

6

द्विघात समीकरण

- **द्विघात बहुपद:** ऐसा बहुपद जिसकी घात 2 हो।
द्विघात समीकरण: एक समीकरण जिसकी घात 2 हो।
- **द्विघात समीकरण का व्यापक रूप:** $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ जहाँ a, b, c वास्तविक संख्याएं हैं तथा x एक चर है।
- **द्विघात समीकरण के मूल:** द्विघात समीकरण के चर का वह मान जिससे समीकरण संतुष्ट होता है, द्विघात समीकरण का मूल कहलाता है। यदि $a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$, तो α , समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ का मूल है।
द्विघात समीकरण के दो मूल होते हैं।
द्विघात बहुपद के शून्यक तथा संगत द्विघात समीकरण के मूल समान होते हैं।
- **द्विघात समीकरण हल करने की विधियाँ:**
 - (i) गुणनखण्ड विधि
 - (ii) द्विघात सूत्र के प्रयोग द्वारा
- **$ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ को हल करने की गुणनखण्ड विधि:** $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ को दो रैखिक गुणनखण्डों के गुणनफल के रूप में प्रकट कीजिए।
प्रत्येक गुणनखण्ड को शून्य के बराबर रखते हैं तब चर के मान प्राप्त होते हैं। ये मान दिए गए समीकरण के अभीष्ट मूल हैं।
- **द्विघात सूत्र:**
समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ तथा $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ होते हैं।
- **विविक्तकर:**
व्यंजक $b^2 - 4ac$ समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ का विविक्तकर कहलाता है तथा इसे D द्वारा निरूपित किया जाता है।
- **मूलों की प्रकृति:** एक द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) के लिए
 - (i) यदि $D = b^2 - 4ac > 0$ तो दो भिन्न वास्तविक मूल होंगे।
 - (ii) यदि $D = b^2 - 4ac = 0$ तो दो समान (या सम्पाती) वास्तविक मूल होंगे।
 - (iii) यदि $D = b^2 - 4ac < 0$ कोई वास्तविक मूल नहीं होगा।
- **शाब्दिक समस्याएं या दैनिक जीवन की समस्याएं**
शाब्दिक समस्या को द्विघात समीकरण का प्रयोग करके हल करने के लिए दी गयी समस्या को द्विघात समीकरण में बदलते हैं तथा समीकरण को गुणनखण्ड विधि या द्विघात सूत्र का प्रयोग कर हल करते हैं।

देखें आपने कितना सीखा:

निम्नलिखित में से कौन द्विघात समीकरण नहीं है:

1. (A) $(x - 1)(x + 3) = 6$

(C) $3x^2 - 5x + 2 = 0$

(B) $x + \frac{1}{x} = 7$

(D) $x^2 + 2\sqrt{x} + 3 = 0$

2. यदि द्विघात समीकरण $3x^2 + mx + 2 = 0$ के मूल वास्तविक तथा समान हैं, तो m का मान है:
 (A) $-\sqrt{6}$ (B) $\sqrt{6}$ (C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (D) $\pm 2\sqrt{6}$
3. द्विघात समीकरण $5x^2 - 6x - 2 = 0$ का विविक्तकर है:
 (A) 56 (B) 66 (C) 76 (D) 86
4. यदि द्विघात समीकरण $x^2 - \alpha x - 5 = 0$ का एक मूल 5 है तो दूसरा मूल है:
 (A) -1 (B) 1 (C) $-\alpha$ (D) α
5. द्विघात समीकरण $x^2 - 14x + 45 = 0$ के मूल हैं:
 (A) वास्तविक तथा समान (B) वास्तविक तथा भिन्न-भिन्न
 (C) वास्तविक नहीं (D) इनमें से कोई नहीं
6. निम्नलिखित समीकरणों को गुणनखण्ड विधि द्वारा हल कीजिए:
 (i) $x^2 + 3x = 18$ (B) $2x^2 + 5x - 3 = 0$
7. द्विघात सूत्र का प्रयोग करके निम्नलिखित द्विघात समीकरणों को हल कीजिए:
 (i) $3x^2 - 4x - 7 = 0$ (ii) $6x^2 - 19x + 15 = 0$
8. एक पिता और उसके पुत्र की आयु (वर्षों में) का योग 60 है तथा उनकी आयु का गुणनफल 576 है। उनकी आयु ज्ञात कीजिए।
9. दो क्रमागत विषम पूर्णांक ज्ञात कीजिए यदि उनके वर्गों का योगफल 290 है।

स्वयं विस्तारण:

1. यदि द्विघात समीकरण $2x^2 + px - 15 = 0$ का एक मूल -5 है तथा द्विघात समीकरण $P(x^2 + x) + k = 0$ के मूल समान हैं, तो K का मान ज्ञात कीजिए।
2. K का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए द्विघात समीकरण $x^2 - 4x + K = 0$ के दोनों मूल वास्तविक तथा भिन्न-भिन्न हों।
3. समीकरण हल कीजिए: $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = \frac{34}{15}$,
 $x \neq 0, -1$
4. यदि समीकरण $3x^2 - 2kx + 2m = 0$ के मूल $x = 2$ तथा $x = 3$ हैं, तो k तथा m का मान ज्ञात कीजिए।
5. K का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $x^2 - 2x(1+3k) + 7(3+2k) = 0$ के मूल वास्तविक तथा समान हैं।

उत्तर:

देखें आपने कितना सीखा:

1. D 2. D 3. C 4. A
5. B 6. (i) 3, -6 (ii) $\frac{1}{2}, -3$
7. (i) $-1, \frac{7}{3}$ (ii) $\frac{3}{2}, \frac{5}{3}$
8. पिता की आयु = 48 वर्ष, पुत्र की आयु = 12 वर्ष
9. 11, 13 10. 34

स्वयं विस्तारण:

1. $\frac{7}{4}$ 2. $K < 4$ 3. $\left(\frac{-5}{2}, \frac{3}{2}\right)$
4. $k = \frac{15}{2}, m = 9$ 5. $k = 2$ या $k = \frac{-10}{9}$