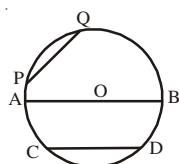


## 15

### वृत्त

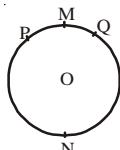
- किसी समतल में ऐसे सभी बिन्दुओं का संग्रह जो एक निश्चित बिन्दु से समान दूरी पर हैं, वृत्त कहलाता है। निश्चित बिन्दु को वृत का केन्द्र कहते हैं।
- वृत के केन्द्र को वृत के किसी बिन्दु से मिलाने वाला रेखाखंड वृत की त्रिज्या कहलाता है। वृत की अनन्त त्रिज्याएँ होती हैं। सभी त्रिज्याएँ परस्पर समान होती हैं।
- वृत पर स्थित दो विभिन्न बिन्दुओं को मिलाने पर प्राप्त रेखाखंड को जीवा कहते हैं। वृत के केन्द्र से जाने वाली जीवा को व्यास कहते हैं। व्यास वृत की सबसे लम्बी जीवा होती है।
- दीर्घ चाप: वृत की ऐसी चाप जिसकी लम्बाई उसके अर्धवृत्त की लम्बाई से अधिक है।  $\widehat{PNQ}$  एक दीर्घ चाप है।
- वृत का व्यास वृत को दो बराबर चापों में बाँटता है, जिनमें प्रत्येक को अर्धवृत्त कहते हैं। आकृति में  $\widehat{PRQ}$  एक अर्धवृत्त है।



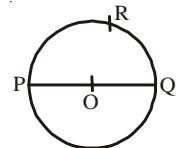
- छायांकित भाग वृत्त का अन्तःभाग, और अछायांकित भाग, वृत्त का बाह्य भाग, कहलाता है। छायांकित व अछायांकित भाग की सीमा को वृत्त कहते हैं।



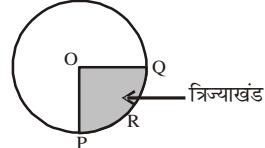
- चाप: वृत्त का एक भाग। यहां  $\widehat{PMQ}$  एक चाप है जिसे  $\widehat{PMQ}$  से प्रदर्शित किया जाता है।



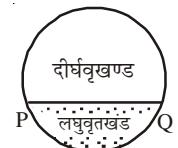
- लघु चाप: वृत्त की ऐसी चाप जिसकी लम्बाई उसके अर्धवृत्त की लम्बाई से कम है।  $\widehat{PMQ}$  एक लघु चाप है।



- त्रिज्यखंड: वृत्त की एक चाप और दो त्रिज्याओं से घिरा हुआ भाग।



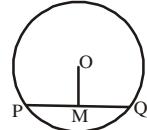
- वृत्तखण्ड: एक जीवा वृत्त के अन्तःभाग को दो भागों में बाँटती है। प्रत्येक भाग वृत्तखण्ड कहलाता है।



- परिधि: वृत्त की परिसीमा की लम्बाई उसकी परिधि कहलाती है। वृत्त की परिधि एवं व्यास का अनुपात सदैव अचर रहता है और इसे ग्रीक अक्षर  $\pi$  से प्रदर्शित किया जाता है।
- वृत्त की दो चाप सर्वागसम होती हैं यदि और केवल यदि उनके द्वारा वृत के केन्द्र पर बने कोण समान हैं।  $\widehat{PMQ} \cong \widehat{SNR} \Leftrightarrow \angle POQ = \angle SOR$



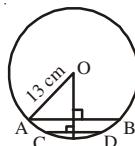
को दो बाराबर भागों में विभाजित करता है।

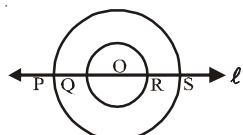


- वृत्त की दो चाप सर्वांगसम होती है यदि और केवल यदि उनकी संगत जीवाएं समान होती हैं।
  - $\widehat{QMP} \cong \widehat{SNR} \Leftrightarrow PQ = RS.$
  - समान जीवाएं वृत्त के केन्द्र पर समान कोण बनाती है। विलोमतः यदि जीवाओं द्वारा वृत्त के केन्द्र पर बने हुए कोण समान है तो जीवाएं भी परस्पर समान होती है।
  - वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लम्ब, जीवा से मिलाने वाला रेखा खण्ड, जीवा पर लम्बवत् होता है।
  - तीन असरेख बिन्दुओं से एक और केवल एक वृत्त खींचा जा सकता है।
  - वृत्त की समान जीवाएं उसके केन्द्र से समदूरस्थ होती हैं। विलोमतः वृत्त के केन्द्र से समदूरस्थ जीवाएं परस्पर समान होती हैं।

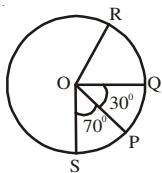
## देखें आपने कितना सीखा:

1. नीचे दी गई आकृति में,  $AB = 8$  सेमी और  $CD = 6$  सेमी, O केन्द्र के वृत्त, की समांतर जीवाएं हैं। जीवाओं के बीच की दूरी है:

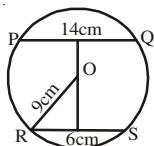


4. नीचे दी गई आकृति में  $\widehat{PO} \cong \widehat{OR}$ ,  $\angle POQ = 30^\circ$  और  $\angle POS = 70^\circ$  तो  $\angle ROS$  की माप है:



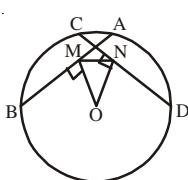
- (A)  $200^\circ$       (B)  $150^\circ$       (C)  $230^\circ$       (D)  $120^\circ$
5. आकृति में,  $PQ = 14$  सेमी एवं  $RS = 6$  सेमी  $O$  केन्द्र के वृत्त की दो समान्तर जीवाएँ हैं। जीवाओं  $PQ$  एवं  $RS$  के बीच की दूरी है:



- (A)  $6\sqrt{2}$  सेमी      (B)  $10\sqrt{2}$  सेमी      (C)  $4\sqrt{2}$  सेमी      (D)  $2\sqrt{2}$  सेमी
6.  $O$  एवं  $O'$  केन्द्र के दो वृत्त परस्पर बिन्दुओं  $A$  तथा  $B$  पर प्रतिच्छेद करते हैं। सिद्ध कीजिए कि  $\angle OAO' = \angle OBO'$ .
7. यदि एक वृत्त की दो समान जीवाएँ वृत्त के अन्दर परस्पर प्रतिच्छेद करती हैं, तो सिद्ध कीजिए कि प्रतिच्छेदन बिन्दु को वृत्त के केन्द्र से मिलाने वाली रेखा जीवाओं के साथ समान कोण बनाती है।
8.  $AB$  एवं  $AC$  किसी वृत्त की दो समान जीवाएँ हैं। सिद्ध कीजिए कि वृत्त का केन्द्र  $\angle BAC$  के कोण समद्विभाजक पर स्थित है।
9. यदि दो वृत्त परस्पर दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करते हैं; तो सिद्ध कीजिए कि अनके केन्द्र उभयनिष्ठ जीवा के लम्ब समद्विभाजक पर स्थित है।
10.  $AB$  एवं  $CD$  किसी वृत्त की दो समान्तर जीवाएँ, वृत्त के केन्द्र से विपरीत दिशाओं में स्थित हैं। यदि  $AB = 10$  सेमी,  $CD = 24$  सेमी और  $AB$  तथा  $CD$  के बीच की दूरी  $17$  सेमी है तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

### स्वयं विस्तारण

1. नीचे दी गई आकृति में,  $AB$  तथा  $CD$ ,  $O$  केन्द्र के वृत्त दो समान जीवाएँ हैं।  $OM \perp AB$  और  $ON \perp CD$  सिद्ध कीजिए कि  $\angle OMN = \angle ONM$ .



त्रिज्या  $5$  सेमी है, तो जीवा  $BC$  की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

3.  $O$  तथा  $O'$  केन्द्र के, दो वृत्त परस्पर बिन्दु  $P$  पर प्रतिच्छेद करते हैं। बिन्दु  $P$  से एक रेखा  $\ell$ ,  $OO'$  के समान्तर खींची जाती है और यह रेखा वृत्तों को बिन्दु  $C$  तथा  $D$  पर प्रतिच्छेद करती है। सिद्ध कीजिए कि  $CD = 2 \times OO'$ .

### उत्तर:

देखें आपने कितना सीखा:

2.  $O$  केन्द्र के वृत्त की दो जीवाएँ  $AB$  तथा  $AC$  इस प्रकार हैं कि  $AB = AC = 6$  सेमी। यदि वृत्त की
1. B

- |      |                 |
|------|-----------------|
| 2. B | 10. 5.13 सेमी.  |
| 3. D | स्वयं विस्तारण: |
| 4. D |                 |
| 5. B | 2. 9.6 सेमी.    |