 - 2 = 7$]

या $3x(2x + 3) - 1(2x + 3) = 0$

या $(2x + 3)(3x - 1) = 0$

इससे हमें मिलता है $2x + 3 = 0$ या $3x - 1 = 0$

अथवा $x = -\dfrac{3}{2}$ या $x = \dfrac{1}{3}$

अतः, $x = -\dfrac{3}{2}$ और $x = \dfrac{1}{3}$ दिये हुए समीकरण के हल हैं।

उदाहरण 6.5: हल कीजिए: $x^2 + 2x + 1 = 0$

हल: हमें दिया है $x^2 + 2x + 1 = 0$

या $(x + 1)^2 = 0$

या $x + 1 = 0$

जिससे प्राप्त होता है $x = -1$

अतः दिये हुए समीकरण का केवल एक हल $x = -1$ है।

नोट: उदाहरण 6.3 तथा 6.4 में आपने देखा कि समीकरणों के दो भिन्न हल हैं। परन्तु उदाहरण 6.5 में आपने केवल एक हल प्राप्त किया। हम कहते हैं कि इसके दो हल संपाती हैं।

देखें आपने कितना सीखा 6.3

1. निम्नलिखित समीकरणों को गुणनखण्ड विधि द्वारा हल कीजिए:

   (i) $(2x + 3)(x + 2) = 0$ (ii) $x^2 + 3x - 18 = 0$

   (iii) $3x^2 - 4x - 7 = 0$ (iv) $x^2 - 5x - 6 = 0$

   (v) $25x^2 - 10x + 1 = 0$ (vi) $4x^2 - 8x + 3 = 0$

द्विघात सूत्र

अब आप द्विघात समीकरण हल करने का एक सूत्र सीखेंगे। इसके लिए हम व्यापक द्विघात समीकरण को पूर्ण वर्ग बनाकर पुनः लिखेंगे।

हमें दिया है: $ax^2 + bx + c = 0$

दोनों ओर को '4a' से गुणा करने पर, जिससे x^2 का गुणांक सम संख्या का पूर्ण वर्ग बन जाए, हम प्राप्त करते हैं:

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$$

या $\quad (2ax)^2 + 2(2ax)b + (b)^2 + 4ac = b^2 \quad$ [दोनों ओर b^2 जोड़ने पर]

या $\quad (2ax)^2 + 2(2ax)b + (b)^2 = b^2 - 4ac$

या $\quad (2ax + b)^2 = \left\{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}\right\}^2$

या $\quad 2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$

या $\quad x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

इससे हमें द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के दो हल प्राप्त होते हैं। ये हल हैं:

$$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ तथा } \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

यहाँ पर व्यंजक $(b^2 - 4ac)$, जिसे D द्वारा निरूपित किया जाता है, **विविक्तकर** कहलाता है क्योंकि यह हलों की संख्या ज्ञात करता है या द्विघात समीकरण के मूलों की प्रकृति बताता है।

द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$, के लिए यदि

(i) $D = b^2 - 4ac > 0$, हो, तो समीकरण के दो वास्तविक भिन्न मूल होंगे जो हैं: $\dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ तथा $\dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

(ii) $D = b^2 - 4ac = 0$, तो समीकरण के दो वास्तविक मूल समान होंगे जिनमें से प्रत्येक $\dfrac{-b}{2a}$ है।

(iii) $D = b^2 - 4ac < 0$, समीकरण का कोई वास्तविक मूल नहीं होगा क्योंकि ऋणात्मक संख्या का वर्गमूल वास्तविक संख्या नहीं होती।

अतः एक द्विघात समीकरण के अधिकतम दो मूल होते हैं।

उदाहरण 6.6: बिना मूल ज्ञात किए, निम्नलिखित समीकरण के मूलों की प्रकृति (हलों की संख्या) पर टिप्पणी कीजिए:

(i) $3x^2 - 5x - 2 = 0$ (ii) $2x^2 + x + 1 = 0$

(iii) $x^2 + 2x + 1 = 0$

हल: (i) दिया गया समीकरण है

$3x^2 - 5x - 2 = 0$

इसकी $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर,

$a = 3, b = -5$ तथा $c = -2.$

अब $D = b^2 - 4ac \quad = (-5)^2 - 4 \times 3 \times (-2)$

$= 25 + 24 = 49$

Θ $D > 0$, समीकरण के दो वास्तविक भिन्न मूल होंगे।

(ii) समीकरण $2x^2 + x + 1 = 0$ की $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर,

$a = 2, b = 1$ तथा $c = 1$

अब $D = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 1 - 8 = -7$

Θ $D = b^2 - 4ac < 0$, समीकरण का कोई वास्तविक मूल नहीं होगा।

(iii) समीकरण $x^2 + 2x + 1 = 0$ की $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर

$a = 1, b = 2$ तथा $c = 1$

अब $D = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$

Θ $D = 0$, समीकरण के दो समान मूल होंगे।

उदाहरण 6.7: द्विघात सूत्र द्वारा, समीकरण $6x^2 - 19x + 15 = 0$ के मूल ज्ञात कीजिए।

हल: समीकरण की $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर,

हमें मिलता है $a = 6, b = -19, c = 15$

अब $D = b^2 - 4ac \quad = (-19)^2 - 4 \times 6 \times 15$

$= 361 - 360 = 1$

अतः मूल निम्न सूत्र से प्राप्त होते हैं:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{19 \pm \sqrt{1}}{12} = \frac{19 \pm 1}{12}$$

मूल हैं $\frac{19+1}{12}=\frac{5}{3}$ तथा $\frac{19-1}{12}=\frac{3}{2}$

अतः दो मूल $\frac{5}{3}$ तथा $\frac{3}{2}$ हैं।

उदाहरण 6.8: m का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए समीकरण $3x^2 + mx - 5 = 0$ के मूल समान हों।

हल: दिये हुए समीमरण की $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर,

$a = 3,\ b = m,\ c = -5$

समान मूलों के लिए,

$D = b^2 - 4ac \quad = 0$

या $m^2 - 4 \times 3 \times (-5) = 0$

या $m^2 = 60$

$m = \pm 2\sqrt{15}$

अतः $m = \pm 2\sqrt{15}$, के लिए समीकरण के मूल समान हैं।

देखें आपने कितना सीखा 6.4

1. बिना मूल ज्ञात किए, निम्न समीकरणों के मूलों की प्रकृति पर टिप्पणी कीजिए:
   (i) $3x^2 - 7x + 2 = 0$ (ii) $4x^2 - 12x + 9 = 0$ (iii) $25x^2 + 20x + 4 = 0$
   (iv) $x^2 - x + 1$
2. द्विघात सूत्र द्वारा निम्न समीकरण हल कीजिए:
   (i) $y^2 - 14y - 12 = 0$ (ii) $x^2 - 5x = 0$ (iii) $x^2 - 15x + 50 = 0$
3. m का वह मान ज्ञात कीजिए जिससे निम्न समीकरणों के मूल समान होंगे:
   (i) $2x^2 - mx + 1 = 0$ (ii) $mx^2 + 3x - 5 = 0$
   (iii) $3x^2 - 6x + m = 0$ (iv) $2x^2 + mx - 1 = 0$

6.4 शाब्दिक समस्याएँ

अब हम कुछ समस्याओं को हल करेंगे जिनमें द्विघात समीकरणों का प्रयोग होता है।

उदाहरण 6.9: दो क्रमागत विषम प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योगफल 74 है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

हल: माना दो क्रमागत विषम प्राकृत संख्याएँ x तथा $x + 2$ हैं। इनके वर्गों का योगफल 74 है।

$$x^2 + (x + 2)^2 = 74$$

या $x^2 + x^2 + 4x + 4 = 74$

या $2x^2 + 4x - 70 = 0$

या $x^2 + 2x - 35 = 0$

या $x^2 + 7x - 5x - 35 = 0$

या $x(x + 7) - 5(x + 7) = 0$

या $(x + 7)(x - 5) = 0$

इससे प्राप्त होता है $x + 7 = 0$ या $x - 5 = 0$

अथवा $x = -7$ या $x = 5$

x का मान ऋणात्मक नहीं हो सकता क्योंकि यह प्राकृत संख्या है।

$\therefore \quad x = 5$

अतः संख्याएँ 5 और 7 हैं।

उदाहरण 6.10: दो वर्गाकार मैदानों के क्षेत्रफलों का योगफल 468 वर्ग मी है। यदि इनके परिमापों का अन्तर 24 मी हो, तो दोनों वर्गों की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

हल: माना बड़े वर्ग की भुजा x तथा छोटे वर्ग की भुजा y है।

बड़े वर्ग का परिमाप $= 4x$

तथा छोटे वर्ग का परिमाप $= 4y$

$$4x - 4y = 24$$

या $x - y = 6$

या $x = y + 6$ ....(1)

वर्गों के क्षेत्रफलों का योगफल 468 वर्ग मी है।

$$x^2 + y^2 = 468 \quad ....(2)$$

(1) से x का मान (2) में रखने पर

$$(y + 6)^2 + y^2 = 468$$

या $\quad y^2 + 12y + 36 + y^2 = 468$

या $\quad 2y^2 + 12y - 432 = 0$

या $\quad y^2 + 6y - 216 = 0$

$$\therefore \quad y = \frac{-6 \pm \sqrt{36+864}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{900}}{2}$$

या $$y = \frac{-6 \pm 30}{2}$$

या $$y = \frac{-6+30}{2} \text{ या } \frac{-6-30}{2}$$

अथवा $\quad y = 12$ या -18

वर्ग की भुजा ऋणात्मक नहीं हो सकती

$\therefore \quad y = 12$

$\therefore \quad x = y + 6 = 12 + 6 = 18$

अतः वर्गों की भुजाएँ 18 मी तथा 12 मी हैं।

उदाहरण 6.11: दो अंकों की एक संख्या के अंकों का गुणनफल 12 है। संख्या में 9 जोड़ने पर, अंक अपना स्थान बदल लेते हैं। संख्या ज्ञात कीजिए।

हल: माना दहाई का अंक $= x$

तथा इकाई का अंक $= y$

$\therefore$ संख्या $= 10x + y$

अंकों का स्थान बदलने पर संख्या $= 10y + x$

अतः $\quad 10x + y + 9 = 10y + x$

या $\quad 10x - x + y - 10y = -9$

या $\quad 9x - 9y = -9$

या $\quad x - y = -1$

या $\quad x = y - 1 \qquad ...(1)$

पुनः अंकों का गुणनफल $= 12$

$\therefore \quad xy = 12 \qquad ...(2)$

x का मान (1) से (2) में रखने पर

$$(y-1)y = 12$$

या $\quad y^2 - y - 12 = 0$

या $\quad (y-4)(y+3) = 0$

अतः, $\quad y = 4 \text{ or } y = -3$

अंक ऋणात्मक नहीं हो सकते, $y = 4$

$\therefore \quad x = y - 1 = 4 - 1 = 3$

अतः संख्या = 34.

उदाहरण 6.12: दो प्राकृत संख्याओं का योगफल 12 है। यदि उनके व्युत्क्रमों का योगफल $\frac{4}{9}$ हो, तो संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

हल: माना एक संख्या = x

$\therefore$ दूसरी संख्या = $12 - x$

Θ व्युत्क्रमों का योगफल $\frac{4}{9}$ है

$$\therefore \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{12-x} = \frac{4}{9}, \quad x \neq 0,\ 12 - x \neq 0$$

या $\quad \dfrac{12 - x + x}{x(12-x)} = \dfrac{4}{9}$

या $\quad \dfrac{12}{12x - x^2} = \dfrac{4}{9}$

या $\quad \dfrac{12 \times 9}{4} = 12x - x^2$

या $\quad 27 = 12x - x^2$

या $\quad x^2 - 12x + 27 = 0$

या $\quad (x-3)(x-9) = 0$

इससे हमें मिलता है $\quad x = 3$ या $x = 9$

जब पहली संख्या 3 है, तो दूसरी संख्या = $12 - 3 = 9$ और जब पहली संख्या 9 है तो दूसरी संख्या = $12 - 9 = 3$

अतः अभीष्ट संख्याएँ 3 और 9 हैं।

देखें आपने कितना सीखा 6.5

1. दो क्रमागत सम संख्याओं के वर्गों का योगफल 164 है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
2. एक आयताकार बाग की लम्बाई इसकी चौड़ाई से 7 मीटर अधिक है। यदि बाग का क्षेत्रफल 144 वर्ग मी हो, तो बाग की लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।
3. दो अंकों की एक संख्या के अंकों का योग 13 है। यदि इनके वर्गों का योग 89 हो, तो संख्या ज्ञात कीजिए।
4. दो अंकों की एक संख्या का दहाई का अंक, इकाई के अंक के दुगुने से 2 अधिक है। यदि अंकों का गुणनफल 24 हो, तो संख्या ज्ञात कीजिए।
5. दो संख्याओं का योगफल 15 है। यदि इसके व्युत्क्रमों का योगफल $\frac{3}{10}$ हो तो दोनों संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

आइए दोहराएँ

- $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ जबकि a, b, c वास्तविक संख्याएँ हैं के रूप में समीकरण को द्विघात समीकरण का मानक रूप कहते हैं।
- चर के वे मान जो द्विघात समीकरण को संतुष्ट करते हैं, समीकरण के मूल या हल कहलाते हैं।
- द्विघात बहुपद के शून्यक संगत द्विघात समीकरण के मूल या हल कहलाते हैं।
- यदि आप $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$, के रैखिक गुणनखण्ड बना सकें तो आप प्रत्येक गुणनखण्ड को शून्य के बराबर रखकर द्विघात समीकरण के मूल ज्ञात कर सकते हैं।
- द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ के मूल हैं:

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- $b^2 - 4ac$ समीकरण $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ का विविक्तकर कहलाता है जिसे हम D द्वारा निरूपित करते हैं।

  (i) यदि $D > 0$, तो द्विघात समीकरण के दो वास्तविक असमान (भिन्न) मूल होते हैं।

  (ii) यदि $D = 0$, तो द्विघात समीकरण के दो समान (संपाती) मूल होते हैं।

  (iii) यदि $D < 0$, तो द्विघात समीकरण का कोई वास्तविक मूल नहीं होता।

आइए अभ्यास करें

1. निम्नलिखित में से कौन कौन से द्विघात समीकरण हैं?

   (i) $y\left(\sqrt{5}y-3\right)=0$ (ii) $5x^2-3\sqrt{x}+8=0$

   (iii) $3x-\frac{1}{x}=5$ (iv) $x(2x+5)=x^2+5x+7$

2. निम्नलिखित समीकरणों को गुणनखण्ड विधि से हल कीजिए:

   (i) $(x-8)(x+4)=13$ (ii) $3y^2-7y=0$

   (iii) $x^2+3x-18=0$ (iv) $6x^2+x-15=0$

3. m का वह मान ज्ञात कीजिए जिससे समीकरण $5x^2-3x+m=0$ के मूल समान होंगे।

4. m का वह मान ज्ञात कीजिए जिससे समीकरण $x^2-mx-1=0$ के मूल समान होंगे।

5. द्विघात सूत्र द्वारा निम्नलिखित द्विघात समीकरणों को हल कीजिए:

   (i) $6x^2-19x+15=0$ (ii) $x^2+x-1=0$

   (iii) $21+x=2x^2$ (iv) $2x^2-x-6=0$

6. एक समकोण त्रिभुज की भुजाएँ $x-1$, x तथा $x+1$ हैं। x का मान ज्ञात कीजिए। अतः त्रिभुज की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

7. दो क्रमागत विषम पूर्णांकों के वर्गों का योगफल 290 है। पूर्णांक ज्ञात कीजिए।

8. एक समकोण त्रिभुज का कर्ण 13 सेमी है। यदि शेष दो भुजाओं में 7 सेमी का अन्तर हो, तो शेष दोनों भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

9. दो वर्गों के क्षेत्रफलों को योगफल 41 वर्ग सेमी है। यदि उनके परिमापों का योगफल 36 सेमी हो, तो दोनों वर्गों की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

10. एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज एक 5 सेमी की त्रिज्या वाले वृत्त के अन्तर्गत खींची गई है। त्रिभुज की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

देखें आपने कितना सीखा के उत्तर

6.1

1. (ii), (iii), (v)

6.2

1. (i) नहीं, $3y^2-y-3=0$ (ii) नहीं, $2x^2+2x-5=0$

(iii) नहीं, $6t^2 + t - 1 = 0$ (iv) नहीं, $3x^2 + x - 5 = 0$

6.3

1. (i) $\frac{3}{2}, -2$ (ii) $3, -6$ (iii) $\frac{7}{3}, -1$

   (iv) $2, 3$ (v) $\frac{1}{5}, \frac{1}{5}$ (vi) $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$

6.4

1. (i) दो वास्तविक भिन्न मूल

   (ii) दो वास्तविक समान मूल

   (iii) दो वास्तविक समान मूल

   (iv) कोई वास्तविक मूल नहीं

2. (i) $7 \pm \sqrt{37}$ (ii) $0, 5$ (iii) $5, 10$

3. (i) $\pm 2\sqrt{2}$ (ii) $\frac{9}{20}$ (iii) 3

   (iv) m के किसी मान के लिए नहीं

6.5

1. 8, 10 2. 16 मी, 9 मी 3. 85, 58

4. 83 (v) 5, 10

आइए अभ्यास करें के उत्तर

1. (i), (iv)

2. (i) $8, 4$ (ii) $0, \frac{7}{3}$ (iii) $3, -6$ (iv) $\frac{3}{2}, -\frac{5}{3}$

3. $\frac{9}{20}$

4. m के किसी मान के लिए नहीं

5. (i) $\frac{3}{2}, \frac{5}{3}$ (ii) $\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ (iii) $\frac{7}{2}, -3$ (iv) $2, \frac{3}{2}$

6. 3, 4, 5

7. 11, 13 या –13 , –11

8. 5 सेमी, 12 सेमी

9. 5 सेमी, 4 सेमी

10. $5\sqrt{2}$ सेमी, $5\sqrt{2}$ सेमी, 10 सेमी