ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಪಟ್ಟಿ

ಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆ	ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಪಟ್ಟಿ	ಪುಟ ಸಂಖ್ಯೆ
	1 ರಿಂದ 4ರವರೆಗೆ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಶೀಲನೆ	
1.	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	1
2.	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	3
3.	$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$	5
4.	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	7
5.	ಭಾಗಾಕಾರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು	9
6.	ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು	11
7.	ಎರಡು ಚಲಕಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಏಕಕಾಲಿಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಅನಂತ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ	13
8.	ಸರಳ ರೇಖಾ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಸ್ಥಿರತೆಯಾಗಿ ಇರುವ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು	15
9.	ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹ ಅಪವರ್ತನಗಳಿಗಿರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದು	19
10.	ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಯು ಗರಿಷ್ಠ ಎರಡು ಉತ್ತರಗಳನ್ನು/ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದು	21
11.	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು	23
12.	ಮೊದಲ 'n' ಬೆಸ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು	25
13.	ಮೊದಲ 'n' ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು	27
14.	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 'n' ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು	29
15.	ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಆಗಿರುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು	31
16.	ಸಮಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾದ ಕೋನಗಳು ಸಹ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು	33
17.	ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯದ ಪರಿಶೀಲನೆ	35
18.	ಮೂಲ ಸಮಾನಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ಪರಿಶೀಲನೆ	37
19.	ಪೈಥಾಗೋರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ಪರಿಶೀಲನೆ	39
20.	ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ಬಾಹುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು	41
21.	ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು	43
22.	ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಪೂರಕಕೋನಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು	45
23.	ಸಮರೂಪ ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸಮ ಜ್ಯಾಗಳು ಅವುಗಳ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಸಮಕೋನಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತವೆ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು.	47
24.	ತ್ರ್ಯಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು	49
25.	ಒಂದು ಘನದ ಸಂಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು	51
26.	ಶಂಕುವಿನ ವಕ್ರಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು	53
27.	ಒಂದೇ ತ್ರಿಜ್ಯ ಹಾಗೂ ಎತ್ತರವಿರುವ ಒಂದು ಶಂಕು, ಸ್ತಂಭ ಹಾಗೂ ಅರ್ಧಗೋಳಗಳ ಘನಫಲಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು	55
28.	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$ ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣ ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು	57
29.	ನೀಡಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಷ್ಟು ಇರುವ ತ್ರಿಭುಜ ರಚನೆ	59
30.	ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅಂತರ್ಕೇಂದ್ರ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು	61

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆ - 1

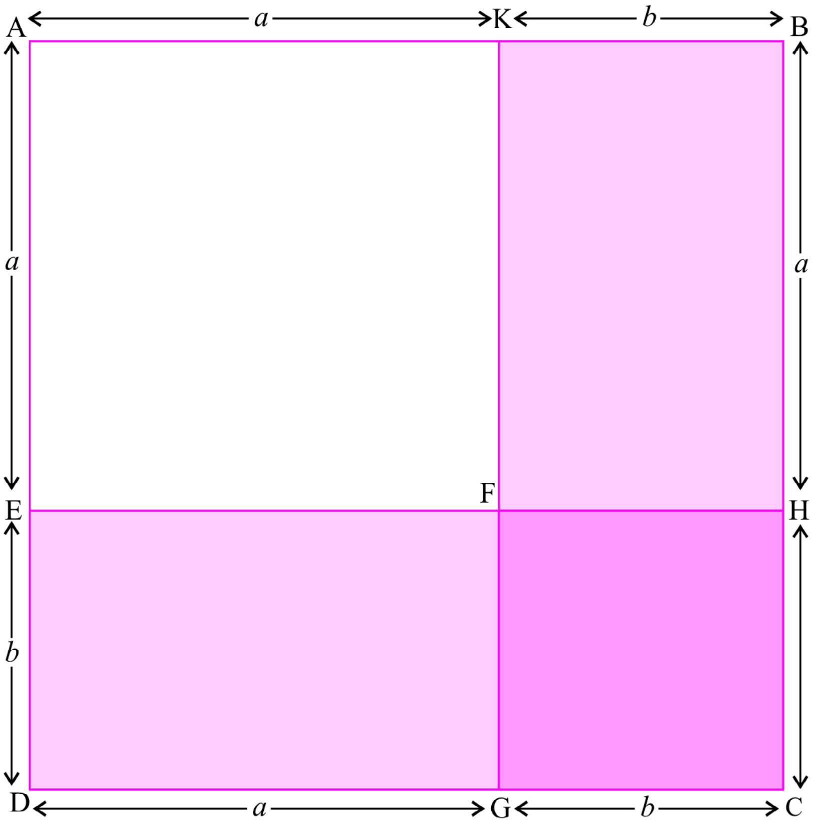
ಶೀರ್ಷಿಕೆ: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಶೀಲನೆ

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: ಚೌಕ ಹಾಗೂ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ.

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ನಂತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು, ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ದ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮತ್ತು ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷಿಸಲು ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಪಡೆಯುತ್ತಾನೆ.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು:

1) ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್
2) ಬಿಳಿ ಚಾರ್ಟ್ ಕಾಗದ
3) ಎರಡು ಭಿನ್ನ ಬಣ್ಣದ ಹೊಳೆಯುವ ಕಾಗದಗಳು (ಕೆಂಪು ಮತ್ತು ಹಸಿರಾಗಿರಲಿ)
4) ಕತ್ತರಿ
5) ಅಂಟು/ಗೋಂದು
6) ಬಣ್ಣದ ಪೆನ್ನುಗಳು
7) ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮತ್ತು ಜ್ಯಾಮಿತಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆ



ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

1) ಬಿಳಿ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ $(a + b)$ ಬಾಹುವುಳ್ಳ $ABCD$ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ. (ಅಂದರೆ, $a = 7cm$, $b = 4\ cm$ ಆಗಿರಲಿ). ನಂತರ ಅದನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ. ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್ ಮೇಲೆ ಅಂಟಿಸಿ.

2) $a \times b$ ಅಳತೆಯುಳ್ಳ $(7\ cm \times 4\ cm)$ ಎರಡು ಆಯತಾಕಾರಗಳನ್ನು ಕೆಂಪಾದ ಹಾಳೆಯಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿ ಹಾಗೂ b ಮಾನದ ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಬಿಳಿಯ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿ. $(b = 4\ cm)$ ಹಸಿರು ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿ. ಕತ್ತರಿಸಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ.

3) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಕತ್ತರಿಸಿಟ್ಟುಕೊಂಡ 3 ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ಚೌಕದೊಂದಿಗೆ ಅಂಟಿಸಿ. ಹಾಗೂ ಅವುಗಳನ್ನು ಆಯತ $EKGD$, ಚೌಕ $FHCG$ ಹಾಗೂ ಆಯತ $KBHF$ ಎಂದು ನಮೂದಿಸಿ.

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

ಚಿತ್ರದಿಂದ, ಚೌಕ $ABCD$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= (AB)^2 = (a + b)^2$ ಚದರ ಮಾನ.

ಚೌಕ $AKFE$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= (AK)^2 = a^2$ ಚದರ ಮಾನ.

ಆಯತ $KBHF$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= (KF \times FH) = a \times b = ab$ ಚದರ ಮಾನ.

ಚೌಕ $FHCG$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= HC^2 = b^2$ ಚದರ ಮಾನ.

ಆಯತ $EFGD$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= ED \times GD = a \times b = ab$ ಚದರ ಮಾನ.

ಚಿತ್ರದಿಂದ ಗಮನಿಸ ಬಹುದಾದ ಅಂಶವೆಂದರೆ,

$ABCD$ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಚೌಕ $AKHF$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಆಯತ $KBHF$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಚೌಕ $FHCG$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + $EFGD$ ಆಯತ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ.

ಅಂದರೆ, $(a+b)^2 = a^2 + ab + b^2 + ab$

$= a^2 + 2ab + b^2$

ತೀರ್ಮಾನ: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆ - 2

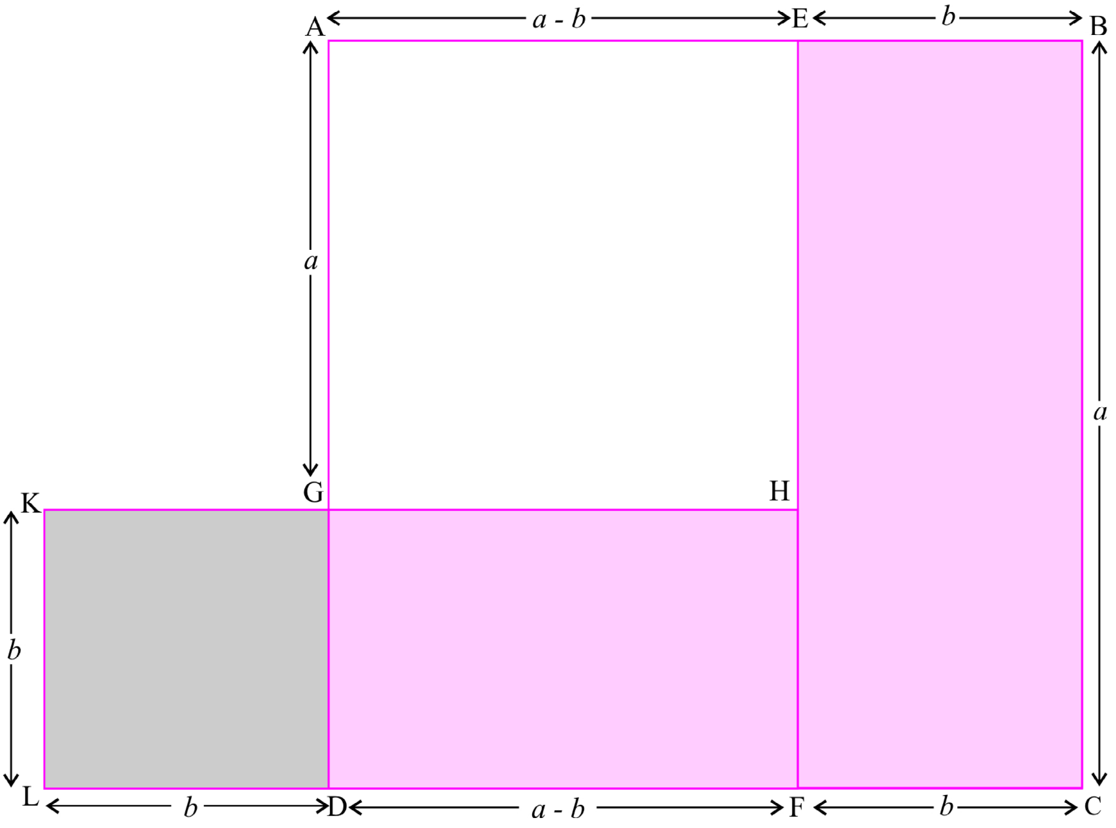
ಶೀರ್ಷಿಕೆ: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: ಚೌಕ ಹಾಗೂ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ.

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮುಗಿಸಿದ ನಂತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮಾಡಲು ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಪಡೆಯುತ್ತಾನೆ.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

1) ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್
2) ಬಿಳಿ ಚಾರ್ಟ್ ಕಾಗದ
3) 3 ವಿವಿಧ ಬಣ್ಣದ ಹೊಳಪುಳ್ಳ ಬಣ್ಣಗಳು (ಕೆಂಪು, ಹಸಿರು ಹಾಗೂ ಹಳದಿ).
4) ಕತ್ತರಿ
5) ಗೋಂದು/ಅಂಟು
6) ಬಣ್ಣದ ಬಾಲ್ ಪಾಯಿಂಟ್ ಪೆನ್ನುಗಳು
7) ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮತ್ತು ಜ್ಯಾಮಿತಿ ಉಪಕರಣಗಳು



ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

1) ಬಿಳಿಯ ಚಾರ್ಟ್ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ 'a' ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚೌಕ $ABCD$ ಯನ್ನು ರಚಿಸಿ. (a = 10 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿರಲಿ). ಅದನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್ ಮೇಲೆ ಅಂಟಿಸಿ.

2) $a \times b$ ಅಳತೆಯ ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು (A = 10 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು B= 4 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿರಲಿ) ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ಹೊಳೆಯುವ ಕಾಗದದಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ. $(a-b) \times b$ ಅಳತೆಯ ಇನ್ನೊಂದು ಆಯತವನ್ನು ಹಸಿರು ಹಾಳೆಯಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು b, (b = 4 ಸೆಂ.ಮೀ.) ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಹಳದಿ ಬಣ್ಣದ ಕಾಗದದ ಹಾಳೆಯಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ.

3) ಹೀಗೆ ಕತ್ತರಿಸಿಟ್ಟುಕೊಂಡ ವಿವಿಧ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್ ಮೇಲೆ ಅಂಟಿಸಿರುವ $ABCD$ ಚೌಕದ ಮೇಲೆ ಅಂಟಿಸಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ಆಯತ $EBCF$, $GHFD$ ಮತ್ತು ಚೌಕ $KGDL$ ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿ.

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

ಚೌಕ $ABCD$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $(BC)^2 = a^2$ ಚದರ ಮಾನ.

ಚೌಕ $AEHG$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $(AE)^2 = (a-b)^2$ ಚದರ ಮಾನ.

ಆಯತ $EBCF$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $(BC \times EB) = ab$ ಚದರ ಮಾನ.

ಆಯತ $GHFD$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $(GH \times HF) = (a-b)b$ ಚದರ ಮಾನ.

ಚೌಕ $KGDL$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $(KL)^2 = b^2$ ಚದರ ಮಾನ.

ಆಯತ $KHFL$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $KH \times HF = ab$ ಚದರ ಮಾನ.

ಚಿತ್ರದಿಂದ ಗಮನಿಸಬಹುದಾದ ಅಂಶವೆಂದರೆ,

ಚೌಕ $AEHG$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಚೌಕ $ABCD$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಚೌಕ $KGDL$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ಆಯತ $EBCF$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಆಯತ $KHFL$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ.

ಅಂದರೆ,
$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - ab - ab$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

ತೀರ್ಮಾನ: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

ಚಟುವಟಿಕೆ - 3

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಶೀಲನೆ.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ.

ಉದ್ದೇಶ: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರೈಸಿದ ನಂತರ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು, ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ $(a-b)^2 = (a+b)(a-b)$ ಯ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮತ್ತು ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮಾಡುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದುವರು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್

ii) ಹೊಳೆಯುವ ವಿವಿಧ ಬಣ್ಣದ ಕಾಗದಗಳು

iii) ಕತ್ತರಿ

iv) ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮತ್ತು ಜ್ಯಾಮಿತಿ ಉಪಕರಣಗಳು

v) ಗೋಂದು/ಅಂಟು

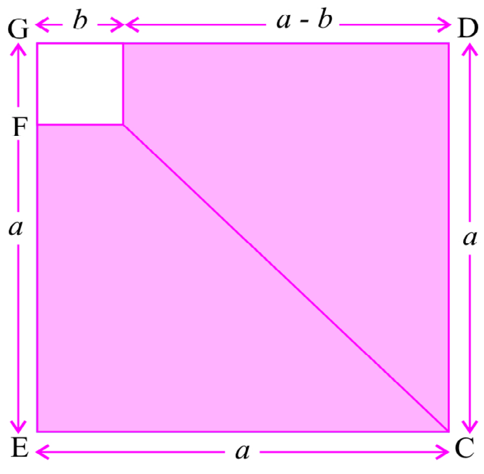
vi) ಸ್ಕೆಚ್ ಪೆನ್ನುಗಳು

ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

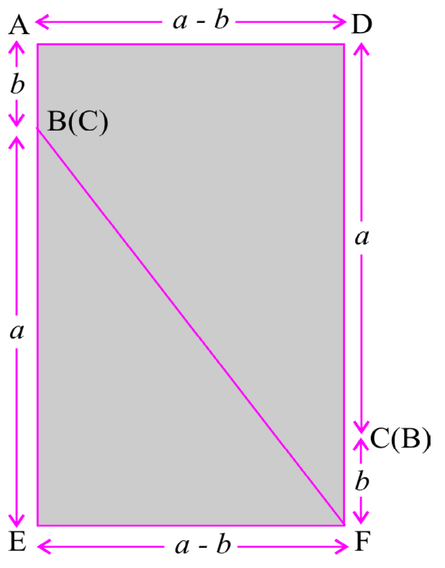
i) ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್ ಶೀಟನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

ii) ನೀಲಿ ಕಾಗದ ಮೇಲೆ ('a' ಮಾನದ) ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ. ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ a^2 ಚದರ ಮಾನ.

iii) ಈಗ ಬಾಹುವುಳ್ಳ 'b'($b > a$) ಇನ್ನೊಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ. ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ b^2 ಚದರಮಾನ.



ಚಿತ್ರ. *(i)*



ಚಿತ್ರ. *(ii)*

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

iv) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ (ಚಿತ್ರ. *(i)*) $'b'$ ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕವನ್ನು ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದಲ್ಲಿ ಅಂಟಿಸಿ.

v) $ADCEFB$ ಭಾಗವನ್ನು, BC ಅಳತೆಯ ಮೇಲೆ ಕತ್ತರಿಸಿ. ಚಿತ್ರ. *(ii)*ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಜೋಡಿಸಿ.

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

i) ಚಿತ್ರ. *(i)* ರಲ್ಲಿನ $ADCEFB$ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $a^2 - b^2$.

ii) ಚಿತ್ರ. *(ii)* ರಲ್ಲಿನ ಆಯತದ ಅಗಲ $(a+b)$ ಹಾಗೂ ಉದ್ದ $(a-b)$ ಆಗಿದೆ.

ಆದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು = $(a+b)(a-b)$

$ADCEFB$ಯ ಸ್ಥಳವು ಚಿತ್ರ. *(ii)*ರಂತೆ ಪರಿವರ್ತನೆಯಾಯಿತು.

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

ತೀರ್ಮಾನ: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

ಚಟುವಟಿಕೆ - 4

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಶೀಲಿಸುವಿಕೆ.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ:

i) ಘನ ಮತ್ತು ಆಯತದ ಘನದ ಶೃಂಗ, ಅಂಚು ಹಾಗೂ ಮುಖಗಳ ಬಗೆಗಿನ ಜ್ಞಾನ/ಅರಿವು.

ii) ಘನ ಮತ್ತು ಆಯತ ಘನದ ಘನಫಲ ಮತ್ತು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ.

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರೈಸಿದ ನಂತರ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು,

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ ನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವರು ಹಾಗೂ ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷಿಸುವರು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ಅಕ್ರಲಿಕ್ ಶೀಟ್‌ಗಳು
ii) ಮರದ ಹಲಗೆ
iii) ಸ್ಕೆಚ್ ಪೆನ್ನುಗಳು
iv) ಹೊಳೆಯುವ ಕಾಗದಗಳು
v) ಫೆವಿಕಾಲ್
vi) ಕತ್ತರಿ
vii) ಜ್ಯಾಮಿತಿ ಉಪಕರಣಗಳು

ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

a = 3 ಸೆಂ.ಮೀ. ಹಾಗೂ b = 1 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿರುವಂತೆ, ಅಂದರೆ $a + b = 4$ ಆಗುವಂತೆ ಸಿದ್ಧತೆ.

i) 3 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಂಚುಳ್ಳ ಒಂದು ಘನವನ್ನು ಮರದ ಹಲಗೆಯಿಂದ ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

ii) ಅದೇ ರೀತಿ 1 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಂಚುಳ್ಳ ಇನ್ನೊಂದು ಘನವನ್ನು ಸಿದ್ಧಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಿ.

iii) 3 ಸೆಂ.ಮೀ. × 3 ಸೆಂ.ಮೀ. × 1 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಂಚುಗಳುಳ್ಳ 3 ಆಯತ ಘನಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ 3 ಸೆಂ.ಮೀ. 1 ಸೆಂ.ಮೀ. × 1 ಸೆಂ.ಮೀ. × 1 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಂಚುಗಳುಳ್ಳ 3 ಆಯತ ಘನಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

iv) ಅಕ್ರಲಿಕ್ ಶೀಟ್‌ನಿಂದ 4 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಂಚುಗಳುಳ್ಳ ಒಂದು ಘನವನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

i) 4 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಂಚುಳ್ಳ ಘನವು $(a+b)^3$ ನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. (ಚಿತ್ರ *(v)*)

ii) 3 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಂಚುಳ್ಳ ಘನವು a^3 ನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. (ಚಿತ್ರ *(i)*)

iii) 1 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಂಚುಳ್ಳ ಘನವು b^3 ನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. (ಚಿತ್ರ *(iv)*)

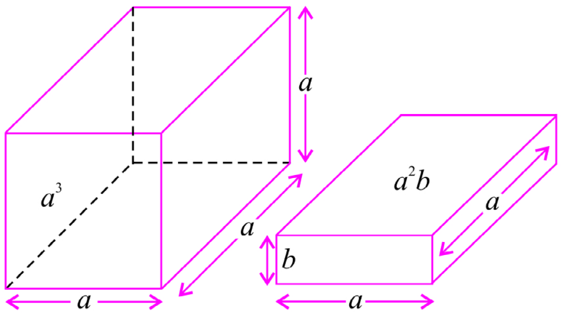
vi) 3 ಸೆಂ.ಮೀ. × 3 ಸೆಂ.ಮೀ. × 1 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಂಚುಗಳುಳ್ಳ ಆಯತ ಘನವು a^2b ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಅಂತಹ 3 ಆಯತ ಘನಗಳು ಇರುವುದರಿಂದ $3a^2b$ ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. (ಚಿತ್ರ *(ii)*).

v) ಇದೇ ರೀತಿ 3 ಸೆಂ.ಮೀ. × 1 ಸೆಂ.ಮೀ. × 1 ಸೆಂ.ಮೀ. = a^2b . ಅಂತಹ 3 ಆಯತ ಘನಗಳು $3a^2b$ ನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. (ಚಿತ್ರ *(iii)*).

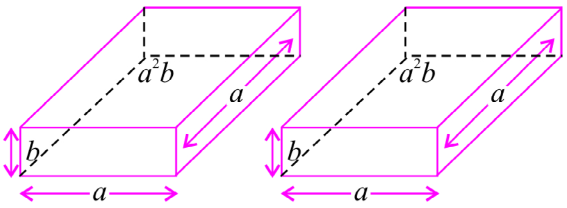
ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಈ ಎಲ್ಲಾ ಘನ ಮತ್ತು ಆಯತ ಘನಗಳನ್ನು ಆಕ್ರಲಿಕ್ ಘನದಲ್ಲಿರಿಸಿದಾಗ ಆಗ ಅದು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ತುಂಬಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ ದೊಡ್ಡ ಘನದ ಘನಫಲವು $(a+b)^3$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಆ ಘನದೊಳಗಿರುವ ಘನ ಮತ್ತು ಆಯತ ಘನದ ಎಲ್ಲಾ ಘನಫಲಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

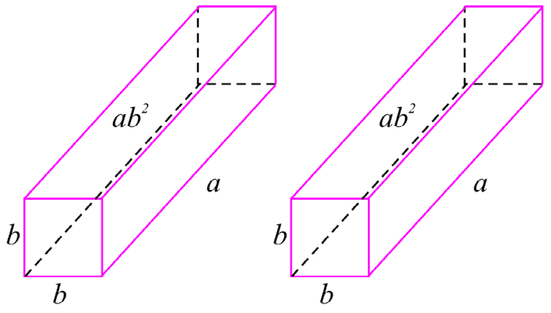
ತೀರ್ಮಾನ: $(a+b)^3 \; = \; a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$



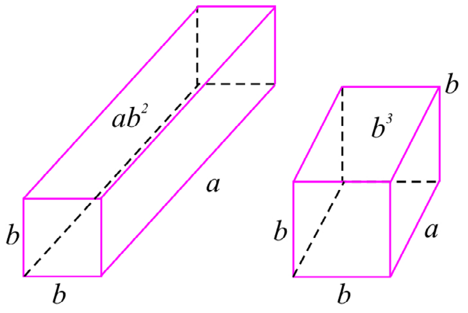
ಚಿತ್ರ. (i)



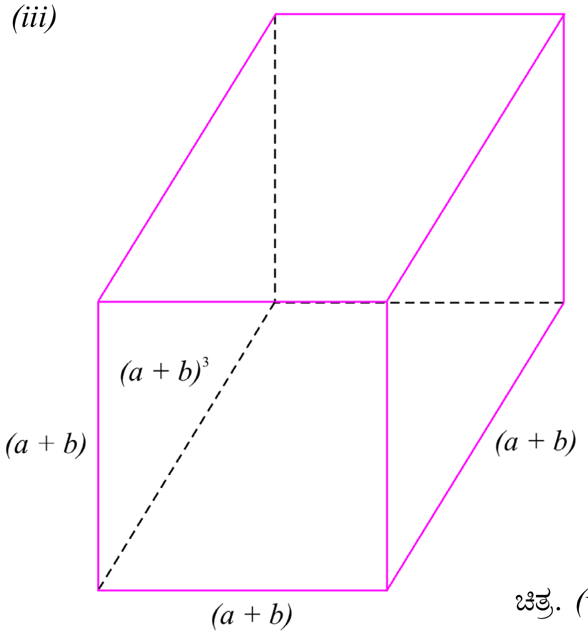
ಚಿತ್ರ. (ii)



ಚಿತ್ರ. (iii)



ಚಿತ್ರ. (iv)



ಚಿತ್ರ. (v)

ಚಟುವಟಿಕೆ - 5

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ಭಾಗಾಕಾರ ವಿಧಾನದಿಂದ ನೀಡಿರುವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: 1) ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು ; 2) ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ

ಉದ್ದೇಶಗಳು:

i) ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರೈಸಿದ ನಂತರ, ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಯು ನೀಡಿರುವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದನ್ನು ಕಲಿಯುವನು.

ii) ನೀಡಿರುವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸುವ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವನು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋಡ್ - 2 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಗಲದ 5 ಹಾಳೆಗಳು.

ii) ಸ್ಕೆಚ್ ಪೆನ್

iii) ಕತ್ತರಿ

iv) ಫೆವಿಕಾಲ್

v) ಸ್ಕೇಲ್ (ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿ)

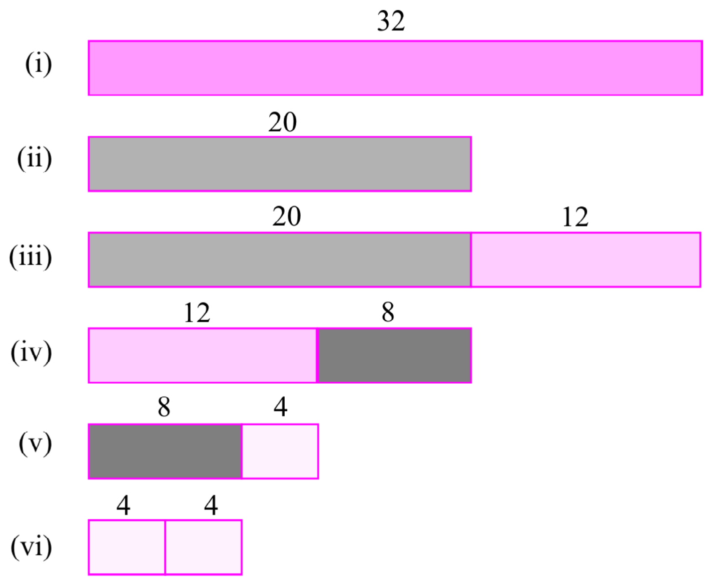
vi) ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮತ್ತು ರಬ್ಬರ್

ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

ಈ ನಾವು 20 ಮತ್ತು 32ರ ಮ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ ಎಂದುಕೊಳ್ಳಿ. ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಕೆಳಕಂಡ ಹಂತಗಳನ್ನು ಪಾಲಿಸಿ.

i) 2 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಗಲದ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋಡ್ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು 32 ಸೆಂ.ಮೀ. ಉದ್ದದ, ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. 12 ಸೆಂ.ಮೀ. ಹಾಗೂ 8 ಸೆಂ.ಮೀ. ಉದ್ದದ ಎರಡೆರಡು ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು, ಹಾಗೂ 4 ಸೆಂ.ಮೀ. ಉದ್ದದ 3 ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

ii) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್ ಮೇಲೆ ಅಂಟಿಸಿ.



ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

ಮೊದಲ ಎರಡು ಕಾಗದ ಪಟ್ಟಿಗಳು ಸಂಖ್ಯೆ 32 ಮತ್ತು 20ನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ. ಈ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಎಂದರೆ, ಅವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ, ದೊಡ್ಡ ಅಪವರ್ತನದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. ಅಂದರೆ, 32 ಸೆಂ.ಮೀ. ಹಾಗೂ 20 ಸೆಂ.ಮೀ. ಉದ್ದದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಅಳೆಯುವ ಉದ್ದದ ಹಾಳೆಯ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

a) ಮೊದಲ ಎರಡು ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ, 20 ರಿಂದ 32ನ್ನು ನಿಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ.

b) ಎರಡನೇ ಪಟ್ಟಿ (ii)ಯನ್ನು ಮೊದಲ ಪಟ್ಟಿಯ ಮೇಲೆ ಇರಿಸಿದಾಗ, 12 ಸೆಂ.ಮೀ. ಉದ್ದದ ಪಟ್ಟಿ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ.

```
20 ) 32 (1
     20
     --
     12
```

c) ಪಟ್ಟಿ (iii)ನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ, 12, 20ನ್ನು ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಚಿತ್ರ (iv)ನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ, 12 ಸೆಂ.ಮೀ. ಪಟ್ಟಿಯನು 20 ಸೆಂ.ಮೀ. ಪಟ್ಟಿಯ ಮೇಲಿರಿಸಿದಾಗ 8 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಪಟ್ಟಿ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ.

```
20 ) 20 (1
     12
     --
      8
```

d) ಪಟ್ಟಿ (v)ನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ, 8, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ, 12ನ್ನು 8, ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸುವುಇಲ್ಲ ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ. ಹಾಗೂ 8 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಪಟ್ಟಿ 12 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಪಟ್ಟಿಯ ಮೇಲಿರಿಸಿದಾಗ, 4 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಪಟ್ಟಿ ಉಳಿದು ಬಿಡುತ್ತದೆ.

```
20 ) 12 (1
      8
     --
      4
```

e) 4 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಪಟ್ಟಿ (vi) 8 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ.

ಅಂದರೆ, 4 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಪಟ್ಟಿ, 20 ಮತ್ತು 32 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಅಳತೆ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ 32 ಹಾಗೂ 20ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. 4 ಆಗಿದೆ.

ತೀರ್ಮಾನ:

ನೀಡಿರುವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ.ವು, ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸುವ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ - 6

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ಸಮಾನ ಭಿನ್ನ ರಾಶಿಗಳು

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರೈಸಿದ ನಂತರ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು, ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವರು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ಕೆಂಪು ಹೊಳೆಯುವ ಕಾಗದ

ii) ಬಿಳಿ ಚೌಕಾಕಾರದ ಹಾಳೆ

iii) ತಂತಿ

iv) ಸ್ಕೆಚ್ ಪೆನ್ನುಗಳು

v) ಪೆನ್ಸಿಲ್, ರಬ್ಬರ್ ಹಾಗೂ ಫೆವಿಕಾಲ್

ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

a) S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 ಮತ್ತು S_6 ಎನ್ನುವ 6 ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಚಿತ್ರ *(ii)*ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಪ್ರತಿ ಪಟ್ಟಿಯ ಆರಂಭದ ಬಿಂದು *'O'* ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

b) ಮೊದಲ ಪಟ್ಟಿ S_1, 12 ಚೌಕಗಳಿದ್ದು, ಅದು '1'ನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.

c) ಎರಡನೇ ಪಟ್ಟಿ S_2, 6 ಚೌಕಗಳ 2 ಭಾಗಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ ಅರ್ಧ ಪಟ್ಟಿ *OA*.

d) ಮೂರನೇ ಪಟ್ಟಿ S_3, 3 ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಅಂದರೆ ಪ್ರತಿಭಾಗವು 4 ಚೌಕಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ ಪ್ರತಿಭಾಗ $\frac{1}{3}$ ಭಾಗವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಆದರೆ $OB = \frac{1}{3}$ ಹಾಗೂ $OC = \frac{2}{3}$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

e) ನಾಲ್ಕನೇ ಪಟ್ಟಿ S_4, 3 ಚೌಕಗಳು ನಾಲ್ಕು ಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿಭಾಗವು ಪೂರ್ಣಪಟ್ಟಿಯ $\frac{1}{4}$ ಭಾಗವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ *OD, OE* ಮತ್ತು *OF,* S_4 ಮೇಲೆ, $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{4}$ ಭಾಗವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.

f) 5ನೇ ಪಟ್ಟಿ, 6 ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿದ್ದು, ಪ್ರತೀಭಾಗವು 2 ಚೌಕಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಹಾಗೂ ಪೂರ್ಣಪಟ್ಟಿಯ $\frac{1}{6}$ ಭಾಗವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. *OG, OH, OI, OJ* ಮತ್ತು *OK* ಕ್ರಮವಾಗಿ $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}$ ಮತ್ತು $\frac{5}{6}$ನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.

g) 6ನೇ ಪಟ್ಟಿಯು, 12 ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿದ್ದು, ಪ್ರತಿಚೌಕವು ಒಟ್ಟಾರೆ ಪಟ್ಟಿಯ $\frac{1}{12}$ನೇ ಭಾಗವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, *OL, OM, ON, OP, OQ, OR, OS, OT, OU, OV* ಮತ್ತು *OV*ಗಳು, ಕ್ರಮವಾಗಿ $\frac{1}{12}, \frac{2}{12}, \frac{3}{12}, \frac{4}{12}, \frac{5}{12}, \frac{6}{12}, \frac{7}{12}, \frac{8}{12}, \frac{9}{12}, \frac{10}{12}$ ಮತ್ತು $\frac{11}{12}$ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ.

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

ಬಣ್ಣದ ಹೊಳೆಯುವ ಕಾಗದ ಹಾಗೂ ದಾರದಿಂದ, ಚಿತ್ರ *(i)* ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ *(ii)*ನ್ನು ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ.

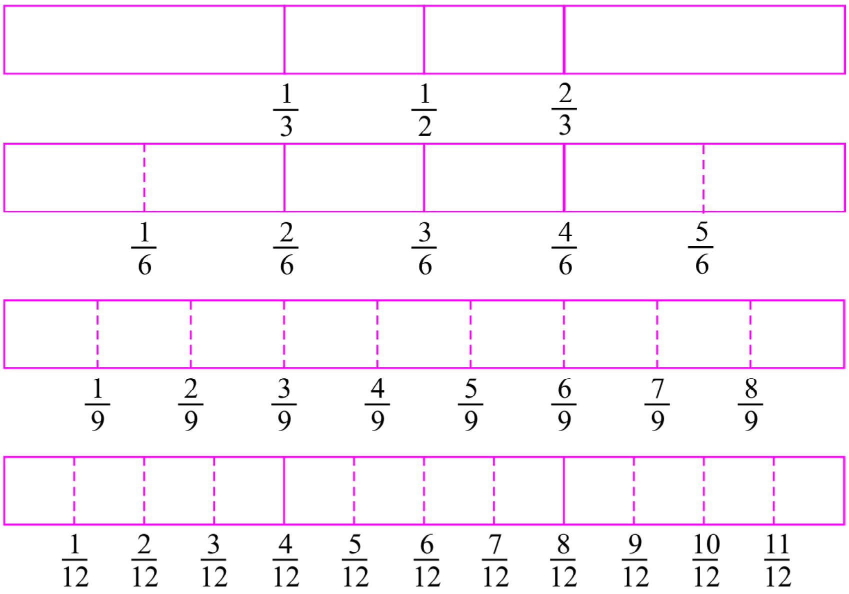
ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{6}{12}$ ಇದೇ ರೀತಿ.

ಹಾಗೆಯೇ $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{6}{12}$ ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು.

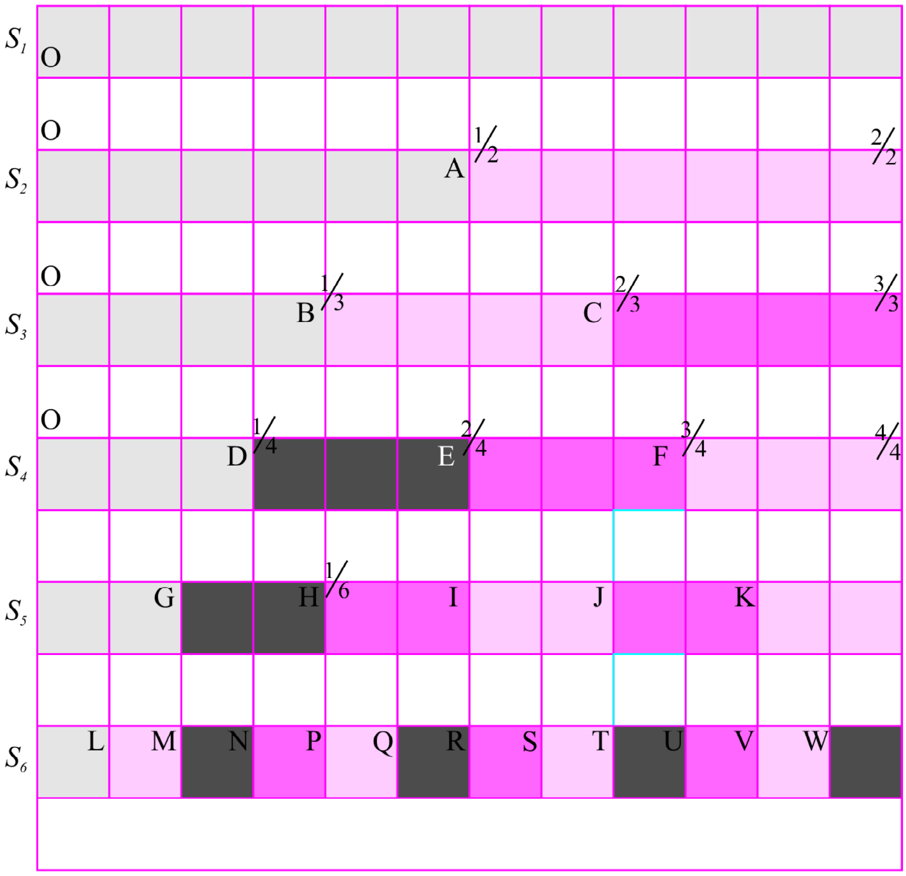
ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಇದೇ ರೀತಿ, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{12}$ ಇತರೆ ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು.

ಇದೇ ರೀತಿ $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{8}{12}$ ಇತರೆ ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು.



ಚಿತ್ರ. *(i)*



ಚಿತ್ರ. *(ii)*

ಚಟುವಟಿಕೆ – 7

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ಎರಡು ಚಲಕಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಏಕರೂಪ ಸಮೀಕರಣಗಳು. ಅನಂತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: ಮೂಲಗಳ ಅರ್ಥ, ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು, ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿನ ಅಣಿತಯುಗ್ಮವನ್ನು ಓದುವುದು/ಗಮನಿಸುವುದು.

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರೈಸಿದ ನಂತರ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎರಡು ಚಲಕಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ ಏಕರೂಪ ಸಮೀಕರಣವು ಅನಂತ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷಿಸುವರು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ಹೊಳೆಯುವ ಕಾಗದ (ಕೆಂಪು)

ii) ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿ (ಸ್ಕೇಲ್)

iii) ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮತ್ತು ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಉಪಕರಣಗಳು

iv) ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆ

ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

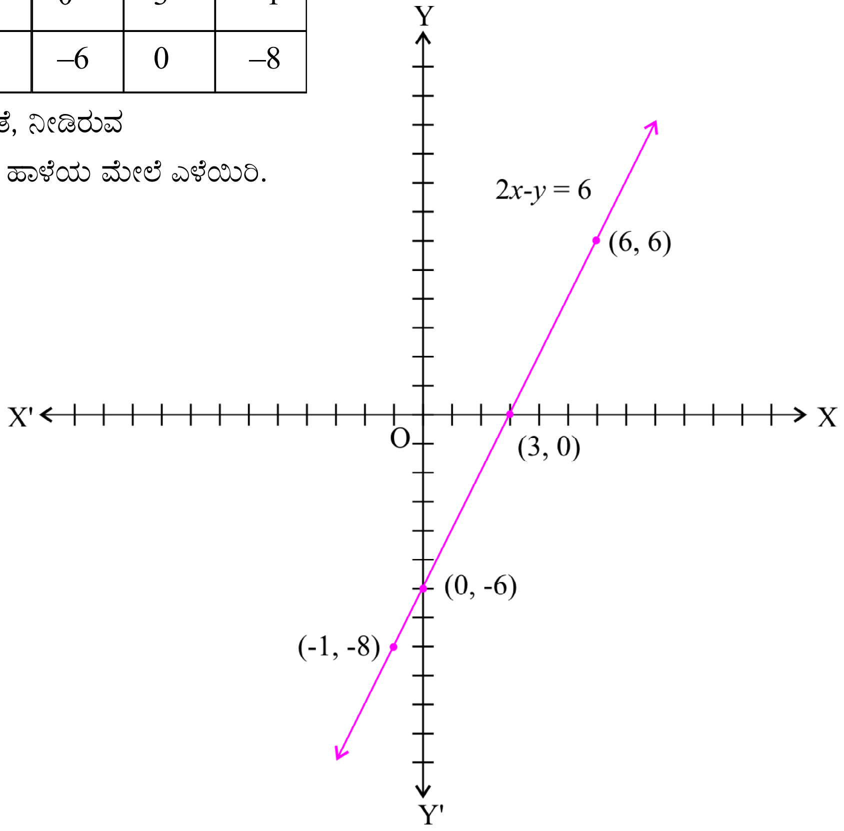
ಎರಡು ಚಲಕಗಳನ್ನು ಒಂದು ಏಕರೂಪ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು $ax + by = c$ ಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ: $2x - y = 6$.

ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸರಿದೂಗಿಸುವ ಅಣಿತಯುಗ್ಮ (x, y) ಗಳನ್ನು ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಬರೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ:

x	0	3	–1
y	–6	0	–8

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ನೀಡಿರುವ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಎಳೆಯಿರಿ.



ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

ಈಗ ಯಾವುದೇ ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ 3 ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. $A(6, 6)$, $B(1, -4)$ ಮತ್ತು $C(-4, \ -14)$. ಈ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ,

ಅಂದರೆ, ಬಿಂದು $A(6, 6)$, $2 \times 6 - 6 \Rightarrow 6 \ = \ 6$

ಬಿಂದು $B(1, -4)$, $2 \times 1 - (-4) = 6 \ \Rightarrow 6 \ = \ 6$

ಬಿಂದು $C(-4, -14)$, $2(-4) - (-14) = 6 \ \Rightarrow \ 6 \ = \ 6$

ತೀರ್ಮಾನ

ನೀವು ಗಮನಿಸಬಹುದಾದ ಅಂಶವೆಂದರೆ, ಪರಿಗಣಿಸಿದ ಬಿಂದುಗಳಾದ A, B ಮತ್ತು Cಗಳು ನೀಡಿರುವ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸರಿದೂಗಿಸುತ್ತವೆ. ಅಂದರೆ ಸಮೀಕರಣದ ಎಡಭಾಗ ಹಾಗೂ ಬಲಭಾಗದ ಸಮಾನಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಆ 3 ಬಿಂದುಗಳು ಆ ಸರಳರೇಖಾ ಸಮೀಕರಣದ ಉತ್ತರಗಳಾದ ಕಾರಣ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು, ಈ ರೀತಿ ಇನ್ನು ಹಲವಾರು ಬಿಂದುಗಳು, ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸರಿದೂಗಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ ಉತ್ತರಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಏಕಕಾಲಿಕ ಸಮೀಕರಣವು (ಎರಡು ಚಲಕಗಳ) ಅನಂತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆ – 8

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ಎರಡು ಚಲಕಗಳ ಎರಡು ಏಕರೂಪ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಸ್ಥಿರತೆಯ ನಿಬಂಧನೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು.

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರೈಸಿದ ನಂತರ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಎರಡು ಏಕರೂಪ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಏಕಮಾತ್ರ ಏಕಮೂಲ, ಅನಂತ ಮೂಲ ಹಾಗೂ ಮೂಲಗಳಲ್ಲಿ ಇರುವ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವರು ಹಾಗೂ ಪ್ರತ್ಯಕ್ಷಿಸುವರು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆ

ii) ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿ (ಸ್ಕೇಲ್)

iii) ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮತ್ತು ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಉಪಕರಣಗಳು

ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

ಏಕಕಾಲಿಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ 3 ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಅಂದರೆ,

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿರುವಂತೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ:

$x+y=4$	$2x+3y=6$	$2x+3y=6$
$2x+3y=6$	$4x+6y=12$	$4x+6y=24$

ಮೊದಲ ಜೋಡಿಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ ಹಾಗೂ ಆ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಂದ ದೊರೆಯುವ ಅಣಿತಯುಗ್ಮ ಜೋಡಿ (x, y) ಗಳ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ: $x + y = 4$

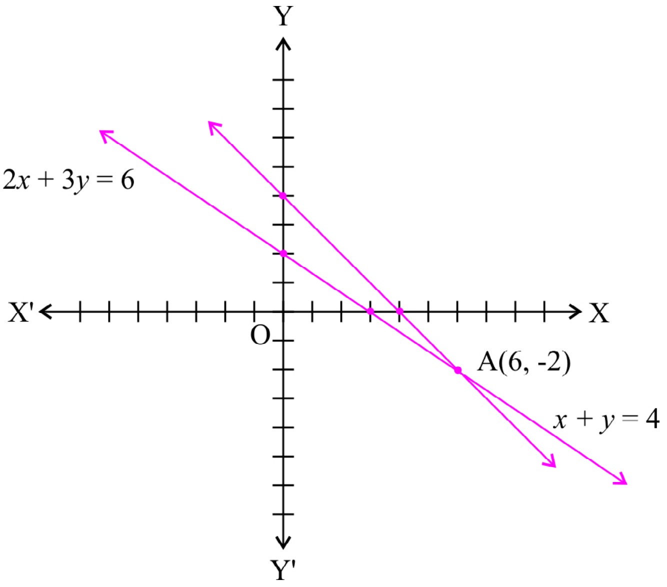
x	4	6	0
y	0	–2	4

$2x + 3y = 6$

x	0	3	6
y	2	0	–2

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಆ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿ.



ನೀವು ಗಮನಿಸಬಹುದಾದ ಅಂಶವೆಂದರೆ, ಆ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಸರಿಹೊಂದುವ ಬೆಲೆಯು, ಆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದುವು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವ ಅಣಿತಯುಗ್ಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಅಂದರೆ, ಆ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳನು ಒಂದೇ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.

ಅಂದರೆ, $x = 6, \quad y = -2$

ಈಗ ಎರಡನೇ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಆ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳ ಅಣಿತ ಯುಗ್ಮಗಳ $(x, \ y)$ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ರಚಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

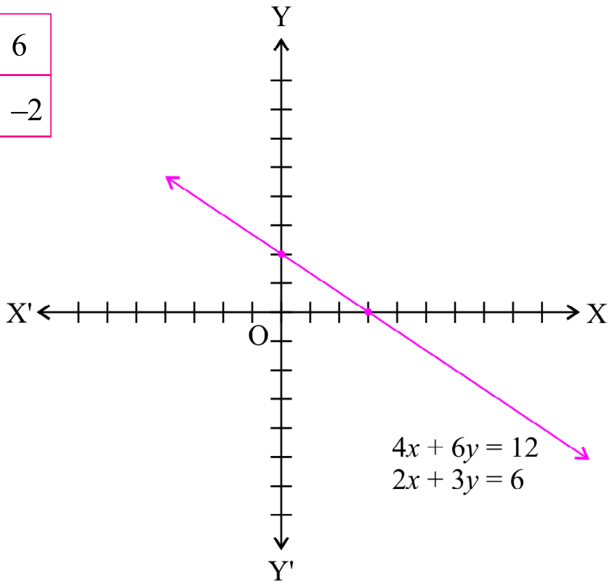
ಉದಾಹರಣೆಗೆ: $2x + 3y = 6$ ಆದಾಗ

x	0	3	6
y	2	0	–2

ಮತ್ತು $4x + 6y = 12$ ಗೆ,

x	0	3	6
y	2	0	–2

ಈ ಎರಡು ಬೆಲೆಗಳು ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರ್ತಿಸಿ, ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.



ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಮನಿಸಬಹುದಾದ ಪ್ರಮುಖಾಂಶವೇನೆಂದರೆ, ಆ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುವ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ. ಸರಳರೇಖೆಯ ಅನಂತಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳು ನೀಡುತ್ತಾವಾದ ಕಾರಣ, ನೀಡಿರುವ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳು ಅನಂತಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳು ನೀಡುತ್ತವೆ.

ಈಗ ಮೂರನೇ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ, ಆಗ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

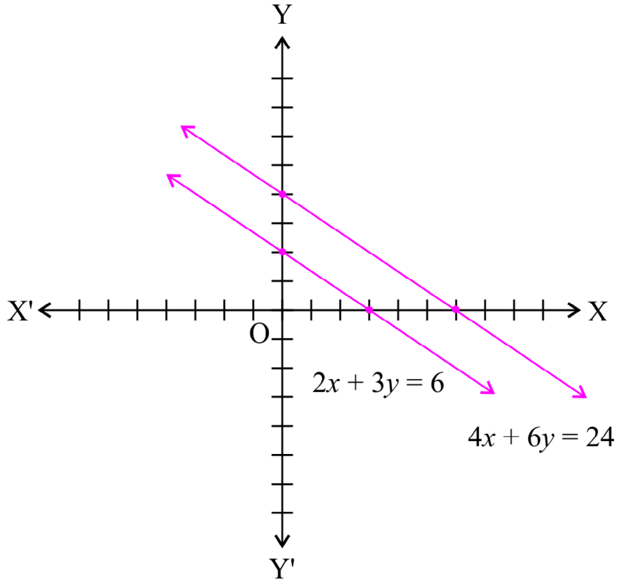
ಉದಾಹರಣೆಗೆ: $2x+3y=6$

x	0	3	–3
y	2	0	4

ಹಾಗೂ $4x+6y=24$

x	0	6	–3
y	4	0	6

ಈ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಗಮನಿಸಬಹುದಾದ ಪ್ರಮುಖ ಅಂಶವೇನೆಂದರೆ, ಆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾಗಿವೆ. ಆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಯಾವುದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಉತ್ತರವಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿರುವ ಗ್ರಾಫ್‌ಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ಕೆಳಕಂಡ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ.

	ಕ್ರ.ಸಂ.	ನೀಡಿರುವ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿಗಳು	a_1/a_2	b_1/b_2	c_1/c_2
1.	ಮೊದಲ ಜೋಡಿ	ಛೇದಿಸಿವೆ.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
2.	ಎರಡನೇ ಜೋಡಿ	ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗಿದೆ.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
3.	ಮೂರನೆಯ ಜೋಡಿ	ಸಮಾಂತರವಾಗಿದೆ.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

ತೀರ್ಮಾನ

ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುವ, ಐಕ್ಯವಾಗುವ ಹಾಗೂ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾಗಲು ಇರುವ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ಪಡೆಯುವರು. $\frac{a_1}{a_2}$, $\frac{b_1}{b_2}$ ಮತ್ತು $\frac{c_1}{c_2}$.

ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗುವ ರೇಖೆಗಳು $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

ಷರಾ

1. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಗಮನಿಸಬಹುದಾದ ಅಂಶವೇನೆಂದರೆ, ಎರಡು ಚಲಕಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಏಕಕಾಲಿಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು (ಏಕಮಾತ್ರ ಅಥವಾ ಅಸಂಖ್ಯಾತ) ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಹುದು.
2. ವಿದ್ಯಾಥಿಯು, ಇನ್ನು ಕೆಲವು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆ – 9

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ಸಹ ಅಪವರ್ತನಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ:

i) $ax^2 + bx + c = 0$; $a \neq 0$, ರ ತಿಳುವಳಿಕೆ.

ii) ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು.

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರೈಸಿದ ನಂತರ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಹಾಗೂ ಸಹಅಪವರ್ತನಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವರು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ಚಾರ್ಟ್ ಹಾಳೆ ii) ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮತ್ತು ರಬ್ಬರ್

ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

ಕೆಲವು ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ಮೂಲವನ್ನು ಬರೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

	ಉದಾಹರಣೆಗೆ	ಮೂಲಗಳು
i)	$x^2 - 5x + 6 = 0$	2, 3
ii)	$x^2 - x - 6 = 0$	2, 3
iii)	$4x^2 - 8x + 3 = 0$	$\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$
iv)	$x^2 - 4x + 1 = 0$	$2+\sqrt{3}, 2-\sqrt{3}$
v)	$x^2 + 8x + 15 = 0$	$-3, -5$

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

ಕಾಗದದ ಚಾರ್ಟ್‌ನ ಮೇಲೆ ಕೆಳಕಂಡ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿ.

ಕ್ರ. ಸಂ.	ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ $ax^2 + bx + c = 0$	ಮೂಲಗಳು α, β	ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ $(\alpha + \beta)$	ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ$\alpha\beta$	$\frac{-b}{a}$	$\frac{c}{a}$
1)	$x^2 - 5x + 6 = 0$	$\alpha = 2, \beta = 3$	5	6	5	6
2)	$x^2 - x - 6 = 0$	$\alpha = 3, \beta = -2$	1	–6	1	–6
3)	$4x^2 - 8x + 3 = 0$	$\alpha = 3/2, \beta = 1/2$	2	3/4	2	3/4
4)	$x^2 - 4x + 1 = 0$	$\alpha = 2+\sqrt{3}, \beta = 2-\sqrt{3}$	4	1	4	1
5)	$x^2 + 8x + 15 = 0$	$\alpha = -3, \beta = -5$	–8	15	–8	15

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ತೀರ್ಮಾನ

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$

ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ $(\alpha + \beta) = \dfrac{-b}{a} = \dfrac{x \text{ ನ ಸಹ ಅಪವರ್ತನ}}{x^2 \text{ ನ ಸಹ ಅಪವರ್ತನ}}$

ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $(\alpha\beta) = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\text{ಸ್ಥಿರಾಂಕ}}{x^2 \text{ ನ ಸಹ ಅಪವರ್ತನ}}$

ಷರಾ

ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಈ ಕೆಳಕಂಡ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಬಳಸಬಹುದು.

i) ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ್ಗಿ, ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ ಬರೆಯುವುದು.

ii) ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯದೇ, ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆ - 10

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಗಳು ಯಾವಾಗಲೂ ಎರಡು ಶೂನ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: i) ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು.

ii) ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರೈಸಿದ ನಂತರ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು

i) ನೀಡಿರುವ ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಯು ಎಷ್ಟು ಶೂನ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು

ii) ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವರು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆಗಳು (ಕನಿಷ್ಟ 3)

ii) ಜ್ಯಾಮಿತಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆ

iii) ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮತ್ತು ರಬ್ಬರ್

ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

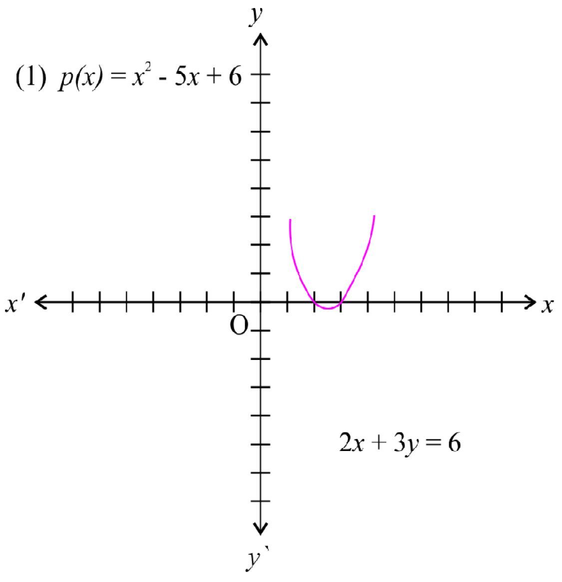
ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಇಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ

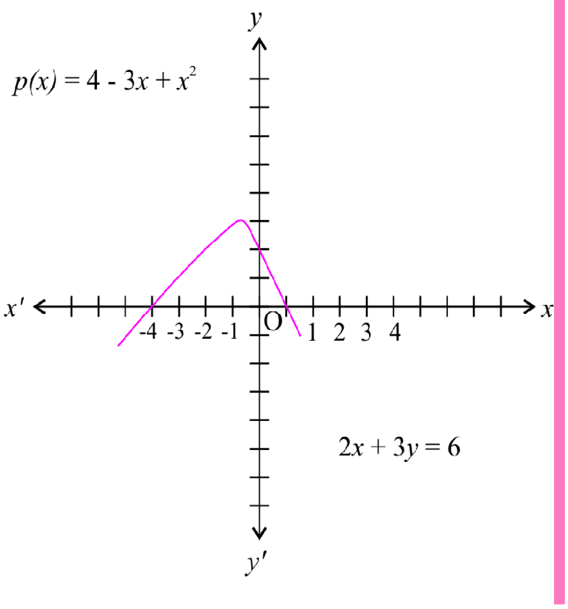
i) $p(x) = x^2 - 5x + 6$

ii) $q(x) = x^2 - 3x + 4$

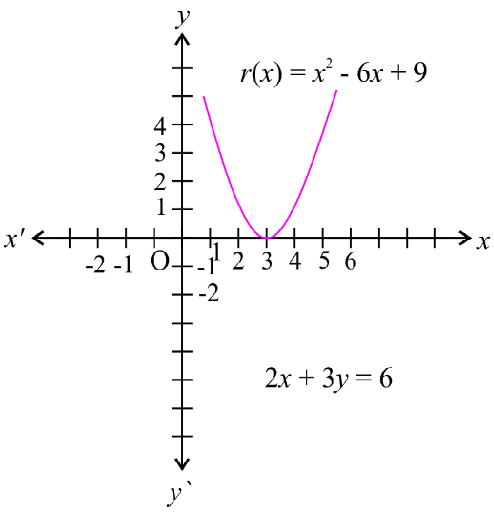
iii) $r(x) = x^2 - 6x + 9$

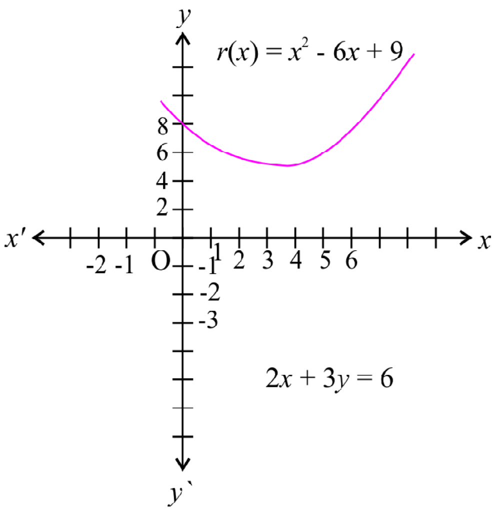
iv) $g(x) = x^2 - 4x + 8$





ಟಿಪ್ಪಣಿ...





ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ	ಗ್ರಾಫ್ ಮೇಲ್ಮುಖ/ಕೆಳಮುಖ	ಶೂನ್ಯಗಳ ಪಟ್ಟಿ
$p(x) = x^2 - 5x + 6$	ಮೇಲ್ಮುಖ	2
$q(x) = 4 - 3x - x^2$	ಕೆಳಮುಖ	2
$r(x) = x^2 - 6x + 9$	ಮೇಲ್ಮುಖ	1
$g(x) = x^2 - 4x + 8$	ಕೆಳಮುಖ	ಇಲ್ಲ

ತೀರ್ಮಾನ

i) $ax^2 + bx + c$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಗ್ರಾಫ್.

a) $a > 0$ ಆದಾಗ ಮೇಲ್ಮುಖವಾಗಿ ತೆರೆದಿರುತ್ತದೆ.

b) $a < 0$

ii) ಒಂದು ವರ್ಗ ಪದೋಕ್ತಿಯ ಗರಿಷ್ಠ ಎರಡು ಶೂನ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ - 11

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: i) ಶ್ರೇಢಿಗಳ ಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರೈಸಿದ ನಂತರ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ನೀಡಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಶ್ರೇಢಿಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಸಮರ್ಥರಾಗುವರು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) 1 ಸೆಂ.ಮೀ. 1 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳು

ii) ಕತ್ತರಿ

iii) ಗೋಂದು/ಫೆವಿಕಾಲ್

iv) ರೂಲರ್, ಪೆನ್ಸಿಲ್

v) ಜಾಮಿತಿಯ ಉಪಕರಣಗಳು

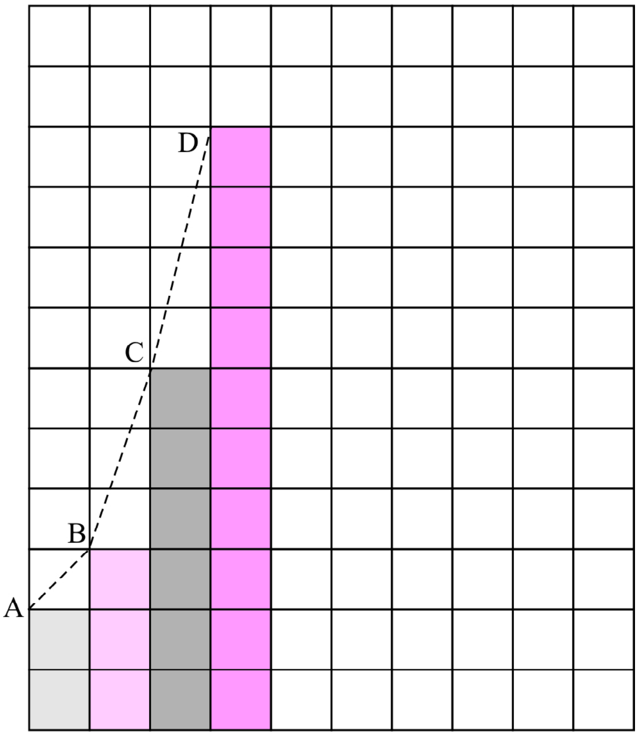
ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

ನೀಡಿರುವ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

1, 4, 7, 10, 13, 16, . . .

ಮತ್ತು 2, 5, 6, 10, 12, 15, 17, . . .

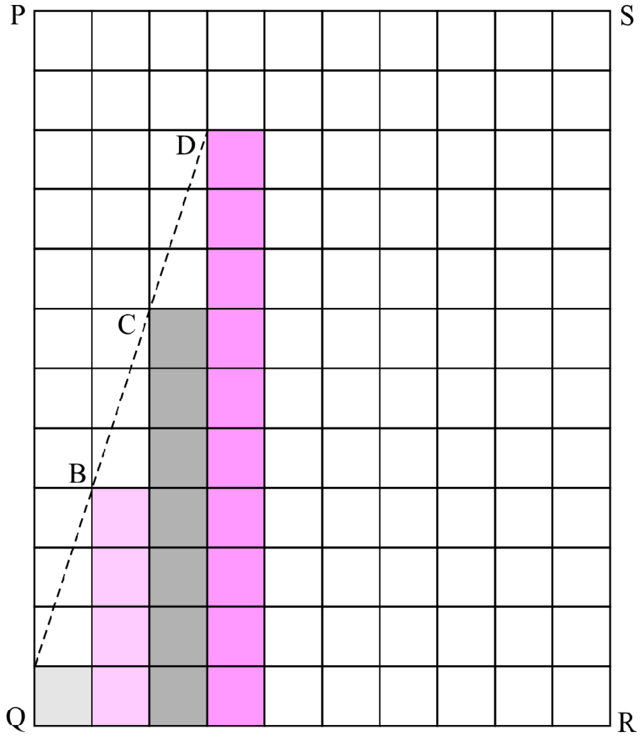
ಮೂಲ ಶ್ರೇಢಿಗಳಿಗನುಗುಣವಾಗಿ ಆಯತಾಕಾರದ ಬಣ್ಣದ ಹಾಳೆಯ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಅಗಲ 1 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು ಉದ್ದ 1 ಸೆಂ.ಮೀ., 4 ಸೆಂ.ಮೀ., 7 ಸೆಂ.ಮೀ., 10 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇರುವಂತೆ ಕತ್ತರಿಸಿಕೊಂಡು ಈಗಾಗಲೇ ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಕೊಂಡಿರುವ ಚೌಕಾಕಾರದ ಮೇಲೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಅಂಟಿಸಿ (ಚಿತ್ರ *(i)*).



ಚಿತ್ರ *(i)*

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಸರಣಿಗೆ ವಿವಿಧ ಬಣ್ಣಗಳ 1 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಗಲ ಹಾಗೂ 2 ಸೆಂ.ಮೀ., 3 ಸೆಂ.ಮೀ., 6 ಸೆಂ.ಮೀ., 10 ಸೆಂ.ಮೀ. ... ಉದ್ದದ ಆಯಾತಾಕಾರದ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ನಿಗದಿತ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಚೌಕಾಕಾರದ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಅಂಟಿಸಿ. (ಚಿತ್ರ *(ii)*).



ಚಿತ್ರ *(ii)*

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ:

ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯಾ ಸರಣಿಯಲ್ಲಿ, ಬಣ್ಣದ ಪಟ್ಟಿಗಳು, ಏಣಿಯ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿದ್ದು, ಅದರಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಅಕ್ಕಪಕ್ಕದಲ್ಲಿರುವ ಪಟ್ಟಿಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ ಒಂದೇ ಆಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ಸ್ಥಿರವಾಗಿದೆ. (ಇಲ್ಲಿ 3 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿದೆ). ಆದರೆ ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯಾ ಸರಣಿಯಲ್ಲಿನ ಪಟ್ಟಿಗಳು ಏಣಿಯ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿದ್ದು, ಅಕ್ಕಪಕ್ಕದಲ್ಲಿರುವ ಪಟ್ಟಿಗಳ ನಡುವಿನ ಎತ್ತರ, ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿರುವುದು ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ತೀರ್ಮಾನ

ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯಾ ಸರಣಿಯು, ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗಿದ್ದು, ಏಣಿಯ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿ ಅನುಕ್ರಮ ಪಟ್ಟಿಗಳ ಎತ್ತರವು ಸ್ಥಿರವಾಗಿದೆ. ಆದರೆ, ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ ಅನುಕ್ರಮ ಪಟ್ಟಿಗಳ ಎತ್ತರದ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಭಿನ್ನವಾಗಿದೆ (ಸ್ಥಿರವಾಗಿಲ್ಲ).

ಆದ್ದರಿಂದ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯಾ ಶ್ರೇಢಿಯ ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಸ್ಥಿರವಾಗಿದ್ದರೆ, ಸಂಖ್ಯಾ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲವಾದರೆ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ಸೂಚನೆ: ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಪಟ್ಟಿಯ ಬಲಭಾಗದ ಮೂಲೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ, ಒಂದು ಸರಳ ರೇಖೆಯಿಂದ ಸೇರುತ್ತವೆ. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಸರಳರೇಖೆಯಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆ - 12

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ಮೊದಲ $'n'$ ಬೆಸ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: i) ಬೆಸ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ

ii) $'n'$ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $(2n - 1)$ ಎಂದು ನಿರೂಪಿಸುವುದು

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರೈಸಿದ ನಂತರ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಮೊದಲ $'n'$ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ $'n^2'$ ಎಂದು ಸಾಮಾನ್ಯಿಕರಿಸುವರು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ಬಿಳಿ ಚಾರ್ಟ್ ಪೇಪರ್

ii) ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿ, ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮತ್ತು ರಬ್ಬರ್

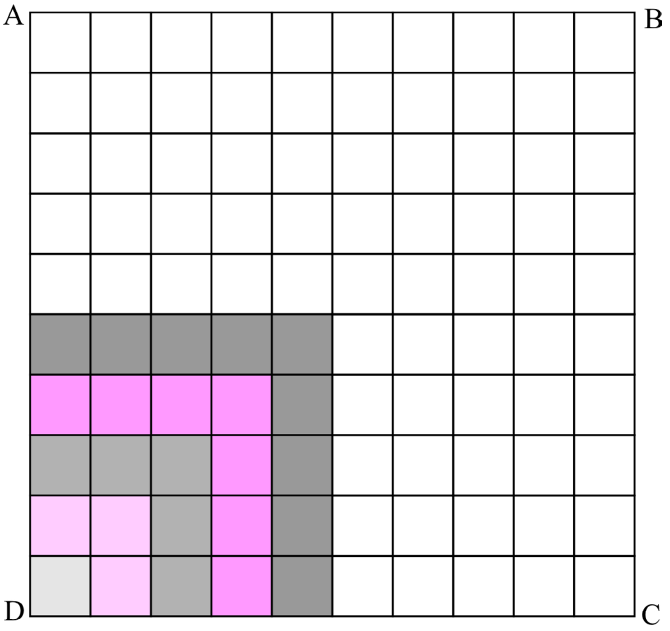
iii) ಬಣ್ಣದ ಬಾಲ್ ಪಾಯಿಂಟ್ ಪೆನ್ನುಗಳು

iv) ಕತ್ತರಿ

v) ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಉಪಕರಣಗಳು

ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

i) ಬಿಳಿಯ ಚಾರ್ಟ್ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅದರಲ್ಲಿ 10 ಸೆಂ.ಮೀ. × 10 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಚೌಕಾಕಾರವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ, ಅದರ ನೇರ ರೇಖೆಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.



ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ii) 1 ಸೆಂ.ಮೀ. × 1 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳಾಗುವಂತೆ, ಚಾರ್ಟ್‌ನಲ್ಲಿ ಅಡ್ಡರೇಖೆ ಮತ್ತು ಲಂಬರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. (ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ).

iii) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳಿಗೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ರೀತಿಯ ಬಣ್ಣಗಳನ್ನು , ಬಣ್ಣದ ಬಾಲ್‌ಪಾಯಿಂಟ್ ಪೆನ್ನುಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಹಚ್ಚಿರಿ.

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

ಕಂದು ಬಣ್ಣದ ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಒಂದು
ಹಸಿರು ಬಣ್ಣದ ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಮೂರು
ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಐದು
ಹಳದಿ ಬಣ್ಣದ ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಏಳು
ಆಕಾಶ ನೀಲಿ ಬಣ್ಣದ ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಒಂಭತ್ತು
ನೇರಳೆ ಬಣ್ಣದ ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಹನ್ನೊಂದು

ಕಂದು ಬಣ್ಣದ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 1 ಸೆಂ.ಮೀ. × 1 ಸೆಂ.ಮೀ. = 1^2

ಕಂದು ಮತ್ತು ಹಳದಿ ಬಣ್ಣಗಳ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 1 + 3 = 2 ಸೆಂ.ಮೀ. × 2 ಸೆಂ.ಮೀ. = 4 = 2^2

ಕಂದು + ಹಸಿರು + ಕೆಂಪುಬಣ್ಣಗಳ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 1 + 3 + 5 = 3 ಸೆಂ.ಮೀ. × 3 ಸೆಂ.ಮೀ. = 9 = 3^2

ಕಂದು + ಹಸಿರು + ಕೆಂಪು + ಹಳದಿ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 1 + 3 + 5 + 7 = 4 ಸೆಂ.ಮೀ. × 4 ಸೆಂ.ಮೀ.
= 16 = 4^2

ಕಂದು + ಹಸಿರು + ಕೆಂಪು + ಹಳದಿ + ಆಕಾಶ ನೀಲಿ ಬಣ್ಣದ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 1 + 3 + 5 + 7 + 9
= 5 ಸೆಂ.ಮೀ. × 5 ಸೆಂ.ಮೀ. = 25 = 5^2

ಕಂದು + ಹಸಿರು + ಕೆಂಪು + ಹಳದಿ + ಆಕಾಶ ನೀಲಿ + ನೇರಳೆ ಬಣ್ಣದ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
= 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 6 ಸೆಂ.ಮೀ. × 6 ಸೆಂ.ಮೀ. = 36 = 6^2

ಇದೇ ರೀತಿ .... ಮುಂದುವರೆಯುವುದು.

ತೀರ್ಮಾನ

ಇದೇ ರೀತಿ ಮುಂದುವರೆದರೆ, ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಗಮನಿಸುವ ಅಂಶವೆಂದರೆ, ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯು n ಸೆಂ.ಮೀ. × n ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + \ldots + (2n-1) = n^2$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಮೊದಲ 'n' ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ n^2ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ - 13

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ಮೊದಲ '*n*' ಬೆಸ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: i) ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಮೇಲಿನ ಗಣಿತ ಶ್ರೇಢಿಗಳು.

ii) ಚೌಕ ಮತ್ತು ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರೈಸಿದ ನಂತರ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಮೊದಲ '*n*' ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವನು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ಚಾರ್ಟ್ ಪೇಪರ್

ii) ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿ, ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮತ್ತು ರಬ್ಬರ್

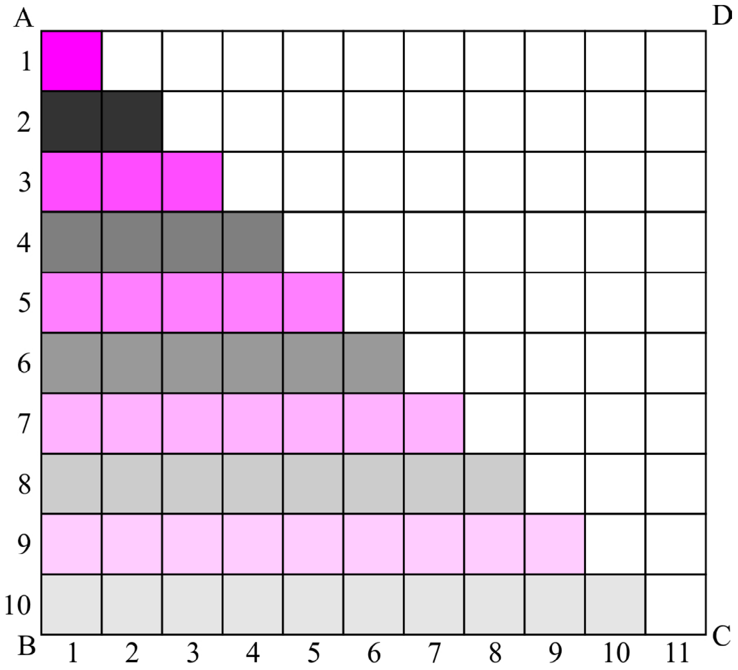
iii) ಕಲರ್ ಬಾಕ್ಸ್ / ಬಣ್ಣದ ಬಾಲಪಾಯಿಂಟ್ ಪೆನ್ನುಗಳು

iv) ಕತ್ತರಿ / ಚಾಕು

ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

i) 10 ಸೆಂ.ಮೀ. × 11 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಚಾರ್ಟ್‌ಪೇಪರನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ. ಅದರ ಸೀಮಾರೇಖೆಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

ii) ಆ ಚಾರ್ಟ್ ಪೇಪರ್ ಮೇಲೆ 1 ಸೆಂ.ಮೀ. × 1 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.



ಟಿಪ್ಪಣಿ...

iii) ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಚೌಕಗಳು 1, 2, . . . 10ರ ತನಕ ಹಾಗೂ ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ 1, 2, 3, ... 11ನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

iv) ಎಡಭಾಗದ ಮೇಲಿನ ತುದಿಯಿಂದ 1 ಸೆಂ.ಮೀ. × 1 ಸೆಂ.ಮೀ. ದಲ್ಲಿ, ಆ ಚೌಕದಲ್ಲಿ ಬಣ್ಣ ಹಾಕಿರಿ. ಹಾಗೆಯೇ 2 ಸೆಂ.ಮೀ. × 1 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಆಯತಾಕಾರದ. ಇದೇ ರೀತಿ .... ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಣ್ಣಗಳನ್ನು ಹಾಕಿರಿ.

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

i) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಬಣ್ಣಹಾಕಿದ ಬಾಗಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= 1 ಸೆಂ.ಮೀ. × 1 ಸೆಂ.ಮೀ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + 2 ಸೆಂ.ಮೀ. × 1 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + . . . + 10 ಸೆಂ.ಮೀ. × 1 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= $(1+2+3+ . . . +10)$ ಸೆಂ.ಮೀ.^{2}

ii) ಬಣ್ಣ ಹಾಕಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} \times ABCD$ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

iii) ಆಯತ $ABCD$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = (10×11) ಸೆಂ.ಮೀ.^{2}

iv) ಬಣ್ಣ ಹಾಕಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\left(\frac{1}{2} \times 10 \times 11\right)$ ಸೆಂ.ಮೀ.^{2}

ಸಮೀಕರಣ (i) ಮತ್ತು (ii) ರಿಂದ

$$1+2+3+\ldots+10 = \frac{1}{2} \times 10 \times 11$$

ಇದೇ ರೀತಿ ಮುಂದುವರೆದು, ಸಾಮಾನ್ಯಿಕರಿಸಿದರೆ, ಬರುವ ಫಲಿತಾಂಶ

$$1+2+3+\ldots+n = \frac{1}{2}\left[n(n+1)\right]$$

ತೀರ್ಮಾನ:

ಮೊದಲ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ = $\frac{n(n+1)}{2}$

ಚಟುವಟಿಕೆ - 14

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳುವಳಿಕೆ/ಜ್ಞಾನ.

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರೈಸಿದ ನಂತರ, ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ಪ್ಲಾಸ್ಟಿಕ್ ಹಾಳೆಗಳು

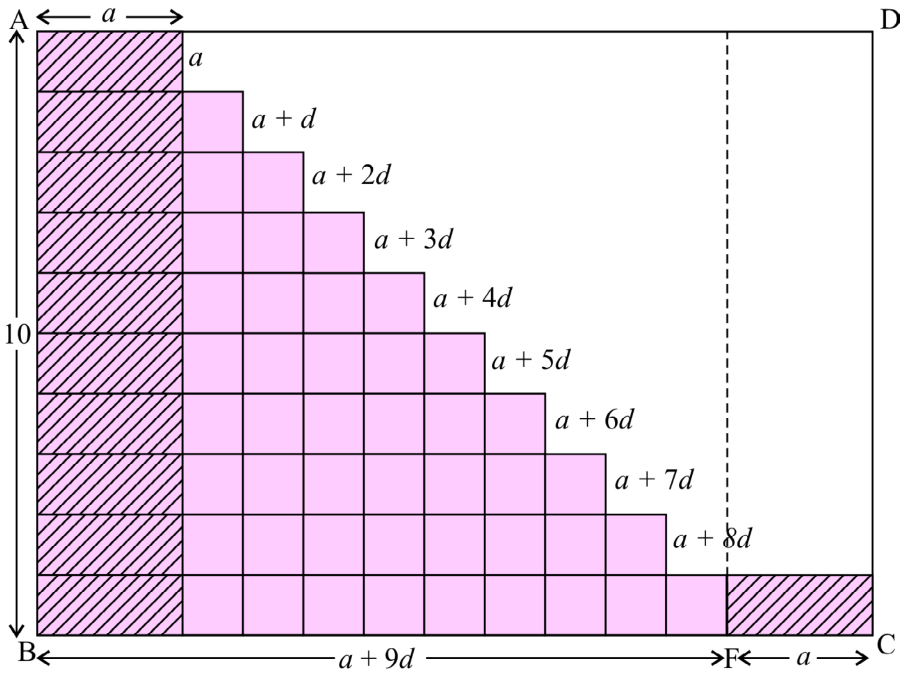
ii) ಬಣ್ಣದ ಚಾರ್ಟ್ ಹಾಳೆಗಳು

iii) ಥರ್ಮಾಕೋಲ್ ಶೀಟುಗಳು

iv) ಫೆವಿಕಾಲ್

v) ಕತ್ತರಿ

vi) ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿ ; ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮತ್ತು ರಬ್ಬರ್



ಚಟುವಟಿಕೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

i) ಆಯತಾಕಾರಾದ $ABCD$, ಥರ್ಮಾಕೋಲ್ ಶೀಟ್ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

ii) $'a'$ ಉದ್ದವುಳ್ಳ ಆಯತಾಕಾರದ ಕೆಲವು ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ. $'d'$ ಉದ್ದವುಳ್ಳ ಹಲವಾರು ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ.

iii) ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು $a,\ a + d,\ a + 2d\ .\ .\ .\ a + 9d$ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಏಕಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಜೋಡಿಸಿ. ಅಂಟಿಸಿ. (ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ.)

iv) ಕೊನೆಯ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು BC ಮೇಲೆ Fನಲ್ಲಿ ಇರಿಸಿ. $'a'$ ಅಳತೆಯ ಉದ್ದದ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಇಡಿ.

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

i) ಮೊದಲ ಪಟ್ಟಿಯ ಉದ್ದ $'a'$ ಮಾನ.

ii) ಎರಡನೇ ಪಟ್ಟಿಯ ಉದ್ದ $a + d$

iii) ಮೂರನೇ ಪಟ್ಟಿಯ ಉದ್ದ $a + 2d$

iv) 10ನೇ ಪಟ್ಟಿಯ ಉದ್ದ $a + 9d$

v) ಜೋಡಿಸಿರುವ ಪಟ್ಟಿಗಳು ಏಣಿಯ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿ ಕಂಡು ಬರುತ್ತವೆ.

vi) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊತ್ತವು

$$
\begin{aligned}
a+(a+d)+(a+2d)+\ldots+(a+9d) &= 10a+45d \\
&= 5(2a=9d) \\
&= \frac{1}{2}(10)\,(2a+9d) \\
&= \frac{1}{2}(10)\,(2a+(10-1)\,d) \\
&= \frac{1}{2}(ABCD \text{ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ })
\end{aligned}
$$

ಇಲ್ಲಿ ಉದ್ದ $BC = 2a+9$ ಮಾನಗಳು ಮತ್ತು ಅಗಲ 10 ಮಾನಗಳು.

ತೀರ್ಮಾನ

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ $a+(a+d)+(a+2d)+\ldots+(a+(n-1)d)$ ಯ ಮೊದಲ

$'n'$ ಪದದ ಮೊತ್ತ $S_n = \frac{n}{2}\left[2a+(n-1)d\right]$.

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆ - 15

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ:

(1) ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜಗಳು;

(2) ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ ಮಾಡುವುದು.

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರೈಸಿದ ನಂತರ, ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಯು

i) ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವರು ಹಾಗೂ ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮಾಡುವರು.

ii) ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ, ಇನ್ನೊಂದು ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವರು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ಬಣ್ಣದ ಹೊಳೆಯುವ ಕಾಗದಗಳು

ii) ಬಣ್ಣದ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್‌ಗಳು

iii) ಸ್ಕೇಲ್/ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿ

iv) ಪೆನ್ಸಿಲ್

v) ರಬ್ಬರ್

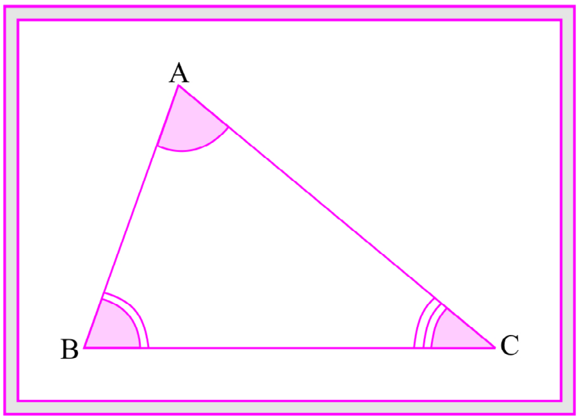
vi) ಫೆವಿಕಾಲ್

vii) ಕತ್ತರಿ/ಚಾಕು

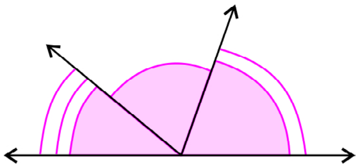
ಚಟುವಟಿಕೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

i) ಕಿತ್ತಳೆ ಬಣ್ಣದ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋಡ್ ಶೀಟನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

ii) ದಪ್ಪನೆಯ ಬಿಳಿ ಹಾಳೆ ಮೇಲೆ ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿಕೊಂಡು, ತ್ರಿಭುಜದ ಭಾಗವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ. ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್ ಮೇಲೆ



ಚಿತ್ರ (i)



ಚಿತ್ರ (ii)

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಿತ್ರ (i) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಅಂಟಿಸಿ.

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ / ಅನ್ವಯ

i) ತ್ರಿಭುಜದ ಭಾಗದಿಂದ ಕೋನದ ಭಾಗಗಳಾದ ಮತ್ತು ಯನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಆ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಹಳದಿ, ಗ್ರೇ ಮತ್ತು ನೀಲಿ ಬಣ್ಣಗಳನ್ನು ಹಾಕಿರಿ.

ii) ಚಿತ್ರ (ii) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಬಣ್ಣದ ಭಾಗಗಳನ್ನು ತ್ರಿಭುಜದ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಅಂಟಿಸಿ.

iii) ಇದರಿಂದ 3 ಕೋನಗಳು ಒಂದು ಸರಳ ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತವೆ. ಇದರಿಂದ 3 ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $180°$.

ತೀರ್ಮಾನ

ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $180°$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆ - 16

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ತ್ರಿಭುಜದ ಸಮಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾದ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು.

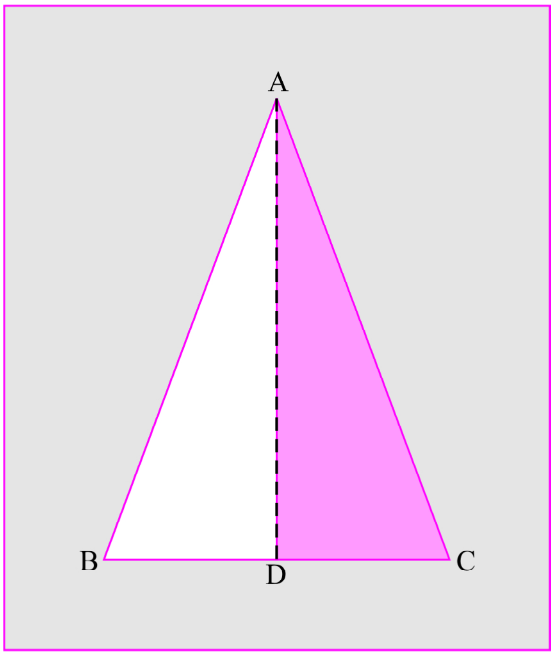
ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ:

i) ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ

ii) ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆ

iii) ಹಾಳೆಗಳನ್ನು ಮಡಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಐಕ್ಯವಾಗಿಸುವುದು

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರೈಸಿದ ನಂತರ, ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಯು, ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯಿಂದ ತಿಳಿದುಕೊಂಡ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಈ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಆಧರಿಸಿ ರಚಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುವನು.



ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ಗ್ರೇ ಬಣ್ಣದ 25 ಸೆಂ.ಮೀ. 30 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್

ii) ಪೆನ್ಸಿಲ್

iii) ರಬ್ಬರ್

iv) ಫೆವಿಕಾಲ್

v) ಕತ್ತರಿ

vi) ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿ (ಸ್ಕೇಲ್)

vii) ಕತ್ತರಿ ಅಥವಾ ಹರಿತವಾದ ಚಾಕು

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

i) 25 ಸೆಂ.ಮೀ. × 30 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಗ್ರೇ ಬಣ್ಣದ ಹಾಳೆಯನ್ನು ಬಿಳಿ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್‌ನ ಮೇಲೆ ಅಂಟಿಸಿ.

ii) $AB = AC$ ಆಗಿರುವಂತೆ ΔABC ರಚಿಸಿ. ಅದೇ ರೀತಿಯ ΔABC ಯನ್ನು ಬಿಳಿ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

iii) ಬಿಳಿ ಹಾಳೆ ಮೇಲೆ ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಕೊಂಡ ΔABC ಯಲ್ಲಿ AD ಮಧ್ಯಕವನ್ನು ಹಾಳೆಯನ್ನು ಮಡಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ರಚಿಸಿ.

iv) ಮಧ್ಯಕದಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಎರಡು ಭಾಗಗಳಿಗೆ ಭಿನ್ನ ಬಣ್ಣಗಳನ್ನು ಹಾಕಿರಿ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್‌ನ ಮೇಲೆ ಅಂಟಿಸಿ.

v) ಮಡಿಕೆಯು ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್‌ಗೆ ಅಂಟದಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳಿ.

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

i) ಅಂಟಿಸಿರುವ ತ್ರಿಭುಜ ΔABC ಯನ್ನು ADಯೊಂದಿಗೆ ಮಡಿಚಿ.

ii) ಶೃಂಗ $'C'$, B ಶೃಂಗದೊಂದಿಗೆ ಹಾಗೂ ಬಾಹು AC, AB ಮೇಲೆ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಅದೇ ರೀತಿ CDಯು BD ಮೇಲೆ ಇರುವುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸಬಹುದು ಹಾಗೂ $\angle ABC = \angle ACB$ ಎಂದು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ತೀರ್ಮಾನ

ತ್ರಿಭುಜದ ಸಮಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾದ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ - 17

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ:

i) ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಜ್ಞಾನ

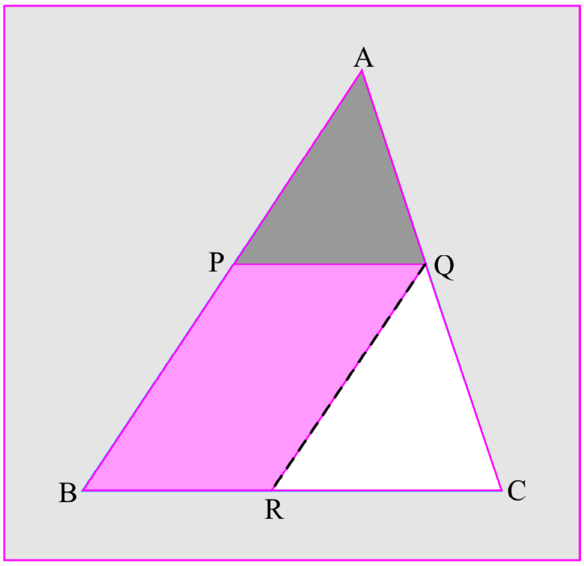
ii) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಜ್ಞಾನ

iii) ಚತುರ್ಭುಜವು, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಲು ಇರಬೇಕಾದ ನಿಬಂಧನೆಗಳು.

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದ ನಂತರ ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಯು/ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು

i) ಫಲಿತಾಂಶದ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯತೆ ಗುರುತಿಸುವುದು.

ii) ಉಳಿದ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ಬಳಕೆ ಮಾಡುವಲ್ಲಿ ಸಮರ್ಥನಾಗುವನು.



ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ಕಿತ್ತಳೆ ಬಣ್ಣದ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್

ii) ಬಿಳಿ ಹಾಗೂ ವಿವಿಧ ಬಣ್ಣದ ಹಾಳೆಗಳು

iii) ಗೋಂದು/ಫೆವಿಕಾಲ್

iv) ಕತ್ತರಿ/ಕಟ್ಟರ್

v) ಜಾಮಿತಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆ

vi) ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮತ್ತು ಸ್ಕೆಚ್ ಪೆನ್ನುಗಳು

vii) ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿ (ಸ್ಕೇಲ್) ಮತ್ತು ರಬ್ಬರ್

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆ ಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

i) 20 ಸೆಂ.ಮೀ. × 20 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಕಿತ್ತಳೆ ಬಣ್ಣದ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡಿನಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ.

ii) ಬಿಳಿ ಹಾಳೆಯ $\Delta\, ABC$ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿ.

iii) AB ಮತ್ತು ACಯು ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. P ಮತ್ತು Q ಎಂದು ಬರೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಮಡಿಚುವುದರೊಂದಿಗೆ PQ ರೇಖೆಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

iv) $\Delta\, ABQ$ ನ್ನು $\Delta\, ABC$ ಯಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿ. ಈಗ AQ ನ್ನು QCಯೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿರಿ. ಆಗ QF, CBಯ ಮೇಲಿರುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

$$\Delta\, ABQ = \Delta\, QRL$$

$$AP = QR = \frac{1}{2} AB = PB$$

ಮತ್ತು $\angle APQ = \angle QRC = \angle PBC$; $\angle PBC + \angle QRB = 180°$

$PQRB$ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ.

$$PQ = BR = \frac{1}{2} BC \text{ ಮತ್ತು } PQ \parallel BC .$$

ತೀರ್ಮಾನ

ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯು 3ನೇ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ ಅದರ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ.

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆ - 18

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ಮೂಲಸಮಾನುಪಾತವೆಂಬ ನಿಯಮವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು.

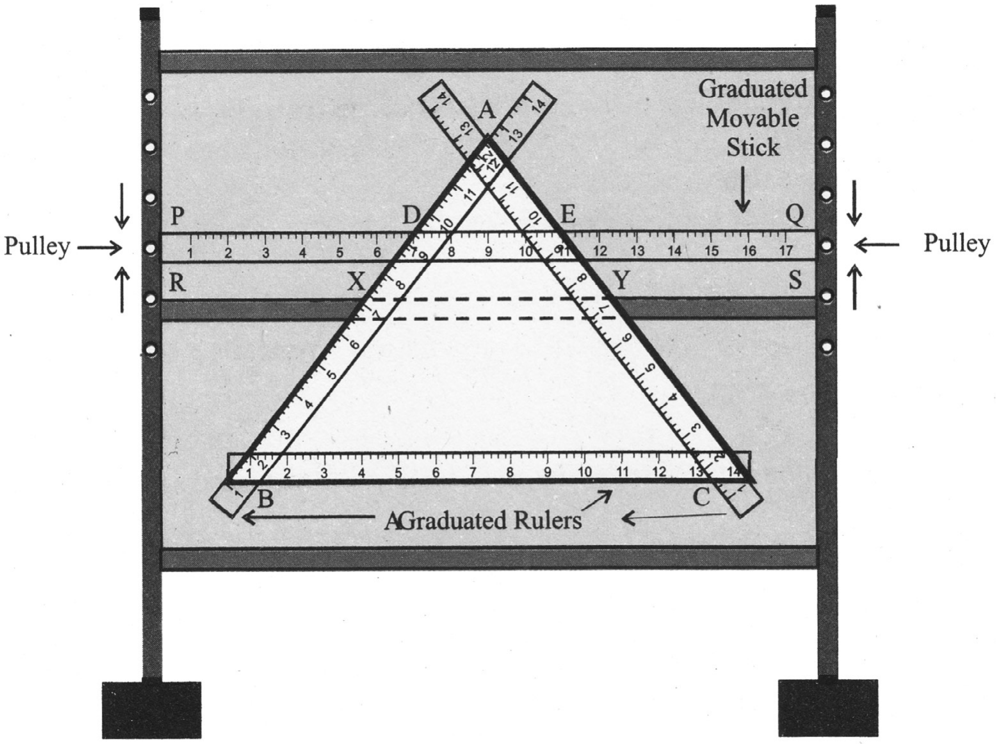
ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ:

i) ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳುವಳಿಕೆ ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ರಚನೆ

ii) ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ರಚನೆಯ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳುವಳಿಕೆ

iii) ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ಸಮಾನುಪಾತಗಳ ಕಲ್ಪನೆ

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದ ನಂತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಪ್ರತ್ಯಕ್ಷಿಸಲು ಹಾಗೂ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಕೆ ಮಾಡಲು ಸಮರ್ಥರಾಗುವರು.



ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ರಂಧ್ರ, ಪುಲ್ಲಿಗಳಿರುವ ಸ್ಟ್ಯಾಂಡ್

ii) ಹಳದಿ ಬಣ್ಣದ ಒಂದು ಮರದ ಹಲಗೆ

iii) ದಪ್ಪ ಕಾಗದದ ತ್ರಿಭುಜಾಕೃತಿ

iv) 4 ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿ

v) ಸ್ಕ್ರೂ ಮತ್ತು ಸ್ಕ್ರೂಡ್ರೈವರ್

vi) ಗೋಂದು/ಫೆವಿಕಾಲ್

vii) ಸ್ಕೆಚ್ ಪೆನ್

viii) ತಿರುಗಣೆಗಳು (pulleys)

ix) ಕತ್ತರಿ

x) ವಿವಿಧ ಅಳತೆಯ ಕಬ್ಬಿಣದ ಮೊಳೆಗಳು

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆ ಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

i) ಹಳದಿ ಬಣ್ಣದ ಮರದ ಹಲಗೆಯನ್ನು ಸ್ಕ್ರೂ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸ್ಟ್ಯಾಂಡಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿ.

ii) ಮೊಳೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸ್ಟ್ಯಾಂಡಿನ ಎರಡು ಕಡೆ ತಿರುಗಣೆಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ.

iii) ದಪ್ಪನೆಯ ಬಿಳಿ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ΔABC ರಚಿಸಿ, ತ್ರಿಭುಜದ ಭಾಗವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ. ಮರದ ಹಲಗೆಯ ಮೇಲೆ ಅಂಟಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

iv) ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಬಾಹುಗಳೊಂದಿಗೆ ಮೂರು ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಸಿ. ತ್ರಿಭುಜದ BC ಪಾದ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

v) ತ್ರಿಭುಜದ ತಳಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ, ಅಳತೆಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಮೇಲೆ ಮತ್ತು ಕೆಳಕ್ಕೆ ಸರಿಯುವಂತೆ ತಿರುಗಣೆ ಮತ್ತು ಮೊಳೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ನೇರ ಅಳತೆಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತ್ರಿಭುಜದ ತಳಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ ಜೋಡಿಸಿ.

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

A. i) PQ ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರಿಸಿ. AD, BD, AE ಮತ್ತು CE ಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವನ್ನು AB ಮತ್ತು AC ಅಂಚುಗಳಲ್ಲಿರುವ ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿಗಳ ಸಹಾಯದೊಂದಿಗೆ ಗುರುತಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

ii) DE ಮತ್ತು BC ಉದ್ದವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

iii) $\frac{AD}{BD}, \frac{AE}{CE}$ ಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ.

iv) $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$ ಆಗಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಿ.

B. ಅಡ್ಡವಾಗಿರಿಸಿರುವ ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು R ಮತ್ತು S ನಲ್ಲಿ ಸ್ಥಿರವಾಗಿಸಿ.

$\frac{AX}{XB}$ ಮತ್ತು $\frac{AY}{YC}$ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದುಕೊಳ್ಳಿ.

ಆ ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಿ. ಇದರಿಂದ ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಸಾಧಿಸಿದ್ದೀರಿ.

ಗಮನಿಸಿದ ಅಂಶಗಳು

ನೀವು $\frac{AD}{BG} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$ ಹಾಗೂ

$\frac{AX}{AB} = \frac{AY}{AC} = \frac{XY}{BC}$ ಆಗಿರುವುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು.

ತೀರ್ಮಾನ

ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

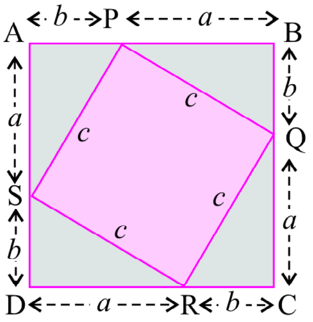
ಚಟುವಟಿಕೆ - 19

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ಪೈಥಾಗೋರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ:
i) ತ್ರಿಭುಜ ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ವಿಧಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳುವಳಿಕೆ.
ii) ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆ
iii) ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ಸಮಾನುಪಾತಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದ ನಂತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಈ ಕೆಳಕಂಡ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದುತ್ತಾನೆ.
i) ನೀಡಿರುವ ವಿವಿಧ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಗುರ್ತಿಸುವುದು.
ii) ಸರಳೀಕರಿಸುವ ಹಾಗೂ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಕೊಂಡ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಬಳಕೆ ಮಾಡುವುದು.



ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ಹಳದಿ ಬಣ್ಣದ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್

ii) ವಿವಿಧ ಬಣ್ಣದ ಹಾಳೆಗಳು

iii) ಪೆನ್ನು/ಮಾರ್ಕರ್‌ಗಳು

iv) ಫೆವಿಕಾಲ್

v) ಪೆನ್ಸಿಲ್/ಶಾರ್ಪನರ್

vi) ರಬ್ಬರ್

vii) ಡ್ರಾಯಿಂಗ್ ಪೆನ್ನುಗಳು

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆ ಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

i) 10 ಸೆಂ.ಮೀ. $\times$ 10 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಹಳದಿ ಬಣ್ಣದ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್‌ನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ.

ii) $(a + b)$ ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಕಿತ್ತಳೆ ಬಣ್ಣದ ಹಾಳೆಯಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.
$(a = 3$ ಸೆಂ.ಮೀ., b = 1 ಸೆಂ.ಮೀ.$)$ ಆಗಿರಲಿ. ಅದನ್ನು ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿ. ಅದನ್ನು $ABCD$ ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿ.

iii) AB, BC, CD ಮತ್ತು DA ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲೆ P, Q, R ಮತ್ತು S ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿ.
ಆದು $AB = BQ = CR = DS = b$ $(1$ ಸೆಂ.ಮೀ.$)$ ಆಗಿರಲಿ.

iv) $ABCD$ ಚೌಕವನ್ನು ಹಳದಿ ಬೋರ್ಡಿನ ಮೇಲೆ ಅಂಟಿಸಿ.

v) ಕಿತ್ತಳೆ ಚೌಕದ ಮೇಲೆ ಚೌಕವನ್ನು ಅಂಟಿಸಿ. ಅಂದರೆ PQ ಹಸಿರು ಹಾಳೆಯ ಮೇಲಿರಲಿ.

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ

i) $ABCD$ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= (a + b)^2$ ಚದರ ಮಾನಗಳು.
$= (a^2 + b^2 + 2ab)$ ಚದರ ಮಾನಗಳು.

ii) $PQRS$ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= c^2$

iii) ಉಂಟಾದ ಕಿತ್ತಳೆ ಬಣ್ಣದ ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಭುಜಗಳು, ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.

$\therefore$ ಒಟ್ಟಾರೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 4\left[\frac{1}{2}ab\right] = 2ab$

$ABCD$ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=$ $PQRS$ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + 4 ಕಿತ್ತಳೆ ಬಣ್ಣದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$a^2 + b^2 + 2ab = c^2 + 2ab$$
$$c^2 = a^2 + b^2$$

ಪೈಥಾಗೋರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿದೆ.

ತೀರ್ಮಾನ:

i) ಯಾವುದೇ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ.

ii) ಯಾವ 3 ಅಳತೆಯ ಬಾಹುಗಳ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತವೆಯೋ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪೈಥಾಗೋರಿಯ ತ್ರಿವಳಿಗಳು ಎನುತ್ತವೆ.

ಉದಾ: a) 3, 4, 5 b) 5, 12, 13 c) 7, 24, 25 . . . . ಇತ್ಯಾದಿ.

iii) ಪೈಥಾಗೋರಸ್‌ನ ವಿಲೋಮ ಪ್ರಮೇಯಗಳು $c^2 = a^2 + b^2$ ಆದಾಗ, ಆ ತ್ರಿಭುಜವು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ - 20

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: (i) ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

(ii) ಸಮರೂಪವೆಂಬ/ಸರ್ವ ಸಮದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದ ನಂತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು, ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಲ್ಲಿ ಅಗತ್ಯವಿದ್ದಲ್ಲಿ ಬಳಸುವನು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ದಪ್ಪನೆಯ ಬಣ್ಣದ ಶೀಟುಗಳು

ii) ಬಣ್ಣದ ಗೆರೆಗಳುಳ್ಳ ಹಾಳೆಗಳು

iii) ಕತ್ತರಿ

iv) ಫೆವಿಕಾಲ್

v) ಸ್ಕೆಚ್ ಪೆನ್ನುಗಳು

vi) ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿ

vii) ಕಂಪಾಸ್

viii) ಡ್ರಾಯಿಂಗ್ ಪೆನ್ನುಗಳು

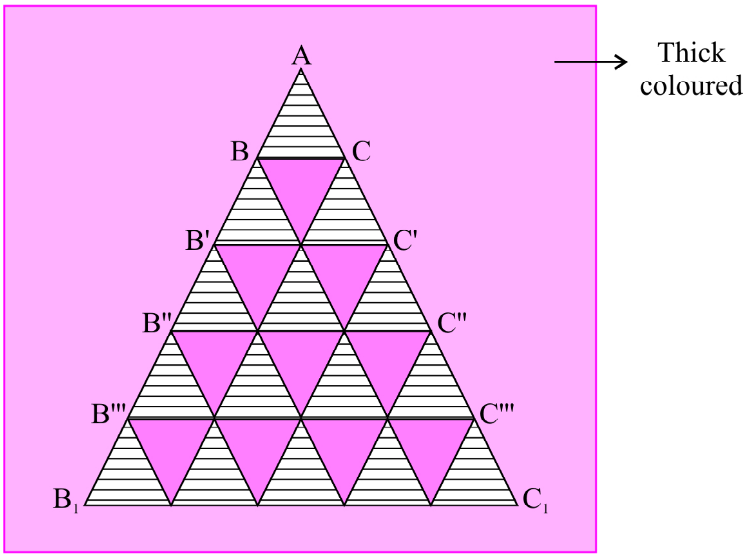
ix) ಮಾರ್ಕರ್‌ಗಳು

ಚಟುವಟಿಕೆ ಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

i) ಬಣ್ಣದ ದಪ್ಪನೆಯ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ 5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಬಾಹುವುಳ್ಳ, ABC ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿ, ಕಂಪಾಸ್ ಹಾಗೂ ಮಾರ್ಕರನ್ನು ಬಳಸಿ.

ii) ಪ್ರತಿಬಾಹುವನ್ನು 5 ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ಗುರುತಿಸಿ. ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಒಟ್ಟು 25 ಚಿಕ್ಕ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ.

iii) ಹಳದಿ ಬಣ್ಣದ ಹಾಳೆಗಳಿಂದ ಹಾಗೂ ಗೆರೆ ಹಾಕಿದ ಕಾಗದದಿಂದ, ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಅಂಟಿಸಿ.



ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

ತ್ರಿಭುಜ ABC ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜ AB'C'ನಿಂದ

$$\frac{\Delta\, ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta\, AB'C' \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{BC^2}{(B'C')^2}$$

ಮತ್ತು

$$\frac{\Delta\, ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta\, AB''C'' \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{BC}{B''C''}\right)^2$$

ಇದೇ ರೀತಿ

$$\frac{\Delta\, ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta\, AB''C'' \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{BC}{B''C''}\right)^2$$

ಮತ್ತು

$$\frac{\Delta\, ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta\, AB_1C_1 \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{1}{25} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{BC^2}{B_1C_1^{\,2}}$$

ತೀರ್ಮಾನ

ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು = ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆ – 21

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: i) ವೃತ್ತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ

ii) ವೃತ್ತ ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪದಗಳು

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಆರಂಭ ಮತ್ತು ಅಂತ್ಯದೊಂದಿಗೆ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸೂಚಿಸುವ ಹಾಗೂ ಅಗತ್ಯವಿದ್ದಲ್ಲಿ ಬಳಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಪಡೆಯುವನು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು:

i) ವಿವಿಧ ಬಣ್ಣದ ದಾರಗಳು

ii) ಕಂಪಾಸ್

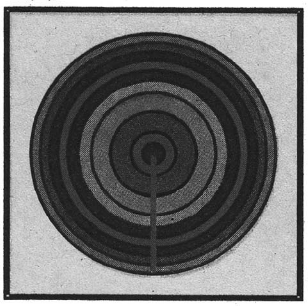
iii) ಪೆನ್ಸಿಲ್

iv) ಕತ್ತರಿ

v) ಫೆವಿಕಾಲ್

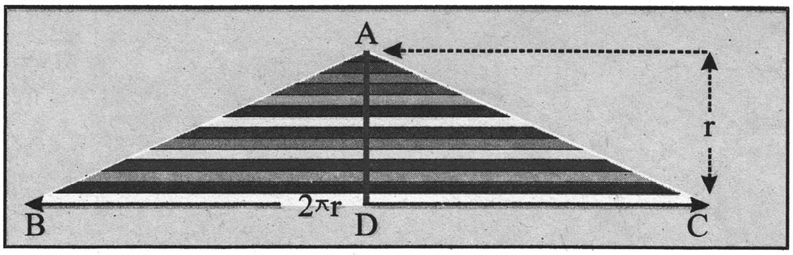
vi) ಹಳದಿ ಬಣ್ಣದ ದಪ್ಪನೆಯ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್

2(a)



(i)

2(b)



(ii)

ಚಟುವಟಿಕೆ ಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು

i) 15 ಸೆಂ.ಮೀ. × 15 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಹಳದಿ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್ ಹಾಳೆಯನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

ii) ಕಂಪಾಸ್ ಬಳಸಿ ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. (ಚಿತ್ರ *(i)*)

iii) ಚಿತ್ರ *(i)*ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ವಿವಿಧ ಬಣ್ಣದ ದಾರಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ.

iv) ವೃತ್ತದ ಒಳಭಾಗದಿಂದ, ಹೊರಭಾಗದವರೆಗೆ ದಾರಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ. ಚಿತ್ರ *(ii)*ರಂತೆ, ತ್ರಿಭುಜಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿ.

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

ಹೊರವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು $'r'$ ಆಗಿರಲಿ.

$\therefore$ ತ್ರಿಭುಜದ ಪಾದ BC ಯ ಉದ್ದವು = $2\pi r$ ಮಾನಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ABC ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರ $AD = r$ ಮಾನವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ABC ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times BC \times AP$

$= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r$

$= \pi r^2$ ಚದರ ಮಾನಗಳು.

ಅವಲೋಕನ

i) ಕತ್ತರಿಸಿದ ದಾರದಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜ ಅಂದಾಜು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ii) ಯಾವುದೇ ವ್ಯರ್ಥವಾಗದಂತೆ, ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಕತ್ತರಿಸಿದ ದಾರಗಳಿಂದಾದ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ.

ತೀರ್ಮಾನ

ತ್ರಿಭುಜವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = πr^2 .

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆ - 22

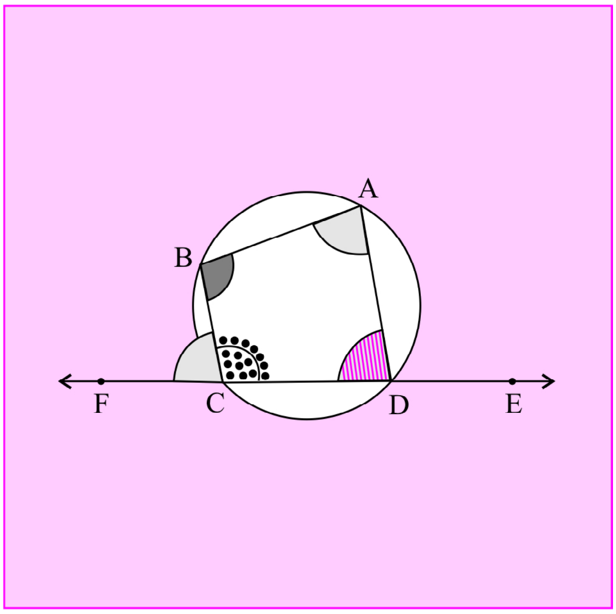
ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ಒಂದು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸರಳಕೋನ ಪೂರಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ತೋರಿಸುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಮೇಲ್ಕಂಡ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಲು ಮಾದರಿಯ ಸಿದ್ಧಪಡಿಸುವುದು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು:

i) ಪ್ಲೆಬೋರ್ಡ್
ii) ಬಣ್ಣದ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್‌ಗಳು
iii) ಡ್ರಾಯಿಂಗ್ ಪಿನ್
iv) ಹೊಳೆಯುವ ಕಾಗದ
v) ಸ್ಕೆಚ್ ಪೆನ್
vi) ಫೆವಿಕಾಲ್
vii) ಕತ್ತರಿ



ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆ

i) 5 ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್‌ನ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿ, ಅದನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ ಹಾಗೂ ಅದರ ಮೇಲೆ ಹಳದಿ ಬಣ್ಣದ ಹೊಳೆಯುವ ಕಾಗದವನ್ನು ಅಂಟಿಸಿ.

ii) ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ $ABCD$ ಯನ್ನು ಹಳದಿ ಬಣ್ಣದ ಹೊಳೆಯುವ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಎಳೆಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಬಾಹು CDಯನ್ನು ಎರಡು ಕಡೆ E ಮತ್ತು K ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿ. ಹಾಗೂ ADE ಮತ್ತು BCF ಹೊರ ಕೋನಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

iii) ಕೋನ A ಮತ್ತು ಕೋನ B ಇರುವ ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಭಾಗವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ. ಬಾಹ್ಯಕೋನಗಳಾದ BCF ಹಾಗೂ ADE ಬಳಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಅಂಟಿಸಿ.

iv) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ನೀವು ನೋಡಬಹುದು.

$$\angle D + \angle ADE = 180° \Rightarrow \angle D + \angle B = 180°$$

ಮತ್ತು $$\angle C + \angle BCF = 180° \Rightarrow \angle A + \angle C = 180°$$

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

ಈ ಮಾದರಿ ಈ ಕೆಳಕಂಡವುಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತದೆ.

i) ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸರಳಕೋನ ಪೂರಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ii) ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಾಹ್ಯಕೋನವು, ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ.

ಚಟುವಟಿಕೆ – 23

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ಸರ್ವಸಮ ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಎರಡು ಸಮ ಜ್ಯಾಗಳು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: (1) ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪದಗಳು (2) ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆ

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದ ನಂತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ನಿರೂಪಿಸುವ ಹಾಗೂ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಪಡೆಯುತ್ತಾನೆ.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು:

i) ಬಣ್ಣದ ಕಾಗದಗಳು

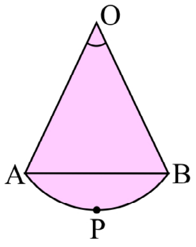
ii) ಸ್ಕೆಚ್ ಪೆನ್ನುಗಳು

iii) ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮತ್ತು ಸ್ಕೇಲ್

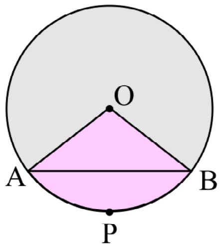
iv) ರಬ್ಬರ್

v) ಕತ್ತರಿ

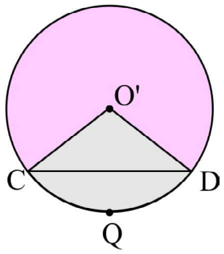
vi) ಫೆವಿಕಾಲ್



ಚಿತ್ರ *(iii)*



ಚಿತ್ರ *(i)*



ಚಿತ್ರ *(ii)*

ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆ

i) ಎರಡು ಸರ್ವಸಮ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ (ಒಂದೇ ತ್ರಿಜ್ಯದ). ಒಂದು ಹಳದಿ ಬಣ್ಣ ಹಾಗೂ ಹಸಿರು ಬಣ್ಣದ ಕಾಗದಗಳಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ. ಅವುಗಳ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರಗಳು O ಮತ್ತು O' ಆಗಿರಲಿ.

ii) ಹಳದಿ ಬಣ್ಣದ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ AB ಜ್ಯಾ ಎಳೆಯಿರಿ. AB ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಇರುವ CD ಜ್ಯಾವನ್ನು ಹಸಿರು ಬಣ್ಣದ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಎಳೆಯಿರಿ.

iii) AO ಮತ್ತು BO, CO' ಮತ್ತು DO' ನ್ನು ತೋರಿಸಿ.

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

i) $AOBP$ ವೃತ್ತಖಂಡವನ್ನು ಹಳದಿ ಬಣ್ಣದ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿ. ಅಥವಾ ಅಂಥಹುದೇ ವೃತ್ತಖಂಡವನ್ನು ರಚಿಸಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ. ಅದನ್ನು ಹಸಿರು ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಅದನ್ನು ಅಂಟಿಸಿ. ಅಂದರೆ ABCPಯು $CO'DQ$ ನಲ್ಲಿ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ii) $AOBP$ ಯು $CO'DQ$ ನ್ನು ಪರಿಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವರಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರಿಂದ $\angle AOB = \angle CO'D$ ಎಂದು ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ.

ತೀರ್ಮಾನ

ಸರ್ವಸಮ ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸಮ ಜ್ಯಾಗಳು, ಅವುಗಳ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಸಮಕೋನಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತವೆ.

ಅನ್ವಯ

ಯಾವುದೇ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ, ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ವೃತ್ತಕೋನಗಳು ಸಹ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ - 24

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪದಗಳು

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದ ನಂತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಹೇಳುವರು ಹಾಗೂ ವಿವಿಧ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವರು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ಬಣ್ಣದ ಕಾಗದಗಳು

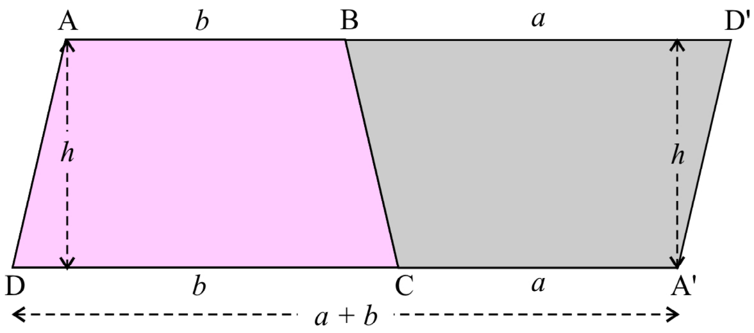
ii) ಜ್ಯಾಮಿತಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆ

iii) ಫೆವಿಕಾಲ್

iv) ಕತ್ತರಿ

v) ಥರ್ಮಾಕೋಲ್

vi) ಹಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್‌ಗಳು



ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆ

i) ಹಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್‌ನ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

ii) ಹಳದಿ ಮತ್ತು ನೀಲಿ ಬಣ್ಣದ ಹಾಳೆಗಳಿಂದ ಎರಡು ಸರ್ವ ಸಮ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

iii) ಚಿತ್ರ *(i)* ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ, ಹಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್‌ನ ಮೇಲೆ ಆ ಎರಡು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ಅಂಟಿಸಿ.

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

ಆ ಎರಡು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ಅಂಟಿಸಿದಾಗ ಪಾದ $(a + b)$ ಹಾಗೂ ಎತ್ತರ $'h'$ ಆಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ.

$AD'A'D$ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= h\,(a + b)$

$\therefore$ $ABCD$ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}\left[(a+b)\times h\right]$

ತೀರ್ಮಾನ

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}$ [(ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತ) × (ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ)]

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆ - 25

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ಒಂದು ಘನದ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: i) ಘನಗಳ ಜ್ಞಾನ ಹಾಗೂ ಅದನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು

ii) ಘನದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದ ನಂತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಘನದ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಹೇಳುವರು ಹಾಗೂ ಘನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವರು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ಬಿಳಿ ಕಾಗದ

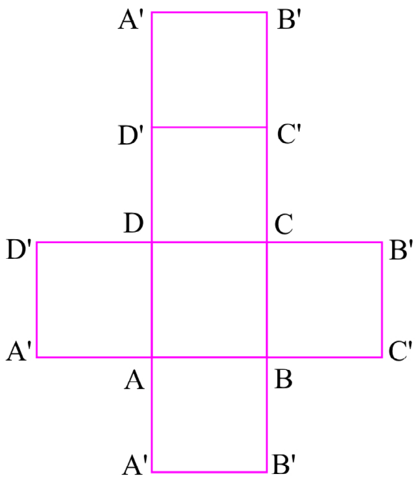
ii) ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮತ್ತು ರಬ್ಬರ್

iii) ಜ್ಯಾಮಿತಿ ಉಪಕರಣಗಳು

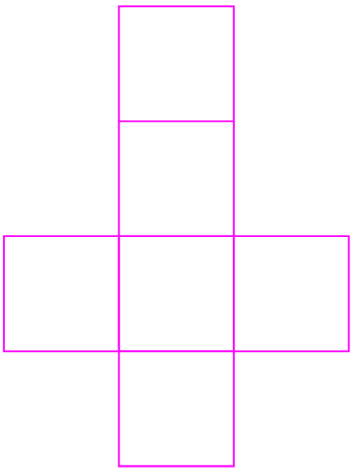
iv) ಸ್ಕೆಚ್ ಪೆನ್

v) ಅಳತೆಪಟ್ಟಿ (ಸ್ಕೇಲ್)

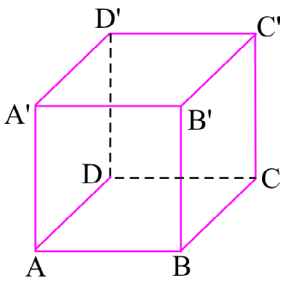
vi) ಫೆವಿಕಾಲ್



ಚಿತ್ರ *(i)*



ಚಿತ್ರ *(ii)*



ಚಿತ್ರ *(iii)*

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆ

i) 8 ಸೆಂ.ಮೀ. × 2 ಸೆಂ.ಮೀ. ಹಾಗೂ 6 ಸೆಂ.ಮೀ. × 2 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಎರಡು ಆಯತಗಳನ್ನು ಚೌಕದಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿ.

ii) *ABCD* ಚೌಕವನ್ನು ಪಾದವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಚಿತ್ರ *(i)*ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, 6 ವಿವಿಧ ಚೌಕಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾರ್ಪಡಿಸಿ.

iii) *ABCD*ಯನ್ನು ಪಾದವಾಗಿರಿಸಿ, ಉಳಿದಲ್ಲಿ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಅಂಚಿನಲ್ಲಿ ಮಡಿಚಿ. (ಚಿತ್ರ (ii)ರಂತೆ).

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

ಎಲ್ಲಾ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಅಂಚಿನೊಂದಿಗೆ ಮಡಿಚಿ. (ಚಿತ್ರ *(iii)*ರಂತೆ). ಉಂಟಾದ ಘನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 6 ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಂದರೆ 6(ಬಾಹು)^2.

ತೀರ್ಮಾನ

ಘನದ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 6 (ಬಾಹು)^2.

ಚಟುವಟಿಕೆ - 26

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು, ವೃತ್ತದ, ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ ಬಳಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: 1) ಕೋನದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ 2) ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 3) ವೃತ್ತಖಂಡದ ಕಂಸದ ಉದ್ದ

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದ ನಂತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಶಂಕುವಿನ ವಕ್ರಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಹೇಳುವರು ಮತ್ತು ವಕ್ರಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಮರ್ಥರಾಗುವರು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

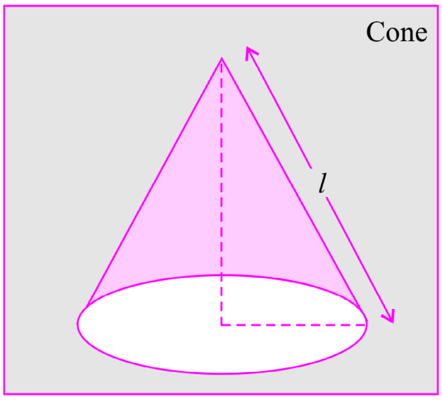
i) ದಪ್ಪನೆಯ ಬಿಳಿ ಹಾಳೆ

ii) ಕೆಂಪು ಕಾಗದ

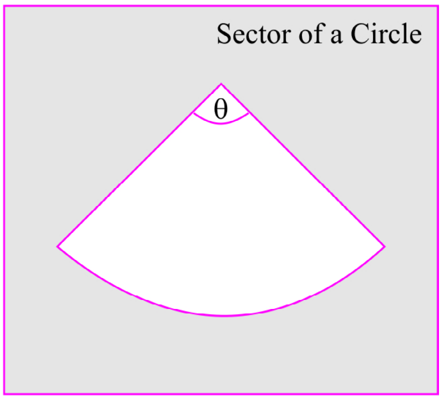
iii) ಸ್ಕೆಚ್ ಪೆನ್

iv) ಕತ್ತರಿ

v) ಫೆವಿಕಾಲ್



ಚಿತ್ರ *(i)*



ಚಿತ್ರ *(ii)*

ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆ

i) ಓರೆ ಎತ್ತರ *'l'* ಹಾಗೂ ತ್ರಿಜ್ಯ *'r'* ಆಗಿರುವ ಒಂದು ಶಂಕುವನ್ನು ಕೆಂಪು ಕಾಗದದಿಂದ ತಯಾರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

ii) ಓರೆ ಎತ್ತರದ ಅನುಸಾರ, ಶಂಕುವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ.

iii) ಕತ್ತರಿಸಿದ ಭಾಗವನ್ನು ಅಂದರೆ ವೃತ್ತಖಂಡದ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿನ ಭಾಗವನ್ನು ಬಿಳಿಯ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಅಂಟಿಸಿ. (ಚಿತ್ರ *(ii)* ರಲ್ಲಿರುವಂತೆ)

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

ವೃತ್ತಖಂಡದ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿನ ಕೋನ 'θ' ಆಗಿರಲಿ ಹಾಗೂ ಆ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯ ಮೊದಲಿನ ಶಂಕುವಿನ ಪಾದವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಅದು ವೃತ್ತಖಂಡದ ಕಂಸವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

$$\therefore\ 2\pi r = 2\pi l \,.\, \frac{\theta}{360^\circ} \Rightarrow \theta = 360^\circ \,.\, \frac{r}{d}$$

ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಶಂಕುವಿನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ವೃತ್ತ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi l^2 \left(\frac{\theta}{360^\circ}\right)$

$$= \frac{\pi l^2}{360^\circ}\left(360^\circ \frac{r}{d}\right) = \pi r l$$

$\therefore$ ಶಂಕುವಿನ ವಕ್ರಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi r l$

ತೀರ್ಮಾನ

ಶಂಖುವಿನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = π (ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ) $\times$ (ಶಂಕುವಿನ ಓರೆ ಕೋನ).

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆ - 27

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ಒಂದೇ ತ್ರಿಜ್ಯ ಹಾಗೂ ಎತ್ತರ ಹೊಂದಿರುವ ಅರ್ಧಗೋಳ, ಶಂಕು ಹಾಗೂ ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿಯ ಘನಫಲಗಳಿಗಿರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: ಶಂಕು, ಅರ್ಧಗೋಳ ಹಾಗೂ ಸ್ತಂಭಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳುವಳಿಕೆ.

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರೈಸಿದ ನಂತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು, ಒಂದೇ ತ್ರಿಜ್ಯ ಹಾಗೂ ಎತ್ತರ ಹೊಂದಿರುವ ಅರ್ಧಗೋಳ, ಶಂಕು ಹಾಗೂ ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿಯ ಘನಫಲಗಳಿಗಿರುವ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವರು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ಪ್ಲಾಸ್ಟಿಕ್ ಶೀಟ್

ii) ಪ್ಲಾಸ್ಟಿಕ್ ಚೆಂಡು

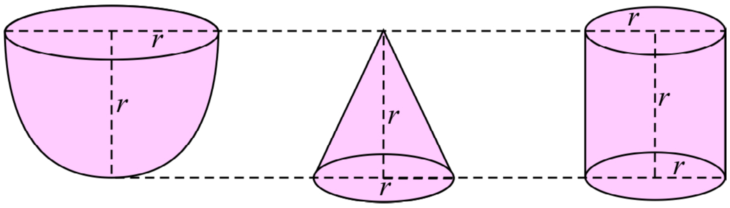
iii) ಫೆವಿಕಾಲ್

iv) ಸ್ಕೆಚ್ ಪೆನ್ನುಗಳು

v) ಮರಳು

ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆ

i) 10 ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ಪ್ಲಾಸ್ಟಿಕ್ ಚೆಂಡನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅದನ್ನು ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಿ. ಅರ್ಧಗೋಳವನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.



(a) (b) (c)

ii) ಒಂದು ಪ್ಲಾಸ್ಟಿಕ್ ಹಾಳೆಯಿಂದ 10 ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯ ಹಾಗೂ 10 ಸೆಂ.ಮೀ. ಎತ್ತರವಿರುವ ಒಂದು ಶಂಕುವನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

iii) ಇದೇ ರೀತಿ, ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ 10 ಸೆಂ.ಮೀ. ಹಾಗೂ ಎತ್ತರ 10 ಸೆಂ.ಮೀ. ಉಳ್ಳ ಒಂದು ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿಯನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

i) ಶಂಕುವನ್ನು ಮರಳಿನಿಂದ ತುಂಬಿಸಿ. ಅದನ್ನು ಅರ್ಧಗೋಳಕ್ಕೆ ವರ್ಗಾಯಿಸಿ. 2 ಬಾರಿಗೆ ಅರ್ಧಗೋಳವು ಮರಳಿನಿಂದ ತುಂಬಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

ii) ಶಂಕುವಿಗೆ ಮರಳನ್ನು ತುಂಬಿಸಿ. ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿಗೆ ಹಾಕಿರಿ. ಅದು 3 ಬಾರಿಗೆ ತುಂಬಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

iii) ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{2}\pi r^2 r \; [\because h = r] = \frac{1}{3}\pi r^2$

$= \frac{1}{3}\pi r^3$

$\therefore$ ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ $= \frac{1}{3}\pi r^3 \times 2 = \frac{2}{3}\pi r^3$

ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿಯ ಘನಫಲ $= \frac{1}{3}\pi r^3 \times 3 = \pi r^3$

$\therefore$ ಬೇಕಾದ ಅನುಪಾತ $= \frac{1}{3}\pi r^3 : \pi r^3 : \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{1}{3} : 1 : \frac{2}{3}$

$\Rightarrow \; = 1 : 3 : 2$

ಚಟುವಟಿಕೆ - 28

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣ $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$ ನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: ಘನ ಮತ್ತು ಆಯತ ಘನದ ಘನಫಲ.

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದ ನಂತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವರು ಹಾಗೂ ಅಗತ್ಯವಿದ್ದಲ್ಲಿ ಬಳಕೆ ಮಾಡುವನು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ಅಕ್ರಲಿಕ್ ಶೀಟ್

ii) ಮರದ ಹಲಗೆ

iii) ಸ್ಕೆಚ್ ಪೆನ್ನುಗಳು

iv) ಹೊಳೆಯುವ ಕಾಗದಗಳು

v) ಕತ್ತರಿ

vi) ಗೋಂದು/ಫೆವಿಕಾಲ್

ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆ

i) ಚಿತ್ರ *(i)a* ಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ $(a-b) \times a \times a$ ಮಾನದ ಒಂದು ಆಯತ ಘನವನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. (ಇಲ್ಲಿ ಮಾನಗಳು $a = 3$ ಮತ್ತು $b = 1$ ಮಾನಗಳು)

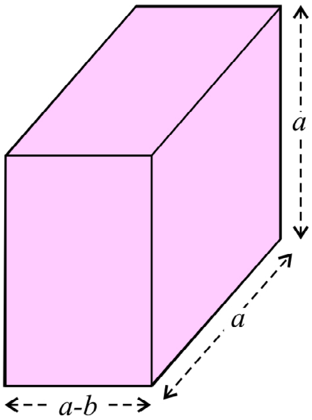
ii) ಚಿತ್ರ *(i)b* ಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, $(a-b) \times a \times b$. $(2\times 3 \times 1)$ ಮಾನದ ಅಳತೆಯ ಇನ್ನೊಂದು ಆಯತ ಘನವನ್ನು ಮರದ ಹಲಗೆಯಿಂದ ತಯಾರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

iii) $(a-b) \times b \times b$. $(2\times 1 \times 1)$ ಅಳತೆಯ ಇನ್ನೊಂದು ಆಯತ ಘನವನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. (ಚಿತ್ರ *(i)c* ಯಂತೆ)

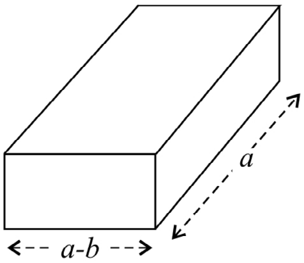
iv) $(b \times b \times b)$. $(1 \times 1 \times 1)$ ಅಳತೆಯ ಒಂದು ಘನವನ್ನು ಮರದ ಹಲಗೆಯಿಂದ ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. (ಚಿತ್ರ *(i)d* ಯಂತೆ).

v) $(a \times a \times a)$. $(2 \times 2 \times 2)$ ಅಳತೆಯ ಇನ್ನೊಂದು ಘನವನ್ನು ಅಕ್ರಲಿಕ್ ಶೀಟ್‌ನಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರ *(i)e* ರಂತೆ ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ.

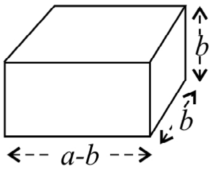
ಟಿಪ್ಪಣಿ...



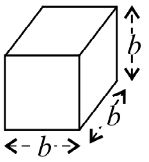
ಚಿತ್ರ $(i)a$



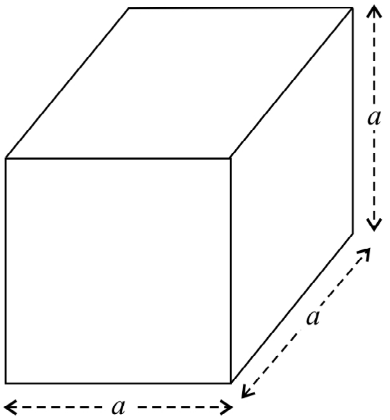
ಚಿತ್ರ $(i)b$



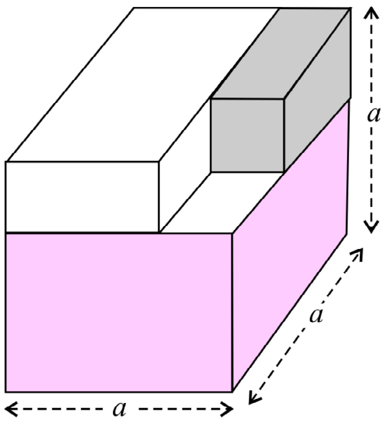
ಚಿತ್ರ $(i)c$



ಚಿತ್ರ $(i)d$



ಚಿತ್ರ $(i)e$



ಚಿತ್ರ $(i)f$

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಕೊಂಡಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಆಯತ ಘನಗಳನ್ನು ಘನಮಾನದ ಘನವನ್ನಾಗಿ ಜೋಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಘನ ಮತ್ತು ಆಯತ ಘನಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದಾಗ, $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$ ನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು.

$$a^3 = (a-b)\times a\times a + (a-b)\times a\times b + (a-b)\times b\times b + b\times b\times b$$

$$= (a-b)(a^2+ab+b^2) + b^3$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$$

ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಬಳಸಿ. ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು.

ತೀರ್ಮಾನ: $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

ಚಟುವಟಿಕೆ - 29

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಷ್ಟು ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜ ರಚನೆ.

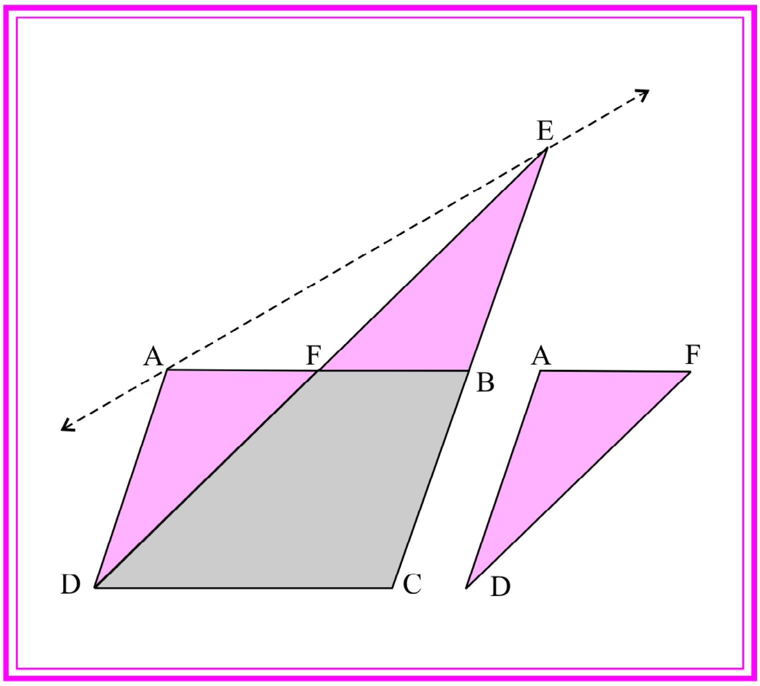
ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ:

1) ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ
2) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಹಾಗೂ ತ್ರಿಭುಜ
3) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರೈಸಿದ ನಂತರ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಲು ಸಮರ್ಥರಾಗುವರು.

ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು

i) ಬಿಳಿ ಮತ್ತು ಬಣ್ಣದ ಕಾಗದಗಳು
ii) ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮತ್ತು ರಬ್ಬರ್
iii) ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಉಪಕರಣಗಳು
iv) ಸ್ಕೆಚ್ ಪೆನ್ನುಗಳು
v) ಫೆವಿಕಾಲ್
vi) ಬಿಳಿಯ ಚಾರ್ಟ್ ಪೇಪರ್



ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆ

i) 15 ಸೆಂ.ಮೀ. $\times$ 10 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಚಾರ್ಟ್ ಪೇಪರ್ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

ii) ಬಿಳಿ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ, $ABCD$ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸಿ. ಅದರಲ್ಲಿ $AB = 4$ ಸೆಂ.ಮೀ., $BC = 3$ ಸೆಂ.ಮೀ. ಹಾಗೂ $\angle ADC = 75°$ ಆಗಿರಲಿ.

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

iii) CD ಯು AD ಮೇಲೆ ಐಕ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $ABCD$ ಯನ್ನು ಮಡಿಚಿರಿ. ಹಾಳೆಯನ್ನು ಒತ್ತಿ ಮಡಿಚಿರುವ ಗುರುತಿನ ಮೇಲೆ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

iv) ಫೆವಿಕಾಲನ್ನು ಬಳಸಿ ಕತ್ತರಿಸಿದ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $ABCD$ ಯನ್ನು ಬಿಳಿಯ ಚಾರ್ಟ್ CB ಯನ್ನು E ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿ. DE ಸೇರಿಸಿ.

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

i) BEF ಮತ್ತು ADF ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ನೀಲಿ ಮತುತ ನೇರಳೆ ಬಣ್ಣದ ಕಾಗದಗಳಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

ii) ΔADF ಅಳತೆಯ ಒಂದು ಇನ್ನೆರಡು ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ. ಅದನ್ನು ΔBEF ಮೇಲೆ ಅಂಟಿಸಿ. ಅಂದರೆ AD ಯು BE ಮೇಲೆ ಐಕ್ಯವಾಗಿರಲಿ.

iii) ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಂಪೂರ್ಣ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಹ ಸಮ.

iv) $ABCD$ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಚತುಭುಜದ $ABCD$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ತ್ರಿಭುಜ DAF ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ಚತುರ್ಭುಜ $DCBF$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ΔFBE ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ತ್ರಿಭುಜ DCE ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$\therefore$ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $ABCD$ ಮತ್ತು ΔDCE ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಟಿಪ್ಪಣಿ...

ಚಟುವಟಿಕೆ - 30

ಶೀರ್ಷಿಕೆ: ವಿವಿಧ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅಂತಕೇಂದ್ರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ: 1) ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಧಗಳು 2) ತ್ರಿಭುಜದ...... ರೇಖೆಗಳು

ಉದ್ದೇಶಗಳು: ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದ ನಂತರ, ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಯು, ನೀಡಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ಅಂತವೃತ್ತವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದನ್ನು ಕಲಿಯುವನು.

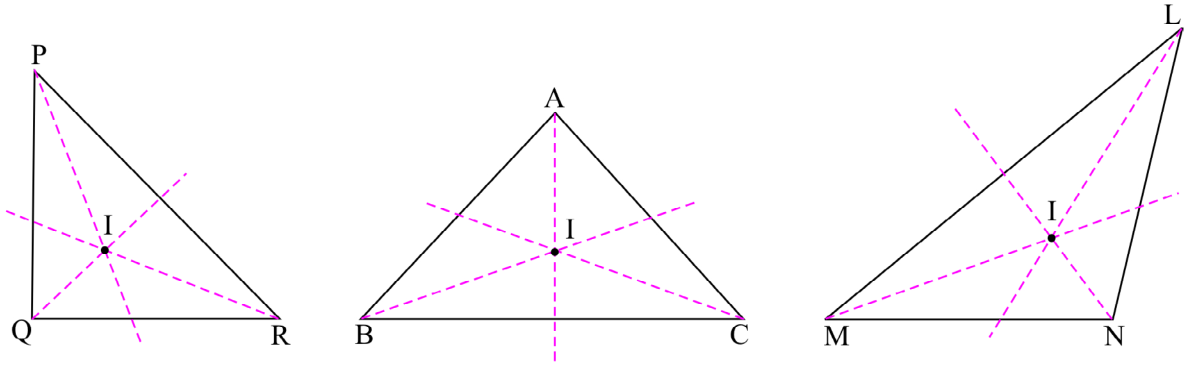
ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳು:

i) ಬಿಳಿ ಹಾಳೆಗಳು

ii) ಚಾಕು (ಕಟ್ಟರ್)

iii) ಸ್ಕೆಚ್ ಪೆನ್‌ಗಳು

iv) ಪೆನ್ಸಿಲ್, ಸ್ಕೇಲ್ ಹಾಗೂ ಅಳಿಸುವ ರಬ್ಬರ್



ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಿದ್ಧತೆ

i) 8 ಸೆಂ.ಮೀ. $\times$ 10 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ 3 ಬಿಳಿ ಹಾಳೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಪ್ರತಿ ಹಾಳೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಲಘುಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ, ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಹಾಗೂ ವಿಷಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

ii) ಕಟ್ಟರ್/ಕತ್ತರಿ ಬಳಸಿ, ಆ ಮೂರು ತ್ರಿಭುಜಾಕೃತಿಯನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ.

iii) ಕಾಗದಗಳನ್ನು ಮಡಿಸುವ ಮೂಲಕ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳ, ಕೋನಾರ್ಧಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಮಡಿಚಿ. ಮಡಿಕೆಯ ಗುರುತು ಇರುವಂತೆ ಮಾಡಿ.

ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷತೆ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ

ಪ್ರತಿಕೋನದ, ಕೋನಾರ್ಧಗಳನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡಲು ಮಡಿಚಿದ ಭಾಗವು ಉಂಟುಮಾಡಿದ ಮಡಿಕೆಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. ಆ ಬಿಂದುವನ್ನು ತ್ರಿಭುಜದ ಅಂತರ್‌ಕೇಂದ್ರ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.