



गैसों का अणुगतिक सिद्धांत

जैसा कि आपने पिछले अध्यायों में पढ़ा है कि मानक ताप व दाब पर पदार्थ तीन अवस्थाओं में पाये जाते हैं—ठोस, द्रव और गैस। ये अणुओं से मिलकर बने होते हैं और आपस में अंतर-आण्विक बलों से बंधे रहते हैं। कमरे के ताप पर, इन परमाणुओं/अणुओं की एक निश्चित तापीय ऊर्जा होती है। जब औसत तापीय ऊर्जा में वृद्धि की जाती है तो ऐसी स्थिति आती है कि अणु अधिक स्वतंत्र रूप से गति करने लगते हैं, पदार्थ की इस अवस्था को गैसीय अवस्था कहते हैं। गैसीय अवस्था में अंतर-आण्विक बल पर्याप्त क्षीण हो जाते हैं और अणुओं की स्थितिज ऊर्जा उनकी गतिज ऊर्जा से काफी कम होती है।

ताप, दाब और आयतन की विभिन्न स्थितियों के लिये गैसें भिन्न-भिन्न गुण प्रदर्शित करती हैं। उदाहरण के लिये यदि नियत आयतन पर गैस का ताप बढ़ाया जाता है तो इसके दाब में वृद्धि होती है। इस अध्याय में आप गैसों के अणुगतिक सिद्धान्त के बारे में पढ़ेंगे जो कि कुछ सरलीकरण अवधारणाओं पर आधारित है। आप ताप की गतिक व्याख्या तथा अणुओं की गतिज ऊर्जा और ताप के मध्य संबंध के बारे में भी पढ़ेंगे, इस पाठ में यह व्याख्या भी की जाएगी कि गैसों की दो प्रकार की विशिष्ट ऊष्मा क्यों होती हैं, साथ ही ऊष्मीय प्रसार की संकल्पना की व्याख्या भी की जाएगी।



उद्देश्य

इस पाठ को पढ़ने के बाद आप—

- गैसों के अणुगतिक सिद्धान्त की अभिधारणाओं को बता सकेंगे;
- दाब P के लिये व्यंजक $P = \frac{1}{3} \rho c^2$; प्राप्त कर सकेंगे;
- अणुओं के वर्ग माध्य मूल (RMS) और औसत वेग का ताप के साथ संबंध स्थापित कर सकेंगे;
- गैस के अणुगतिक सिद्धान्त के आधार पर गैस के नियमों की व्युत्पत्ति कर पायेंगे;



टिप्पणियाँ

- ताप की गतिक व्याख्या कर पायेंगे और माध्य गतिज ऊर्जा की गणना कर सकेंगे;
- ऊष्मा धारिता एवं विशिष्ट ऊष्मा को परिभाषित कर सकेंगे;
- कैलोरीमिति का सिद्धान्त समझा सकेंगे;
- ऊष्मीय प्रसार की व्याख्या कर सकेंगे;
- α , β , एवं γ में संबंध स्थापित कर सकेंगे;
- कणों के किसी निकाय के स्वातन्त्र्य कोटिमान की व्याख्या कर सकेंगे;
- ऊर्जा के समविभाजन के नियम की व्याख्या कर सकेंगे;
- गैस की दो विशिष्ट ऊष्माएं होने की व्याख्या कर सकेंगे और
- $c_p - c_v = R/J$ संबंध को स्थापित कर सकेंगे।

10.1 ऊष्मीय ऊर्जा

वर्ष भर में वसन्त ऋतु बड़ी सुहावनी होती है, इसमें तापमान न तो ग्रीष्म की तरह अधिक होता है और न ही शरद की तरह कम होता है। यह तापमान परिवर्तन हमारे दैनिक क्रिया-कलापों को प्रभावित कैसे करता है? तापमान परिवर्तन से वस्तुओं के गुण कैसे परिवर्तित होते हैं? क्या तापमान एवं ऊष्मा में कोई अन्तर है? आगामी अनुभागों में ऐसे सभी प्रश्नों पर विचार किया जाएगा।

प्रायः आम बोलचाल में तापमान एवं ऊष्मा एक दूसरे के लिए उपयोग किए जाते हैं। हालांकि, भौतिक विज्ञान में इनके अर्थ में बहुत अन्तर होता है। ऊष्मा प्रदान करने से प्रायः तापमान बढ़ता है लेकिन क्या जल के उबलने अथवा जल के जमने की प्रक्रिया में भी ऐसा होता है? समुद्रतटीय क्षेत्रों में सूर्यास्त के बाद पवन के प्रवाह की दिशा उल्टी क्यों हो जाती है? हथेली पर रखी बर्फ पिघल क्यों जाती है और हथेली को ठंडक महसूस क्यों होती है? इस प्रकार के सभी तथ्यों की व्याख्या इस पाठ में की जाएगी।

10.1.1 ऊष्मा धारिता एवं विशिष्ट ऊष्मा

जब किसी ठोस (अथवा द्रव) को ऊष्मा प्रदान की जाती है तो उसके तापमान में वृद्धि होती है। विभिन्न ठोसों के समान द्रव्यमान को समान ऊष्मा प्रदान करने के बावजूद भी यह वृद्धि अलग-अलग होती है। इसका तात्पर्य है कि किसी ठोस को निश्चित ऊष्मा प्रदान करने पर तापमान में वृद्धि पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करती है। ठोस की प्रकृति पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा धारिता अथवा विशिष्ट ऊष्मा से निरूपित होती है। किसी ठोस (अथवा द्रव) के इकाई द्रव्यमान का तापमान 1°C अथवा 1K बढ़ाने के लिए आवश्यक ऊष्मा विशिष्ट ऊष्मा कहलाती है।

यदि m द्रव्यमान के किसी ठोस (अथवा द्रव) के तापमान को $\Delta\theta$ डिग्री बढ़ाने में अपेक्षित ऊष्मा ΔQ है तो विशिष्ट ऊष्मा निम्नवत् व्यक्त की जा सकती है:

$$C = \frac{\Delta Q}{m\Delta\theta}$$

अतः किसी पदार्थ को तापमान वृद्धि के लिए आवश्यक ऊष्मा को निम्न रूप में प्रकट कर सकते हैं:

$$\Delta Q = mC\Delta\theta$$

विशिष्ट ऊष्मा का SI मात्रक $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ है।

10.1.2 कैलोरीमिति

जब दो असमान तापमान की वस्तुओं को सम्पर्क में रखा जाता है तो अधिक तापमान की वस्तु से कम तापमान की वस्तु में ऊष्मा का स्थानान्तरण होता है। पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा एवं इससे संबंधित भौतिक राशियों का मापन एक युक्ति द्वारा किया जाता है जिसे कैलोरी मीटर कहते हैं एवं यह विधि कैलोरीमिति कहलाती है।

10.1.3 कैलोरीमिति का सिद्धान्त

माना m_1, m_2 द्रव्यमान के दो पदार्थ जिनकी विशिष्ट ऊष्मा क्रमशः C_1 एवं C_2 हैं तथा तापमान θ_1 एवं θ_2 हैं ($\theta_1 > \theta_2$) परस्पर सम्पर्क में रखे गये हैं। तब अधिक तापमान की वस्तु से कम तापमान की वस्तु में ऊष्मा स्थानांतरण होगा एवं पदार्थ एक उभयनिष्ठ तापमान θ प्राप्त कर लेंगे।

यदि कोई अन्य प्रकार की ऊष्मा हानि नहीं है तो ऊर्जा संरक्षण के नियमानुसार:

$$\text{ऊष्मा हानि} = \text{ऊष्मा वृद्धि}$$

$$\Rightarrow m_1 C_1 (\theta_1 - \theta) = m_2 C_2 (\theta - \theta_2)$$

यह कैलोरीमिति का सिद्धान्त है। इस संबन्ध का उपयोग कर परिणामी तापमान θ ज्ञात किया जा सकता है। यदि एक पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा ज्ञात हो तो θ_1, θ_2 एवं θ ज्ञात होने पर पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा भी ज्ञात की जा सकती है।

10.1.4 ऊष्मीय प्रसार

जब किसी पदार्थ को ऊष्मा प्रदान की जाती है तो उसकी लम्बाई, क्षेत्रफल एवं आयतन में वृद्धि होती है जिसे ऊष्मीय प्रसार कहते हैं। लम्बाई, क्षेत्रफल एवं आयतन प्रसार क्रमशः रेखीय प्रसार, पृष्ठ प्रसार एवं घन-प्रसार कहलाते हैं।

रेखीय प्रसार में लम्बाई-वृद्धि, मूल-लम्बाई एवं ताप-वृद्धि के अनुक्रमानुपाती होती है।

$$\Delta l \propto l_0 \Delta\theta$$

अथवा
$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta\theta$$

जहाँ α रेखीय प्रसार गुणांक अथवा रेखीय प्रसार का ताप गुणांक है। अतः

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta\theta}$$



टिप्पणियाँ



टिप्पणियाँ

यदि $\Delta\theta = 1^\circ\text{C}$ एवं $l_0 = 1\text{m}$

तब $\alpha = \Delta l$

अतः एकांक लम्बाई का तापमान 1°C बढ़ाने पर लम्बाई में वृद्धि (परिवर्तन) α होती है।

पृष्ठीय प्रसार में, क्षेत्रफल - वृद्धि, मूल-क्षेत्रफल एवं तापमान-वृद्धि के अनुक्रमानुपाती होती है।

$$\Delta A \propto A_0 \Delta\theta$$

अथवा

$$\Delta A = \beta A_0 \Delta\theta$$

जहां β पृष्ठीय ताप-प्रसार गुणांक है।

आयतन प्रसार में, आयतन - वृद्धि, मूल-आयतन एवं तापमान-वृद्धि के अनुक्रमानुपाती होती है।

$$\Delta V \propto V_0 \Delta\theta$$

अथवा

$$\Delta V = \gamma V_0 \Delta\theta$$

जहां γ आयतन ताप-प्रसार गुणांक है।

यदि $V_0 = 1\text{m}^3$ एवं $\Delta\theta = 1^\circ\text{C}$, तब $\gamma = \Delta V$

अतः आयतन प्रसार में, एकांक आयतन का तापमान 1°C बढ़ाने पर आयतन में वृद्धि γ होती है।

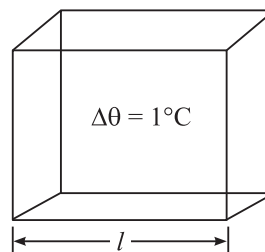
α , β एवं γ में संबंध

माना एक घन की भुजा l है जिसका तापमान 1°C बढ़ाया गया है। लम्बाई में परिवर्तन,

$$\begin{aligned} \Delta l &= \alpha l \Delta\theta \\ &= \alpha l \end{aligned}$$

($\because \Delta\theta = 1^\circ\text{C}$)

अथवा नवीन लम्बाई, $l' = l + \Delta l = l + \alpha l = l(1 + \alpha)$



चित्र 10.1



टिप्पणियाँ

अतः
$$\alpha = \frac{\Delta l}{l}$$

एवं
$$\beta = \frac{\Delta A}{A} = \frac{l^2(1+\alpha)^2 - l^2}{l^2}$$

$$= 1 + \alpha^2 + 2\alpha - 1$$

∴ α बहुत छोटा है अतः α^2 नगण्य होगा। इसीलिए

$$\beta = 2\alpha$$

इसी प्रकार,
$$\gamma = \frac{\Delta V}{V} = \frac{l^3(1+\alpha)^3 - l^3}{l^3}$$

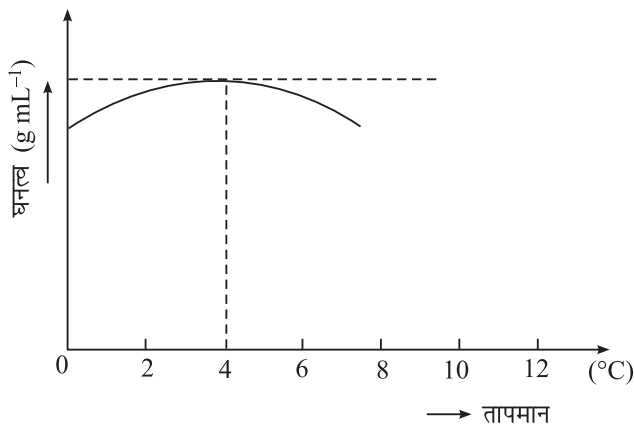
अथवा
$$\gamma = l^3 + \alpha^3 + 3\alpha^2 + 3\alpha - l^3$$

∴ α बहुत छोटा है अतः α^2 एवं α^3 नगण्य होंगे।

अतः
$$\gamma = 3\alpha.$$

10.1.5 जल में विसंगतीपूर्ण प्रसार एवं इसका प्रभाव

सामान्यतः किसी द्रव का तापमान बढ़ने पर उनका आयतन बढ़ता है। द्रवों का ताप-प्रसार गुणांक ठोसों से लगभग 10 गुना अधिक होता है। तथापि 0 से 4°C तापमान के लिए जल के आयतन में वृद्धि नहीं होती। उल्टा जब तापमान 0°C से 4°C तक बढ़ता है तो जल का आयतन कम होता है एवं यह 4°C पर घनत्व का महत्तम मान 1 g mL^{-1} अथवा 1000 kg m^{-3} प्राप्त कर लेता है। इसके बाद आयतन बढ़ना प्रारम्भ हो जाता है। (जबकि घनत्व कम होता है) जैसा कि चित्र 10.2 में दर्शाया गया है।



चित्र 10.2



टिप्पणियाँ

अब, यह समझा जा सकता है कि तालाब एवं झील सतह पर क्यों जम जाती है जबकि इसके नीचे जल द्रव अवस्था में रहता है। जैसे-जैसे तालाब ठंडा होता है, भारी एवं ठंडा जल प्रारम्भ में सतह से तली की ओर डूबता है। जब समस्त जल का तापमान 4°C हो जाता है तब यह प्रवाह रुक जाता है। जल की सतह का तापमान घटता रहता है एवं 0° पर जम जाता है। जैसे ही सतह का जल जमता है यह वहीं रहता है क्योंकि बर्फ ऊष्मा का कुचालक है। चूंकि बर्फ जल से हल्का होता है अतः सतह पर बर्फ की परत मोटी होती जाती है जबकि तली में 4°C का जल बना रहता है। यदि ऐसा नहीं होता तो मत्स्य एवं अन्य जल जीव जीवित नहीं बने रह सकते थे।

10.1.6 गैसों में ऊष्मीय प्रसार

जब गैसों को ऊष्मा प्रदान की जाती है तो वे भी फैलती हैं और यह फैलाव ठोस एवं द्रवों की अपेक्षा बहुत अधिक होता है। लेकिन गैस के प्रकरण में तापमान वृद्धि से आयतन एवं दाब एक साथ परिवर्तित हो सकते हैं। अतः तापमान वृद्धि के साथ हमें आयतन में वृद्धि नियत दाब अथवा दाब में वृद्धि नियत आयतन पर विचार करनी होगी। अतः नियत दाब पर आयतन प्रसार गुणांक निम्नवत् दिया जा सकता है।

$$\gamma_v = \left(\frac{V_2 - V_1}{V_1 \Delta\theta} \right)_{\Delta p=0}$$

इसी प्रकार
$$\gamma_p = \left(\frac{p_2 - p_1}{p_1 \Delta\theta} \right)_{\Delta v=0}$$

10.2 गैसों का अणुगतिक सिद्धान्त

आप जानते हैं कि पदार्थ बहुत से परमाणुओं और अणुओं से मिलकर बना होता है। इन अणुओं में से प्रत्येक अणु उस पदार्थ के गुणधर्म दर्शाता है जिसका वह अंग है। गैसों का अणुगतिक सिद्धान्त आदर्श गैसों के स्थूल गुणधर्म जैसे कि उसके दाब, आयतन और ताप का इसके सूक्ष्म गुणधर्मों, जैसे अणुओं की चाल तथा द्रव्यमान के बीच संबंध स्थापित करने का प्रयास करता है।

अणुगतिक सिद्धान्त कुछ अवधारणाओं पर आधारित है। यह केवल आदर्श गैसों के लिये उपयुक्त है। (यदि किसी गैस के अणु बिन्दु द्रव्यमान की तरह व्यवहार करें और उनके बीच कोई अन्तर-आण्विक बल न लगता हो तो इस गैस को आदर्श गैस कहा जा सकता है। कमरे के ताप एवं वायुमण्डलीय दाब (कम दाब) पर कोई गैस आदर्श गैस की भांति व्यवहार करती है।

10.2.1 गैस के अणुगतिक सिद्धान्त की अभिधारणा

क्लार्क मैक्सवैल ने 1860 में प्रतिपादित किया कि गैसों के प्रेक्षित गुणधर्मों की व्याख्या गैसों के अणुओं की प्रकृति उनकी गति और अन्योन्य क्रियाओं के विषय में की गई कुछ अभिधारणाओं के आधार पर की जा सकती हैं। अणुगतिक सिद्धान्त की अभिधारणायें निम्नलिखित हैं—

- (i) गैस बहुत से समान अणुओं से मिलकर बनी होती है, जो दृढ़ होते हैं और सभी संभव वेगों से सभी दिशाओं में गति करते हैं। उनके बीच अंतराण्विक बल नगण्य होता है।
- (ii) ये अणु आपस में और गैस-धारक की दीवार से संघट्ट करते रहते हैं। ये संघट्ट पूर्णतः प्रत्यास्थ होते हैं।
- (iii) अणुओं का आकार उनके आपस की दूरी की तुलना में नगण्य होता है।
- (iv) संघट्टों के बीच अणु एक समान वेग से सीधे रेखा में गति करते हैं।
- (v) संघट्ट में लगा समय दो क्रमशः संघट्टों के बीच के समय की तुलना में नगण्य होता है।
- (vi) सम्पूर्ण पात्र में अणुओं का वितरण एक समान होता है।

किसी पात्र में विद्यमान गैस के कारण उत्पन्न दाब का व्यंजक प्राप्त करने के लिये हम केवल एक अणु की गति के बारे में विचार करते हैं। क्योंकि सभी अणु समान हैं (अवधारणा (z)) इस गति करने वाले अणु के x, y, z दिशाओं में वेग घटक होते हैं, अवधारणा (vi) के अनुसार केवल एक आयाम जैसे x -अक्ष अनुदिश गति पर विचार करना पर्याप्त होगा। (चित्र 10.3) ध्यान दीजिये कि यदि गैस के $N (6 \times 10^{26})$ अणु प्रति घनमीटर होते हैं तो $3N$ पथों पर विचार करना होता है किन्तु इस अभिधारणा से अब समस्या केवल एक अणु की एकायामी गति की रह गई है। आइये पृष्ठ LMNO पर C वेग से गति करते हुए किसी कण पर विचार करें। इसके x, y तथा z घटक क्रमशः u, v तथा w हैं, यदि अणु का द्रव्यमान m हो और यह u चाल से x दिशा में गति कर रहा हो तो ox दिशा के लम्बवत् तल पर इसका संवेग mu होगा, दीवार से टकराकर यह अणु समान चाल से विपरीत दिशा में लौटेगा, दीवार से संघट्ट के बाद अणु का संवेग $= -mu$

$$\text{अतः अणु के संवेग में परिवर्तन} = mu - (-mu) = 2mu$$

यदि अणु पृष्ठ ABCD से पृष्ठ LMNO की ओर से u वेग से गति करता है और संघट्ट के पश्चात बिना किसी अणु से टकराये वापस आता है तो यह $2l$ दूरी $\frac{2l}{u}$ समय में तय करता है।

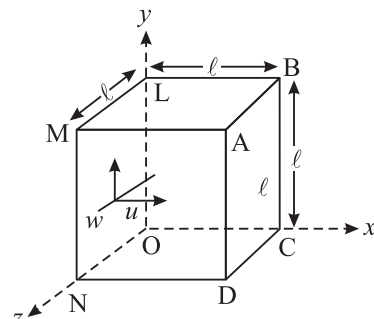
अतः अणुओं के दीवार से दो क्रमबद्ध संघट्टों के बीच का समय $\frac{2l}{u}$ है।

न्यूटन के द्वितीय गति नियम के अनुसार संवेग परिवर्तन की दर लगाये गये बल के बराबर होती है। अतः

ABCD पर संवेग परिवर्तन की दर

$$\begin{aligned} &= \frac{\text{संवेग परिवर्तन}}{\text{समय}} \\ &= \frac{2mu}{2l/u} = \frac{mu^2}{l} \end{aligned}$$

यह एक अणु के संवेग परिवर्तन की दर है।



चित्र 10.3 अणु की x -अक्ष के अनुदिश गति



टिप्पणियाँ



टिप्पणियाँ

चूंकि गैस में N अणु हैं, ABCD पर x -अक्ष के अनुदिश u_1, u_2, \dots, u_N वेग से गति करते हुए N अणुओं के कारण कुल संवेग परिवर्तन की दर या ABCD पर कुल आरोपित बल

$$= \frac{m}{l} (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_N^2)$$

\therefore ABCD दीवार पर लगा दाब (क्योंकि दाब एकांक क्षेत्रफल पर लगने वाला बल है)

$$P = \frac{\frac{m}{l} (u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_N^2)}{l^2}$$

$$= \frac{m}{l^3} (u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_N^2) \quad (10.1)$$

यदि \bar{u}^2 Ox दिशा में सभी वेगों के घटकों के वर्ग का माध्य हो तो

$$\bar{u}^2 = \frac{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_N^2}{N}$$

अथवा

$$N\bar{u}^2 = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_N^2$$

$(u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_N^2)$ के मान को समी. (10.1) में रखने पर

$$P = \frac{Nm\bar{u}^2}{l^3} \quad (10.2)$$

ज्यामिति द्वारा यह दर्शाया जा सकता है कि

$$c^2 = u^2 + v^2 + w^2$$

जहाँ पर u, v और w, c के तीन एक दूसरे पर लंबवत दिशाओं में घटक हैं,

वर्ग माध्य मानों के लिये भी यह संबंध सत्य है अर्थात्

$$\bar{c}^2 = \bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2$$

चूंकि घन के किसी एक किनारे के समान्तर गति करने के लिये अणु कोई वरीयता नहीं दिखलाते हैं, इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि u^2, v^2, w^2 के माध्यमान बराबर हैं।

अर्थात्

$$\bar{u}^2 = \bar{v}^2 = \bar{w}^2$$

या

$$\bar{u}^2 = \frac{\bar{c}^2}{3}$$

समीकरण (10.2) में इसका मान प्रतिस्थापित करने पर

$$P = \frac{1}{3} \frac{Nm}{\ell^3} \bar{c}^2$$

चूँकि ℓ^3 गैस धारक का आयतन है,

$$PV = \frac{1}{3} Nm \bar{c}^2 = \frac{1}{3} M \bar{c}^2 \quad (10.3)$$

इस संबंध का महत्त्व यह है कि यह स्थूल दर्शीय गुणधर्मों अर्थात् दाब और आयतन को सूक्ष्मदर्शी गुणधर्मों, अर्थात् अणुओं के द्रव्यमान तथा वर्गमाध्य चाल से जोड़ता है।

समीकरण (10.3) को इस प्रकार भी लिखा जा सकता है।

$$P = \frac{1}{3} \frac{Nm}{V} \bar{c}^2$$

यदि $\rho = \frac{mN}{V}$, गैस का घनत्व हो तो

$$P = \frac{1}{3} \rho \bar{c}^2$$

या
$$\bar{c}^2 = \frac{3P}{\rho} \quad (10.4)$$

वैकल्पिक रूप से यदि हम N/V अनुपात को संख्या घनत्व n से दर्शायें तो समी. (10.3) को लिख सकते हैं;

$$P = \frac{1}{3} m n \bar{c}^2 \quad (10.3a)$$

उपरोक्त व्युत्पत्ति में निम्नांकित बिंदु ध्यान देने योग्य हैं:

- (i) समीकरण (10.4) से यह स्पष्ट है कि अणुगतिक सिद्धान्त में पात्र के आकार की कोई भूमिका नहीं है। केवल आयतन ही महत्वपूर्ण है। हम घन के अलावा कोई अन्य पात्र भी ले सकते हैं। घन केवल हमारे परिकलन को सरल कर देता है।
- (ii) हमने अंतरा-अणुक संघट्टों की उपेक्षा की है। लेकिन ये परिणाम पर प्रभाव नहीं डालते हैं क्योंकि उनके एक दूसरे से टकराने से या दीवारों से टकराने पर अणुओं का औसत संवेग नहीं बदलता है।
- (iii) चाल के वर्ग का माध्य अर्थात्, \bar{c}^2 और चाल के माध्य का वर्ग $(\bar{c})^2$ समान नहीं हैं। यह निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट हो जायेगा।

मान लीजिए हमारे पास 5 अणु हैं और उनकी चाल क्रमशः 1, 2, 3, 4, 5 इकाई है, तब उनकी माध्य चाल



टिप्पणियाँ



टिप्पणियाँ

$$\frac{1+2+3+4+5}{5} = 3 \text{ यूनिट}$$

इसका वर्ग 9 है

दूसरी ओर चाल के वर्गों का माध्य

$$\frac{1^2+2^2+3^2+4^2+5^2}{5} = \frac{55}{5} = 11$$

अतः हम देखते हैं कि चाल के वर्ग का माध्य और चाल के माध्य का वर्ग समान नहीं है।

उदाहरण 10.1: 10 cm भुजा के खोखले घन में 10^{22} आक्सीजन अणुओं द्वारा उत्पन्न दाब का परिकलन कीजिए जहाँ अणुओं की औसत स्थानान्तरीय चाल 500 m s^{-1} है और प्रत्येक अणु का द्रव्यमान $5 \times 10^{-26} \text{ kg}$, है।

हल: संवेग में परिवर्तन $2m u = 2 \times (5 \times 10^{-26} \text{ kg}) \times (500 \text{ m s}^{-1})$
 $= 5 \times 10^{-23} \text{ kg m s}^{-1}$

एक ही पार्श्व में उत्तरोत्तर संघट्ट करने में लगा समय = $2 \times 10 \text{ cm}$ या $2 \times 10^{-1} \text{ m}$. दूरी तय करने में लगा समय

$$t = \frac{2 \times 10^{-2} \text{ m}}{500 \text{ m s}^{-1}} = 4 \times 10^{-4} \text{ s}$$

\therefore संवेग परिवर्तन की दर = $\frac{5 \times 10^{-23} \text{ kg m s}^{-1}}{4 \times 10^{-4} \text{ s}} = 1.25 \times 10^{-19} \text{ N}$

एक धारक की दीवार पर कुल अणुओं की एक तिहाई संख्या के कारण बल

$$f = \frac{1}{3} \times 1.25 \times 10^{-19} \times 10^{22} = 416.7 \text{ N}$$

और दाब = $\frac{\text{बल}}{\text{क्षेत्रफल}} = \frac{417 \text{ N}}{100 \times 10^{-4} \text{ m}^2}$
 $= 4.2 \times 10^{-4} \text{ N m}^{-2}$



पाठगत प्रश्न 10.1

1. (i) एक गैस किसी भी पात्र को पूरा भर देती है लेकिन द्रव नहीं। क्यों?
 (ii) गैसों की तुलना में ठोसों की रचना अधिक क्रमबद्ध होती है। क्यों?
2. आदर्श गैस से क्या तात्पर्य है?

3. गैस का दाब अणुओं के घनत्व से कैसे संबंधित है?
4. किसी पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा से आप क्या समझते हैं?
5. आयतन प्रसार गुणांक की परिभाषा कीजिए।
6. 20°C पर किसी स्टील के तार की लम्बाई 2 m है। 120°C ताप पर इसकी लम्बाई 2.01 m हो जाती है। तार के पदार्थ के रेखिक प्रसार गुणांक α की गणना कीजिए।



टिप्पणियाँ

10.3 ताप की गतिक व्याख्या

समीकरण (10.3) से हम जानते हैं कि

$$P V = \frac{1}{3} m N \bar{c}^2$$

हम यह भी जानते हैं कि गैसों के n मोलों (moles) के लिए अवस्था-समीकरण

$PV = n RT$, जहां पर R एक नियतांक है जिसका मान $8.3 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ है। अतः इस परिणाम को दाब व्यंजक के साथ संयोजित करने पर

$$n R T = \frac{1}{3} m N \bar{c}^2$$

दोनों ओर $\frac{3}{2n}$ से गुणा करने पर

$$\frac{3}{2} R T = \frac{1}{2} \frac{N m \bar{c}^2}{n} = \frac{1}{2} m N_A \bar{c}^2$$

जहां पर $\frac{N}{n} = N_A$ एवोगेड्रो संख्या

यह एक मोल पदार्थ में परमाणुओं या अणुओं की संख्या दर्शाता है। इसका मान 6.023×10^{23} प्रति ग्राम मोल है। N_A का उपयोग करने पर हम इसे निम्न प्रकार लिख सकते हैं:

$$\frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{1}{2} m \bar{c}^2$$

लेकिन $\frac{1}{2} m \bar{c}^2$ एक अणु की माध्य गतिज ऊर्जा है। अतः हम लिख सकते हैं।

$$\frac{1}{2} m \bar{c}^2 = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{3}{2} k T \quad (10.5)$$

जहां पर $k = \frac{R}{N_A}$ बोल्ट्जमान नियतांक (k) है

$$\text{अर्थात्} \quad k = \frac{R}{N_A} \quad (10.6)$$

k का मान $1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ है।



टिप्पणियाँ

k के पदों में, गैस के एक अणु की माध्य गतिज ऊर्जा निम्न प्रकार दर्शायी जाती है

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{2} m \bar{c}^2 = \frac{3}{2} k T \quad (10.7)$$

अतः गैस के 1 ग्राम मोल की गतिज ऊर्जा = $\frac{3}{2} R T$

यह संबंध हमें बतलाता है कि अणु की माध्य गतिज ऊर्जा गैस के निरपेक्ष ताप T पर निर्भर करती है और अपने द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करती है। यह तथ्य ताप की अणुगतिक व्याख्या के रूप में जाना जाता है।

स्पष्टतया, $T = 0$, पर 1 अणु की गतिज ऊर्जा शून्य हो जाती है अथवा दूसरे शब्दों में इस ताप पर कुल अणुगति समाप्त हो जाती है और अणु ऐसे व्यवहार करते हैं जैसे कि वे जम गये हों। नवीन संकल्पनाओं के आधार पर परम शून्य तापमान पर, किसी भी निकाय की ऊर्जा पूर्णतया शून्य नहीं होती, एक निकाय में इस तापमान पर भी कुछ ऊर्जा पाई जाती है जिसे शून्य बिंदु ऊर्जा कहते हैं।

समीकरण (10.5) की सहायता से हम \bar{c}^2 , वर्ग माध्य मूल वेग का मान लिख सकते हैं

$$c_{rms} = \sqrt{\bar{c}^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad (10.8)$$

यह संबंध दर्शाता है कि किसी ताप T पर c_{rms} आणविक द्रव्यमान M के वर्गमूल का व्युत्क्रमानुपाती होता है। अर्थात् हल्के अणुओं का औसत वेग भारी अणुओं के वेग से अधिक होता है। उदाहरण के लिए ऑक्सीजन का आणविक द्रव्यमान हाइड्रोजन के आणविक द्रव्यमान का 16 गुना है। हाइड्रोजन के अणु आक्सीजन के अणुओं की अपेक्षा 4 गुना तेज गति करते हैं, इसीलिये हल्की गैसों हमारे वायुमण्डल के ऊपरी भाग में पाई जाती हैं। यह प्रेक्षित तथ्य अणुगतिक सिद्धान्त की मान्यता के लिए पहले महत्वपूर्ण प्रमाणों में से एक था।

10.4 अणुगति सिद्धान्त से गैस के नियमों का निगमन

(i) बॉयल का नियम

हम जानते हैं कि एक गैस के लिये समीकरण (10.3) के अनुसार

$$P V = \frac{1}{3} M \bar{c}^2$$

जब किसी गैस के दिये गये किसी द्रव्यमान का ताप नियत होता है तो, उसका वर्ग माध्य मूल वेग नियत रहता है।

अतः समी. (10.6) में M और \bar{c}^2 दोनों स्थिर है

अतः हम लिख सकते हैं कि

$$P V = \text{स्थिर} \quad (10.9)$$

यह बॉयल का नियम है जो बतलाता है कि नियत ताप पर किसी गैस के दिये गये द्रव्यमान का दाब उस गैस के आयतन का व्युत्क्रमानुपाती होता है।

(ii) चार्ल्स का नियम

समी. (10.3) से हम जानते हैं कि

$$PV = \frac{1}{3} M \bar{c}^2$$

अथवा

$$V = \frac{1}{3} \frac{M}{P} \bar{c}^2$$

यदि M एवं P अपरिवर्तित रहें अर्थात् अचर हों तो

$V \propto \bar{c}^2$ लेकिन $\bar{c}^2 \propto T$ (यह चार्ल्स का नियम है।)

$$\therefore V \propto T \quad (10.10)$$

अतः चार्ल्स के नियम का कथन यह है कि एक नियत दाब पर किसी गैस के निश्चित द्रव्यमान का आयतन ताप के समानुपाती होता है।

**राबर्ट बॉयल
(1627-1691)**



ब्रिटिश प्रयोगकर्ता रॉबर्ट बॉयल गैस के आयतन व दाब के बीच संबंध दर्शाने वाले नियम के लिये प्रसिद्ध है ($PV = \text{नियतांक}$)। राबर्ट हुक द्वारा बनाये गये निर्वात पम्प का प्रयोग करके उन्होंने दर्शाया कि ध्वनि निर्वात में नहीं चलती। उन्होंने सिद्ध किया कि जलने के लिये हवा की आवश्यकता होती है और हवा के प्रत्यास्थ गुणों का अध्ययन किया।

वे रॉयल सोसाइटी ऑफ लन्दन के संस्थापक सदस्य थे और अपनी वैज्ञानिक कार्यों में रुचि के कारण आजन्म अविवाहित रहे। चन्द्रमा पर क्रैटर बॉयल का नामकरण उनके सम्मान में किया गया है।

(iii) गे लुसक का नियम

गैसों के अणुगतिक सिद्धान्त के अनुसार एक आदर्श गैस के लिये

$$P = \frac{1}{3} \frac{M}{V} \bar{c}^2$$

एक निश्चित द्रव्यमान (M) और निश्चित आयतन (V) के लिये,

$$P \propto \bar{c}^2$$

लेकिन

$$\bar{c}^2 \propto T$$

$$\therefore P \propto T \quad (10.11)$$

यह गे लुसक नियम है, जो इस प्रकार है।



टिप्पणियाँ



टिप्पणियाँ

यदि किसी गैस का आयतन स्थिर रखा जाय तो उसका दाब परम ताप का अनुक्रमानुपाती होता है।

(iv) एवोगेड्रो नियम

दो अलग-अलग गैसों, गैस 1 तथा 2 पर विचार करें। अणुगतिकी के सिद्धान्त के अनुसार

$$P_1 V_1 = \frac{1}{3} m_1 N_1 \bar{c}_1^2$$

और
$$P_2 V_2 = \frac{1}{3} m_2 N_2 \bar{c}_2^2$$

यदि उनके दाब तथा आयतन समान हों तो—

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\therefore \frac{1}{3} m_1 N_1 \bar{c}_1^2 = \frac{1}{3} m_2 N_2 \bar{c}_2^2$$

चूँकि ताप नियत है इसलिये उनकी गतिज ऊर्जायें समान होंगी

अर्थात्
$$\frac{1}{2} m_1 \bar{c}_1^2 = \frac{1}{2} m_2 \bar{c}_2^2$$

इस परिणाम को पूर्ववर्ती समीकरण में प्रयोग करने पर $N_1 = N_2$. (10.12)

अर्थात् ताप और दाब की समान अवस्थाओं में आदर्श गैसों के समान आयतन में अणुओं की संख्या भी समान होती है।

(v) डाल्टन के आंशिक दाब का नियम

मान लीजिये हमारे पास अनेक गैसों या वाष्प हैं जो एक दूसरे के साथ रासायनिक प्रतिक्रिया नहीं करती हैं। माना उनके घनत्व क्रमशः $\rho_1, \rho_2, \rho_3 \dots$ और वर्ग माध्य वेग क्रमशः $\bar{c}_1^2, \bar{c}_2^2, \bar{c}_3^2 \dots$ हैं। यदि हम इन गैसों के एक समान आयतन मिला देते हैं तो परिणामी P स्पष्ट रूप से निम्न प्रकार व्यक्त होगा।

$$P = \frac{1}{3} \rho_1 \bar{c}_1^2 + \frac{1}{3} \rho_2 \bar{c}_2^2 + \frac{1}{3} \rho_3 \bar{c}_3^2 + \dots$$

यहां पर $\frac{1}{3} \rho_1 \bar{c}_1^2, \frac{1}{3} \rho_2 \bar{c}_2^2, \frac{1}{3} \rho_3 \bar{c}_3^2 \dots$ यदि भिन्न-भिन्न गैसों या वाष्पों के क्रमशः अपने-अपने आंशिक दाब हैं, यदि हम उन्हें P_1, P_2, P_3 , से व्यक्त करें तो हमें प्राप्त होता है

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots \quad (10.13)$$

दूसरे शब्दों में गैसों के एक मिश्रण का कुल दाब पृथक-पृथक गैसों द्वारा लगाये गये आंशिक दाबों के जोड़ के बराबर होता है। इस कथन में व्यक्तिगत गैस द्वारा लगाया गया वह दाब

उसका आंशिक दाब कहलाता है जो वह गैस मिश्रण के आयतन के बराबर आयतन प्राप्त करने पर लगाती है। यह डाल्टन का आंशिक दाब का नियम है।

(vi) ग्राहम का गैस विसरण नियम

ग्राहम ने सरंघ पदार्थों में से गैसों के विसरण का अध्ययन किया। विभिन्न गैसों के विसरण वेगों की तुलना करने पर ग्राहम ने पाया कि—ताप और दाब की समान अवस्थाओं में किसी गैस के विसरण का वेग उसके घनत्व के वर्गमूल का व्युत्क्रमानुपाती होता है। इसे ग्राहम का गैस विसरण का नियम कहते हैं?

गैसों के अणुगतिक सिद्धान्त के अनुसार एक सरंघ से विसरण की दर वर्ग वेग माध्य c_{rms} के समानुपाती होगी। समीकरण (10.4) से हम जानते हैं कि

$$\bar{c}^2 = \frac{3P}{\rho}$$

या
$$\sqrt{\bar{c}^2} = c_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

इसलिये दो गैसों के लिये जिनके घनत्व क्रमशः ρ_1 और ρ_2 हैं। एक नियत दाब P पर इनकी वर्गमाध्य मूल चाल क्रमशः

$$(c_{rms})_1 = \sqrt{\frac{3P}{\rho_1}} \quad \text{and} \quad (c_{rms})_2 = \sqrt{\frac{3P}{\rho_2}}$$

अतः
$$\frac{\text{एक गैस के विसरण की दर}}{\text{दूसरे गैस के विसरण की दर}} = \frac{(c_{rms})_1}{(c_{rms})_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \quad (10.14)$$

अतः गैसों के विसरण की दर उनके घनत्वों के व्युत्क्रमानुपाती होती है जबकि दाब स्थिर हो।

उदाहरण 10.2: 300 K पर हाइड्रोजन अणु का वर्ग माध्य वेग का वर्गमूल (Root mean square speed) कितना होता है?

हाइड्रोजन अणु का द्रव्यमान 3.347×10^{-27} kg और $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J mol⁻¹ K⁻¹

हल: हम जानते हैं कि

$$\begin{aligned} c_{rms} &= \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3 \times (1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}) \times (300 \text{ K})}{3.347 \times 10^{-27} \text{ kg}}} \\ &= 1927 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

उदाहरण 10.3: किस ताप पर हाइड्रोजन का वर्ग माध्य मूल वेग मानक ताप और दाब (STP) पर इसके मान का दुगुना होगा जबकि दाब नियत है।

हल: हम जानते हैं कि

$$c_{rms} \propto \sqrt{T}$$



टिप्पणियाँ



टिप्पणियाँ

यदि STP पर वेग c_0 है

और T अपेक्षित ताप है तथा उस ताप पर वेग $c = 2 c_0$ है जैसा कि प्रश्न में दिया गया है।

$$\text{तब} \quad \frac{c}{c_0} = \frac{2c_0}{c_0} = \sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

दोनों ओर वर्ग करने पर

$$4 = \frac{T}{T_0}$$

या

$$T = 4T_0$$

चूँकि $T_0 = 273\text{K}$,

$$\therefore T = 4 \times 273 \text{ K} = 1092 \text{ K} = 819^\circ\text{C}$$

उदाहरण 10.4: 300 K पर गैस की औसत ऊर्जा ज्ञात कीजिए, दिया है $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$.

हल: हम जानते हैं कि

$$\frac{1}{2} M \bar{c}^2 = \frac{3}{2} k T$$

क्योंकि $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ और $T = 300 \text{ K}$

$$\begin{aligned} \therefore E &= \frac{3}{2} (1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}) (300 \text{ K}) \\ &= 6.21 \times 10^{-21} \text{ J} \end{aligned}$$

10.4.1 स्वातन्त्र्य कोटिमान

किसी निकाय का स्वातन्त्र्य कोटिमान उस निकाय के कणों द्वारा की जा सकने वाली स्वतंत्र गतियों की संख्या होती है।

मान लीजिए आप एक सड़क पर चल रहे हैं जिसमें से बायीं एवं दाहिनी ओर कोई अन्य सड़कें निकलती हैं। आप सड़क पर चलने एवं बाईं ओर अथवा दाहिनी ओर मुड़ने के लिए स्वतन्त्र हैं अतः आपका स्वातन्त्र्य कोटिमान दो हुआ। यदि सड़क पर कोई ऊपर-सेतु है और आपको उसी मार्ग से जाना है आपको बायीं एवं दायीं ओर मुड़ने की स्वतन्त्रता नहीं है इसका अर्थ है कि अब आपकी स्वतन्त्रता बाधित हो गई आप केवल ऊपर-सेतु मार्ग से ही आ जा सकते हैं अतः आपका स्वातन्त्र्य कोटिमान एक है।

चित्र 10.4 के सन्दर्भ में एक रस्सी कमरे की दो विपरीत दीवारों पर बिन्दु A एवं B के मध्य टांगी गई है। इसके ऊपर एक चींटी चलती है तो उसका स्वातन्त्र्य कोटिमान एक है।



चित्र 10.4

अब यदि यह कमरे के फर्श पर गिर जाती है तो यह x एवं y दिशा में स्वतंत्र रूप से चल सकती है अतः इसका स्वातन्त्र्य कोटिमान दो है। यदि चीटी के पंख हैं एवं वह उड़ सकती है तो वह x, y एवं z दिशा में चलने के लिए स्वतन्त्र है एवं इसका स्वातन्त्र्य कोटिमान तीन हुआ।

एकपरमाणुक अणु उपरोक्त उदाहरण की उड़ने वाली चीटी की तरह तीन स्वातन्त्र्य कोटिमान वाला अकेला बिन्दु है। यह सभी कोटिमान स्थानान्तरणीय हैं। एक द्वि-परमाणुक अणु दो परमाणुओं का बना होना है यह स्थानान्तरणीय गति के अतिरिक्त दो परस्पर लम्बवत् अक्षों के इर्द गिर्द घूर्णन कर सकता है। अतः द्विपरमाणुक अणु का स्वातन्त्र्य कोटिमान $(3 + 2 = 5)$ पांच हुआ, तीन कोटिमान स्थानान्तरण के संगत एवं दो घूर्णन के संगत।



पाठगत प्रश्न 10.2

1. यादृच्छिक रूप से चुने गये पांच अणुओं की चाल 500 m s^{-1} , 600 m s^{-1} , 700 m s^{-1} , 800 m s^{-1} , और 900 m s^{-1} , पाई गई। उनका वर्ग माध्य मूल वेग ज्ञात कीजिए।
2. यदि बिना किसी रासायनिक प्रतिक्रिया के दो गैसों 1 और 2 का समान आयतन मिलाया जाता है तो मिश्रण का परिणामी दाब क्या होगा?
3. जब हम एक गुब्बारे में हवा भरते हैं तो इसका आयतन और बिना हवा भरी स्थिति की तुलना में दाब भी बढ़ता है, क्या यह स्थिति बॉयल के नियम का पालन नहीं करती?

10.5 ऊर्जा समविभाजन का नियम

हम जानते हैं कि एक गैस की गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2} m \bar{c}^2 = \frac{3}{2} kT$.

क्योंकि किसी अणु की x, y तथा z दिशाओं में गति समान रूप से संभाव्य होती है अतः वेग c के घटकों (अर्थात् u, v और w) के औसत मान तीनों दिशाओं में समान होने चाहिये या यह कहें कि अणु के लिये तीनों दिशाएँ समान होती है।

अर्थात्
$$\bar{u} = \bar{v} = \bar{w}$$

और
$$\bar{u}^2 = \bar{v}^2 = \bar{w}^2 = \frac{1}{3} \bar{c}^2$$

चूँकि
$$c^2 = u^2 + v^2 + w^2$$



टिप्पणियाँ



टिप्पणियाँ

$$\therefore \quad \bar{c}^2 = \bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2$$

$\frac{1}{2} m$, द्वारा गुणा करने पर,

$$\frac{1}{2} m \bar{u}^2 = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{1}{2} m \bar{w}^2$$

लेकिन $\frac{1}{2} m \bar{u}^2 = E = (x\text{-अक्ष में अणु की कुल माध्य गतिज ऊर्जा है।})$

अतः $E_x = E_y = E_z$. किन्तु, अणु की कुल माध्य गतिज ऊर्जा होती है— $\frac{3}{2} k T$. अतः हमें एक महत्वपूर्ण परिणाम प्राप्त होता है

$$E_x = E_y = E_z = \frac{1}{2} k T$$

क्योंकि तीनों वेग घटक u , v और w अणु की तीन स्वातंत्र्य कोटियों के अनुरूप होते हैं। अतः हम कह सकते हैं; एक गतिकीय निकाय की कुल गतिज ऊर्जा उसकी सभी स्वातंत्र्य कोटियों में समान रूप से विभक्त होती है और प्रति स्वातंत्र्य कोटि यह $\frac{1}{2} k T$ के बराबर होती है।

यह ऊर्जा समविभाजन का नियम है, और इसका निगमन लुडविग बोल्ट्समान ने किया, अब हम विभिन्न प्रकार की गैसों पर इस नियम को लगाकर देखते हैं

अब तक हम केवल स्थानान्तरीय गति पर ही विचार करते आये हैं। वास्तव में एकल परमाणविक अणु के लिये केवल स्थानान्तरीय गति ही होती है क्योंकि वे घूर्णन नहीं कर सकते हैं (यद्यपि तीनों परस्पर लम्बवत् अक्षों में से किसी के भी चारों ओर चक्रण (Spin) कर सकते हैं, यदि ये परिमित गोले की तरह हों।

अतः एक परमाणवीय अणु के लिये कुल ऊर्जा

$$E = \frac{3}{2} k T \quad (10.15)$$

द्विपरमाणुक अणु के लिये हम मान सकते हैं कि यह दृढ़ दंड द्वारा जुड़े हुये दो गोलकों की तरह होता है। इस तरह का अणु तीनों पारस्परिक लम्बवत् अक्षों में से किसी के चारों ओर घूर्णन कर सकता है। दृढ़ दण्ड के साथ अक्ष के चारों ओर का जड़त्व आघूर्ण की तुलना में नगण्य होता है, जिससे कि आघूर्ण ऊर्जा दो पदों की बनी होती है,

$$\text{जैसे} \quad \frac{1}{2} I \omega_y^2 \text{ and } \frac{1}{2} I \omega_z^2.$$

अब द्विपरमाणुक अणु गैस के द्रव्यमान (संहति) केन्द्र के विशेष वर्णन के लिये तीन निर्देशांकों (कोटियों) की आवश्यकता होगी। अतः द्विपरमाणु के अणु में स्थानांतरीय एवं घूर्णन दोनों ही गतियां हैं;

$$E = 3 \frac{1}{2} kT + 2 \frac{1}{2} kT$$

$$= \frac{5}{2} kT \quad (10.16)$$



टिप्पणियाँ

ल्युडविग बोल्त्समान (1844-1906)

वियना (आस्ट्रिया) में जन्में और युवा हुए, बोल्त्समान ने जोसेफ स्टीफन के दिशानिर्देश में डाक्टरेट पूरी की। उन्होंने लुन्सन किरखाफ और हेल्मोल्ट्ज के साथ भी काम किया। वे काफी भावुक व्यक्ति थे उन्होंने दो बार आत्महत्या का प्रयास किया और दूसरे प्रयास में सफल हुये। लोगों के अनुसार इन प्रयासों के पीछे कारण मैक और ओस्टवाल्ड से मतभेद थे।



वह गैस के आणविक सिद्धान्त, सांख्यिकी-यांत्रिकी और ऊष्मागतिकी में योगदान के लिये प्रसिद्ध हैं। चन्द्रमा में क्रेटर बोल्त्समान का नाम उनकी स्मृति और सम्मान में रखा गया है।

10.6 गैसों की ऊष्मा धारितायें

हम जानते हैं कि किसी गैस के ताप को आयतन व दाब की विभिन्न अवस्थाओं के अन्तर्गत बढ़ाया जा सकता है उदाहरण के लिए आयतन या दाब को नियत रखा जा सकता है। या दोनों को यादृच्छिक तरीके से बदलने दिया जा सकता है। प्रत्येक मामले में एकांक द्रव्यमान में ताप की एकांक वृद्धि करने के लिये वांछित ऊष्मा की मात्रा पृथक-पृथक होती है। अतः किसी भी गैस की दो भिन्न-भिन्न ऊष्मा धारितायें होती हैं।

यदि किसी गैस का ताप ΔT बढ़ाने के लिये ΔQ परिमाण की ऊष्मा की आवश्यकता हो तो ऊष्मा धारिता को इस प्रकार परिभाषित किया जा सकता है—

$$\text{ऊष्मा धारिता} = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

किसी वस्तु की प्रति इकाई संहति की ऊष्मा धारिता को उस पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा कहते हैं और सामान्यतः संकेत c से दर्शाते हैं, इस प्रकार



टिप्पणियाँ

$$\text{विशिष्ट ऊष्मा } c = \frac{\text{ऊष्मा धारिता}}{m} \quad (10.17)$$

समी. (10.16) और समी. (10.17) को संयुक्त करने पर

$$c = \frac{\Delta Q}{m \Delta T} \quad (10.18)$$

अतः किसी पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा, ऊष्मा का वह मात्रा होती है जो उस पदार्थ की एकांक संहति के ताप में एकांक वृद्धि करने के लिये आवश्यक होती है।

विशिष्ट ऊष्मा का SI मात्रक जूल प्रति किलोग्राम प्रति कैल्विन है। उदाहरण के तौर पर जल की विशिष्ट ऊष्मा है।

$$4.2 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

विशिष्ट ऊष्मा की उपरोक्त परिभाषा ठोस और द्रव के लिये तो ठीक है पर गैस के संबंध में नहीं क्योंकि यह आयतन या दाब के साथ परिवर्तित हो सकती है।

किसी गैस की विशिष्ट ऊष्मा का अध्ययन करने के लिये गैस के दाब या आयतन में से किसी एक को स्थिर रखना पड़ता है। परिणामस्वरूप हम गैस की दो विशिष्ट ऊष्मयें परिभाषित करते हैं।

(i) स्थिर आयतन पर विशिष्ट ऊष्मा (c_v)

(ii) स्थिर दाब पर विशिष्ट ऊष्मा (c_p)

(a) स्थिर आयतन पर विशिष्ट ऊष्मा (c_v)

स्थिर आयतन पर गैस की विशिष्ट ऊष्मा (c_v) को गैस की एकांक संहति के ताप में 1 K वृद्धि करने के लिये आवश्यक ऊष्मा के परिमाण के रूप में परिभाषित किया जाता है जबकि उसका आयतन अपरिवर्तित रहे।

$$c_v = \frac{\Delta Q}{\Delta T}_v \quad (10.19)$$

(b) स्थिर दाब पर विशिष्ट ऊष्मा (c_p)

स्थिर दाब पर गैस की विशिष्ट ऊष्मा (c_p) का गैस की एकांक संहति के ताप में 1 K वृद्धि करने के लिये आवश्यक ऊष्मा परिमाण के रूप में परिभाषित किया जाता है जबकि उस का दाब अपरिवर्तित रहे।

$$\text{अर्थात्} \quad c_p = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T} \right)_p \quad (10.20)$$

जब गैस का 1 मोल लिया जाता है तो उसके ताप में 1 डिग्री की वृद्धि के लिये आवश्यक ऊष्मा को मोलर विशिष्ट ऊष्मा (molar specific heat) कहते हैं,

हम जानते हैं कि जब दाब को स्थिर रखा जाता है तब गैस का आयतन बढ़ जाता है। ध्यान दीजिए कि इस प्रकार की स्थिति में स्थिर दाब पर एकांक संहति के ताप को 1 डिग्री तक बढ़ाने के लिये आवश्यक ऊष्मा दो भागों से बनी होती है।

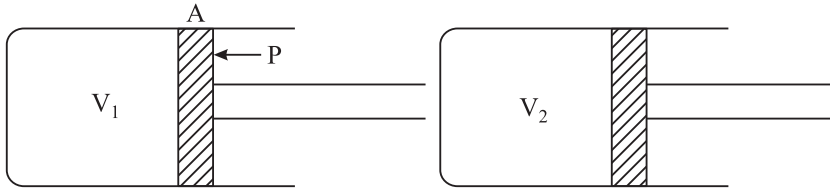
- (i) गैस के आयतन में परिवर्तन हेतु बाह्य कार्य करने के लिये वांछित ऊष्मा, तथा
- (ii) 1 डिग्री तक गैस के ताप को बढ़ाने के लिये वांछित ऊष्मा (c_p).

इसका तात्पर्य यह है कि स्थिर दाब पर गैस की विशिष्ट ऊष्मा, स्थिर आयतन पर विशिष्ट ऊष्मा की तुलना में कहीं अधिक होती है। और यह आधिक्य बाह्य दाब के विपरीत गैस को विस्तारित करने में किये गये कार्य के बराबर होता है।

$$c_p = W + c_v \quad (10.21)$$

10.7 c_p और c_v के बीच संबंध

हम एक घर्षण रहित चल पिस्टन युक्त सिलिंडर में परिबद्ध आदर्श गैस के एक मोल (Mole) पर विचार करते हैं (चित्र 10.5)। गैस को आदर्श माना गया है अतः इसके अणुओं के बीच कोई अन्तर-आणुक बल नहीं है और जब इस तरह की गैस विस्तारित होती है तब अणुओं को अलग-अलग करने में आंतरिक दाब के विपरीत कार्य किया जाता है।



चित्र 10.5 एक स्थिर ताप पर गर्म गैस

मान लीजिये P बाह्य दाब है और A पिस्टन के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल है, तब पिस्टन पर कार्यरत बल $= P \times A$

माना कि अब स्थिर दाब पर गैस को 1 K गर्म किया जाता है, जिसके परिणामस्वरूप पिस्टन बाहर की ओर x दूरी तक चला जाता है जैसा चित्र 10.5 में दर्शाया गया है। माना, V_1 गैस का प्रारंभिक आयतन है और V_2 गरम करने के बाद आयतन है। तब,

गैस द्वारा बाह्य दाब P के विपरीत x दूरी तक पिस्टन को धकेलने में किया गया कार्य

$$\begin{aligned} W &= P \times A \times x \\ &= P \times (\text{आयतन में वृद्धि}) \\ &= P (V_2 - V_1) \end{aligned}$$

समीकरण 10.51 से हम जानते हैं कि $c_p - c_v = W$ बाह्य बलों के विरुद्ध 1 मोल गैस का ताप 1 K बढ़ाने में किया गया कार्य



टिप्पणियाँ



टिप्पणियाँ

$$\text{अर्थात्} \quad c_p - c_v = P(V_2 - V_1) \quad (10.22)$$

अब इन दो स्थितियों (गैस को गर्म करने से पूर्व और पश्चात्)–पूर्ण गैस (आदर्श गैस) समीकरण का प्रयोग करने पर

$$PV_1 = RT \quad (10.23)$$

$$PV_2 = R(T + 1) \quad (10.24)$$

समी. (10.23) को समी. (10.24) में से हटाने पर,

$$P(V_2 - V_1) = R \quad (10.25)$$

∴ समीकरण (10.19) तथा समीकरण (10.22) से हम पाते हैं,

$$c_p - c_v = R \quad (10.26)$$

जहां पर R का मान $J \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ में है।

जूल को कैलोरी में बदलने में

$$c_p - c_v = \frac{R}{J} \quad (10.27)$$

जहां J = 4.18 ऊष्मा का यांत्रिक तुल्यांक है।

उदाहरण 10.5: एक परमाणुक द्विपरमाणुक और त्रिपरमाणुक गैस अणुओं के लिये c_p और c_v के मान ज्ञात कीजिये।

हल: हम जानते हैं कि गैस के 1 माले के लिये औसत गतिज ऊर्जा (KE)

$$E = \frac{3}{2} RT$$

c_v को स्थिर आयतन पर गैस के 1 मोल का ताप 1 डिग्री तक बढ़ाने के लिये वांछित ऊष्मा के रूप में परिभाषित किया जाता है, अर्थात् यदि $E_T = T \text{ K}$ पर गैस की कुल ऊर्जा और E_{T+1} ($T + 1$ केल्विन पर गैस की कुल ऊर्जा हो तो $c_v = E_{T+1} - E_T$.

(i) हम जानते हैं कि एक परमाणुक गैस के लिये कुल ऊर्जा $= \frac{3}{2} RT$ एक परमाणुक गैस के लिये

$$c_v = \frac{3}{2} R(T + 1) - \frac{3}{2} RT = \frac{3}{2} R.$$

$$\therefore c_p = c_v + R = \frac{3}{2} R + R = \frac{5}{2} R.$$

(ii) द्विपरमाणुक गैस के लिये कुल ऊर्जा $= \frac{5}{2} RT$

$$\therefore c_v = \frac{5}{2} R(T + 1) - R \frac{5}{2} RT = \frac{5}{2} R$$

$$c_p = c_v + R = \frac{5}{2} R + R = \frac{7}{2} R.$$

(iii) अब आप इसी प्रकार त्रिपरमाणुक गैस के लिये c_v और c_p का मान प्राप्त कर सकते हैं।



पाठगत प्रश्न 10.3

1. नाइट्रोजन अणु की कुल ऊर्जा कितनी होती है?
2. नाइट्रोजन के लिये c_p और c_v की गणना कीजिए।
3. गैस की दो विशिष्ट ऊष्मायें क्यों होती हैं?



टिप्पणियाँ

ब्राउनियन गति और माध्य मुक्त पथ

स्कॉटलैंड के वनस्पतिशास्त्री राबर्ट ब्राउन जब पानी में निलम्बित पराग कणों को देख रहे थे तो उन्होंने पाया कि परागकण यादृच्छिक रूप से गति कर रहे हैं परागकणों की गति को प्रारम्भ में जीवित वस्तु की गति समझा गया लेकिन अभ्रक, पत्थर या मृत वृक्षों के परागकणों ने भी यही व्यवहार दिखाया। इस गति को **ब्राउनियन गति** कहते हैं। यह गति पानी के कणों के आघात से असंतुलित बलों के कारण थी। ब्राउनियन गति पदार्थ के अणुगतिक सिद्धान्त का एक सीधा प्रमाण है। ब्राउनियन विस्थापन निम्न बातों पर निर्भर करता पाया गया

- (i) निलम्बित कणों का आकार छोटे कणों के लिये असंतुलित आघातों की अधिक संभावनाएँ होती हैं और ब्राउनियन गति अधिक सुस्पष्ट होती है
- (ii) ब्राउनियन गति ताप के साथ बढ़ती है और माध्यम की श्यानता के साथ घटती है।

पारस्परिक संघट्टों के फलस्वरूप द्रव के अणु भी टेढ़ी-मेढ़ी रेखा में गति करते हैं। अणुओं के दो उत्तरोत्तर संघट्टों के बीच चली गयी दूरी को माध्यमुक्त पथ (mean free path) कहते हैं। इसका सूत्र निम्नवत् है

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi d^2}$$

जहाँ पर n संख्या घनत्व व d अणुओं का व्यास है।



आपने क्या सीखा

- किसी पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा पदार्थ के इकाई द्रव्यमान का तापमान 1°C (अथवा 1 K) बढ़ाने हेतु आवश्यक ऊष्मा की मात्रा है।
- कैलोरीमिति के सिद्धान्तानुसार : ऊष्मा हानि = ऊष्मा वृद्धि



टिप्पणियाँ

- अणु गति सिद्धान्त गैस के परमाणुओं और अणुओं के अस्तित्व को मानता है और यांत्रिकी के नियमों और माध्य परिकलन विधि द्वारा इन नियमों का निगमन किया जाता है।
- अणुगतिक सिद्धांत गैस के स्थूल गुणधर्मों को उनके सूक्ष्म गुणधर्मों से संबद्ध करता है।
- गैस का दाब, पात्र की दीवारों पर अणुओं द्वारा प्रति इकाई क्षेत्रफल में प्रति सेकण्ड डाला गया औसत संघट्ट-प्रभाव है।
- ताप के परम शून्य पर अणु की गतिज ऊर्जा शून्य हो जाती है और आणविक गति का अस्तित्व नहीं रहता।
- अणुगतिक सिद्धान्त के आधार पर गैस के नियमों का निगमन किया जा सकता है।
- किसी गैस की एकांक संहति का ताप एकांक डिग्री बढ़ाने के लिये आवश्यक ऊष्मा की मात्रा भिन्न-भिन्न होती है जो इस बात पर निर्भर करती है कि उसे स्थिर दाब पर गर्म किया जाता है या स्थिर आयतन पर। अतः गैस की दो विशिष्ट ऊष्माएं होती हैं,

i) स्थिर आयतन पर विशिष्ट ऊष्मा (c_v)

ii) स्थिर दाब पर विशिष्ट ऊष्मा (c_p)

इनमें यह संबंध है—

$$c_p = W + c_v$$

$$c_p - c_v = \frac{R}{J}$$

- किसी निकाय का स्वातन्त्र्य कोटिमान उस निकाय के कणों द्वारा की जा सकने वाली स्वतंत्र गतियों की संख्या होती है।
- ऊर्जा सम विभाजन नियम बताता है कि किसी ताप गतिकीय निकाय की कुल गतिज ऊर्जा समान रूप से इसकी स्वातंत्र्य कोटियों में बंट जाती है। और प्रति स्वतंत्र कोटि के लिए इसका परिमाण $\frac{1}{2} k T$ होता है,
- (i) एक परमाणुक गैस के अणु की कुल ऊर्जा $\frac{3}{2} k T$,
- (ii) द्विपरमाणुक गैस के अणु की कुल ऊर्जा $\frac{5}{2} k T$.
- (iii) त्रिपरमाणुक गैस के अणु की ऊर्जा $3 k T$.



पाठान्त प्रश्न

1. दो भिन्न-भिन्न आदर्श गैसों की तुलना के लिये क्या हम बॉयल के नियम का उपयोग कर सकते हैं?



टिप्पणियाँ

2. परम शून्य ताप पर किसी पदार्थ के अणुओं का वेग और गतिज ऊर्जा क्या होगी?
3. यदि किसी गैस के निरपेक्ष ताप को 4 गुना कर दिया जाय तो इसकी गतिज ऊर्जा, वर्ग माध्य मूल वेग व दाब में क्या अंतर आयेगा?
4. हाइड्रोजन (आणविक संहति-2) अणुओं के वेग और आक्सीजन (आणविक संहति-32) के अणुओं के वेग का अनुपात ज्ञात कीजिए जबकि ये गैसें मिश्रण बनाती हैं और इन दोनों प्रकार के अणुओं की गतिज ऊर्जा समान रहती है।
5. यदि तीन अणुओं का वेग 0.5 , 1 और 2 km s^{-1} हों तो उनके औसत वेग और माध्य वर्ग वेग (root mean square speed) के अनुपात लिखिये।
6. गैस के अणुओं के वर्ग माध्य मूल वेग (root mean square velocity) का क्या तात्पर्य है? वर्ग माध्य मूल वेग के लिये गैस के दाब और घनत्व को संबंधित करते हुए तथा अणुगतिक सिद्धान्त की अवधारणाओं का उपयोग करते हुये एक व्यंजक ज्ञात कीजिए।
7. i) नियोन परमाणु की 25°C पर औसत स्थानान्तरीय गतिज ऊर्जा का परिकलन कीजिए।
ii) किस ताप पर औसत ऊर्जा इस मान की आधी होती है?
8. 50 cm^3 आयतन के पात्र में 1.0 P_u दाब और 27°C पर हाइड्रोजन भरी हुई है। गणना कीजिए
(a) पात्र में गैस के अणुओं की संख्या की।
(b) उनकी माध्य वर्ग मूल चाल (root mean square speed) की।
($R = 8.3 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $N = 6 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. हाइड्रोजन अणु के 1 मोल का द्रव्यमान $= 20 \times 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$).
9. एक बंद पात्र में हाइड्रोजन भरी है जो 50.0 K ताप पर 20 mm Hg की ऊँचाई के बराबर दाब डालती है।
a) वह किस ताप पर 180 mm Hg दाब डालेगी।
b) यदि हाइड्रोजन अणुओं का माध्य वर्ग मूल वेग 10.0 K पर 800 m s^{-1} है तो इस नये ताप पर उनका माध्य वर्ग मूल वेग क्या होगा।
10. गैस के अणुगतिक सिद्धान्त की अवधारणाओं का वर्णन कीजिये।
11. गैस के दाब के लिये व्यंजक प्राप्त कीजिए।
12. गैस के अणुगतिक सिद्धान्त के आधार पर बॉयल तथा चार्ल्स के नियम की व्युत्पत्ति कीजिए।
13. गैस के अणुगतिक सिद्धान्त के आधार पर ताप की व्याख्या कीजिए।
14. आवोगाद्रो नियम क्या है? गैस के अणुगतिक सिद्धान्त से इसे कैसे व्युत्पन्न किया जा सकता है?



टिप्पणियाँ

15. 0°C और 100°C पर हाइड्रोजन के अणुओं के माध्य वर्ग मूल वेग की गणना कीजिए। (0°C और 760 mm Hg पर हाइड्रोजन का घनत्व $= 0.09 \text{ kg m}^{-3}$) है।
16. यदि प्रति घनमीटर अणुओं की संख्या 8.10×10^{24} और अणुओं की माध्य वर्ग चाल $1.90 \times 10 \text{ m s}^{-1}$ है तो हाइड्रोजन गैस द्वारा उत्पन्न दाब की (आवोगाद्रो संख्या 6.02×10^{23} प्रति ग्राम मोल और हाइड्रोजन का आणविक भार 2.02 है) गणना कीजिए।
17. नियम दाब पर गैस की विशिष्ट ऊष्मा की परिभाषा कीजिए c_p और c_v ये संबंध भी स्थापित कीजिए।
18. नियत आयतन पर गैस की विशिष्ट ऊष्मा की परिभाषा कीजिए। सिद्ध कीजिए कि त्रिपरमाणुक गैस के लिये $c_v = 3R$ होता है।
19. आर्गन के लिये c_p और c_v की गणना कीजिए $R = 8.3 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$.



पाठगत प्रश्नों के उत्तर

10.1

1. (i) क्योंकि गैस के अणुओं के बीच ससंजन बल, द्रव के अणुओं के बीच के ससंजन बल की तुलना में बहुत कम होता है।
(ii) क्योंकि ठोस के अणु अत्यंत पास-पास होते हैं, अणुओं के बीच में अधिक मजबूत बंध-क्रमबद्ध रचना प्रदान करते हैं।
2. जो गैस अणुगति सिद्धान्त का अनुगमन करती है आदर्श गैस कहलाती है।
3. $P = \frac{1}{3} \rho \bar{c}^2$
4. किसी पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा, उस पदार्थ के इकाई द्रव्यमान का ताप 1°C (अथवा 1 K) बढ़ाने हेतु आवश्यक ऊष्मा की मात्रा है।
5. किसी पदार्थ का आयतन प्रसार गुणांक, उस पदार्थ के एकांक आयतन का तापमान 1°C (अथवा 1 K) बढ़ाने पर आयतन में वृद्धि होती है।
6. $0.00005^\circ \text{C}^{-1}$

10.2

1. औसत चाल \bar{c}

$$= \frac{500 + 600 + 700 + 800 + 900}{5} = 700 \text{ m s}^{-1}$$



टिप्पणियाँ

\bar{c}^2 का औसत मान

$$= \frac{500^2 + 600^2 + 700^2 + 800^2 + 900^2}{5}$$

$$= 510,000 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$c_{rms} = \sqrt{\bar{c}^2} = \sqrt{510,000} = 714 \text{ m s}^{-1}$$

c_{rms} और \bar{c} समान नहीं है।

- मिश्रण का कुल दाब प्रथम व द्वितीय गैस के आंशिक दाबों के योग के बराबर होता है। अर्थात् $P = P_1 + P_2$
- बॉयल का नियम प्रयोग नहीं किया जा सकता है।

10.3

- प्रत्येक स्वातंत्र्य कोटि के लिये ऊर्जा $= \frac{1}{2} k T$

\therefore नाइट्रोजन के अणु की 5 स्वातंत्र्य कोटि के लिये कुल ऊर्जा $= \frac{5}{2} k T$.

- c_v द्विपरमाणुक अणु के लिये $= \frac{5}{2} R$

$$c_v = \frac{5}{2} \times 8.3 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} = 20.75 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}.$$

$$c_p = c_v + R = 29.05 \text{ J mol}^{-1} \text{ C}^{-1}.$$

पाठान्त प्रश्नों के उत्तर

- शून्य
- चार गुना हो जाता है, दो गुना हो जाता है, चार गुना हो जाता है।
- 4 : 1
- 2
- $6.18 \times 10^{-21} \text{ m s}^{-1}, -124 \text{ }^\circ\text{C}$
- $12 \times 10^{20}, 7.9 \times 10^{11} \text{ m s}^{-1}$
- $2634^\circ\text{C}, 2560 \text{ m s}^{-1}$
- $1800 \text{ m s}^{-1}, 2088 \text{ m s}^{-1}$
- $3.97 \times 10^3 \text{ N m}^{-2}$
- $12.45 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}, 20.75 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}.$