পাঠ-3

বীজগণিতীয় ৰাশি আৰু বহুপদ ৰাশি
(Algebric Expressions and Polynomials)

ইতিমধ্যে তোমালোকে পাটীগণিতীয় সংখ্যা— য'ত স্বাভাৱিক সংখ্যা, পূৰ্ণসংখ্যা, ভগ্নাংশ সমন্বিত সংখ্যা ইত্যাদি আৰু এই সংখ্যাবোৰৰ মৌলিক প্ৰক্ৰিয়াৰ ব্যৱহাৰ কৰি আহিছা। এই পাঠটোত আমি পাটীগণিতীয় সংখ্যা আৰু বীজগণিতৰ আন কিছুমান প্ৰাৰম্ভিক ধাৰণা যেনে ধ্ৰুৱক, চলক, বীজগণিতীয় ৰাশি, বিশেষ ধৰণৰ বীজগণিতীয় ৰাশি, যাক বহুপদ ৰাশি বুলি কোৱা হয় আৰু ইহঁতৰ চাৰিটা মৌলিক প্ৰক্ৰিয়া সন্নিৱিষ্ট কৰিম।

উদ্দেশ্যসমূহ (Objectives)

পাঠটি পঢ়ি জানিব পাৰিবা ঃ

- এটা ৰাশিৰ চলক আৰু ধ্ৰুৱকবোৰ চিনাক্ত কৰণ;
- বীজগণিতীয় ৰাশি আৰু তাৰ পদবোৰৰ উল্লেখিত উদাহৰণ;
- এটা বহুপদ ৰাশি যে বিশেষ ধৰণৰ বীজগণিতীয় ৰাশি তাক বুজা আৰু চিনাক্ত কৰা;
- এটা আৰু দুটা চলকৰ বীজগণিতীয় ৰাশিৰ উল্লেখিত উদাহৰণ;
- বহুপদ ৰাশিৰ সদৃশ আৰু বিসদৃশ পদবোৰ চিনাক্ত কৰণ;
- বহুপদ ৰাশিৰ মাত্ৰা নিৰ্ণয়;
- চলকৰ দি থোৱা মানবোৰত বহুপদ ৰাশিৰ শূন্যক ধৰি বহুপদ ৰাশি এটাৰ মান নিৰ্ণয়;
- বহুপদ ৰাশিত চাৰিটা মৌলিক প্ৰক্ৰিয়া প্ৰয়োগ।

আৱশ্যকীয় প্ৰাৰম্ভিক জ্ঞান (Expected Background Knowledge)

- সংখ্যা প্ৰণালী আৰু চাৰিটা মৌলিক প্ৰক্ৰিয়াৰ জ্ঞান।
- প্ৰাথমিক আৰু উচ্চ-প্ৰাথমিক স্তৰৰ গণিত সম্বন্ধে প্ৰাথমিক ধাৰণা।

3.1 বীজগণিতৰ পাতনি (Introduction to Algebra)

তোমালোকে ইতিমধ্যে 0, 1, 2, 3,....., $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$,.....$\sqrt{2}$,.... ইত্যাদি সংখ্যাবোৰৰ যোগ (+), বিয়োগ (–), পূৰণ (×), আৰু হৰণ (÷)ৰ প্ৰক্ৰিয়াবোৰ পাই আহিছা। কেতিয়াবা আখৰবোৰক (letters) আক্ষৰিক সংখ্যা (literal number) বোলা হয় আৰু এইবোৰ সংখ্যাৰ প্ৰতীক হিচাপে ব্যৱহাৰ হয়। ধৰা, আমি ক'ব পাৰো যে "এখন কিতাপৰ মূল্য বিশ টকা"।

পাটীগণিতত, আমি লিখো ঃ এখন কিতাপৰ মূল্য = 20 টকা।

বীজগণিতত, আমি লিখো ঃ এখন কিতাপৰ মূল্য টকাত x। ইয়াত x টো সংখ্যাৰ বাবে বহিছে।

এইদৰে, a, b, c, x, y, z, ইত্যাদি আখৰবোৰ চকী, মেজ, বান্দৰ, কুকুৰ, গৰু, ছাগলী, গছ..... আদিৰ সংখ্যাৰ পৰিৱৰ্তে বহুৱাব পাৰো।

এটা উদহৰণ লোৱা হওঁক ঃ

যদি এটা বৰ্গৰ বাহু 3 একক, ইয়াৰ পৰিসীমা হ'ব 4×3 একক। এই কথাটো বীজগণিতত তলত দিয়া ধৰণে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি,

$$P = 4S$$

য'ত Pএ পৰিসীমা আৰু Sএ বৰ্গটোৰ বাহুক বুজাইছে।

পাটীগণিত আৰু বীজগণিতৰ ভাষা তুলনা কৰিলে দেখা যায়, পাটীগণিতৰ ভাষাতকৈ বীজগণিতৰ ভাষা—

(a) বেছি স্পষ্ট।

(b) বেছি সাধাৰণ (more general)

(c) বুজিবলৈ আৰু বিভিন্ন সমস্যা সমাধান কৰিবলৈ সহজ।

কেইটামান তুলনামূলক উদাহৰণেৰে ওপৰৰ মতামতটো বেছি স্পষ্ট কৰা হ'ল ঃ

মৌখিক উক্তি	বীজগণিতীয় উক্তি
(i) এটা সংখ্যা 3ৰে বৰ্ধিত হ'লে 8 হয়	(i) $a+3=8$
(ii) এটা সংখ্যা তাৰ নিজৰ দ্বাৰা বৰ্ধিত হ'লে 12 হয়	(ii) $x+x=12$, লিখা হয় $2x=12$
(iii) দূৰত্ব = দ্ৰুতি × সময়	(iii) $d=s\times t$, লিখা হয়
(iv) এটা সংখ্যা তাৰ নিজৰ লগত পূৰণ কৰি 5 যোগ কৰিলে 9 হয়।	(iv) লিখা হয়, $b^2+5=9$
(v) দুটা ক্ৰমিক স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ গুণফল 30	(v) $y(y+1)=30$, লিখা হয় $y(y+1)=30$ য'ত y এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা।

যিহেতু আক্ষৰিক সংখ্যাবোৰ পাটীগণিতৰ সংখ্যা বুজাবলৈ ব্যৱহাৰ কৰা হয়, গতিকে +, –, × আৰু ÷ ৰ চিহ্নবোৰৰ অৰ্থ পাটীগণিত আৰু বীজগণিতত একে। বীজগণিতত মাজে সময়ে পূৰণৰ চিহ্ন উহ্য থাকে। সেয়েহে $5\times a$ ক লিখা হয় $5a$ আৰু $a\times b$ক লিখা হয় ab.

3.2 চলক আৰু ধ্ৰুৱক (Variables and Constants)

প্ৰথমতে 2009 বৰ্ষৰ জানুৱাৰী, ফেব্ৰুৱাৰী, মাৰ্চ,....., ডিচেম্বৰ মাহবোৰৰ কথাই বিবেচনা কৰো আঁহা। যদি আমি 2009 বৰ্ষটোক 'a'ৰে আৰু যিকোনো এটা মাহক 'x' ৰে বুজাওঁ, তেনেহ'লে আমি পাওঁ যে 'a' (2009 বৰ্ষটো) এটা স্থিৰ বাস্তৱ। আনহাতে 'x' হ'ল জানুৱাৰী, ফেব্ৰুৱাৰী, মাৰ্চ,.....ডিচেম্বৰৰ যিকোনো এটা মাহ। সেয়েহে x স্থিৰ নহয়। ই পৰিৱৰ্তনশীল। এই ক্ষেত্ৰত আমি ক'ব পাৰো যে 'a' এটা ধ্ৰুৱক আৰু 'x' এটা চলক।

সেইদৰে, শ্ৰেণী x ক যদি b ৰে আৰু শ্ৰেণী xৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীবোৰক yৰে চিহ্নিত কৰো তেনেহ'লে এইক্ষেত্ৰত b (শ্ৰেণী x) স্থিৰ আৰু y (এজন ছাত্ৰ-ছাত্ৰী) পৰিৱৰ্তনশীল। গতিকে b হ'ল ধ্ৰুৱক আৰু y হ'ল চলক।

অন্য এটা পৰিস্থিতি বিবেচনা কৰা হওক। যদি এজন ছাত্ৰই ছাত্ৰাবাসত থাকে তেনেহ'লে তেওঁ এটা নিৰ্দিষ্ট পৰিমাণৰ কোঠালীৰ ভাড়া, 1000.00 টকা দিব লাগে আৰু ছাত্ৰজনে ছাত্ৰাবাসত যিমান দিন খাদ্য খায় তাৰ বাবদ প্ৰতিদিনে 100.00 টকা দিব লাগে। এইক্ষেত্ৰত কোঠালীৰ ভাড়াটো হ'ল ধ্ৰুৱক আৰু যিমান দিন খাদ্য খায় সেই দিনবোৰ হ'ল চলক।

তলৰ সংখ্যাবোৰ লোৱা,

$$4, -14, \sqrt{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{4}{15}, 3x, \frac{21}{8}y, \sqrt{2}z$$

তোমালোকে জানা যে 4, –14 $\sqrt{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$ আৰু $-\frac{4}{15}$ এইবোৰ বাস্তৱ সংখ্যা আৰু এইবোৰৰ প্ৰত্যেকৰে নিৰ্দিষ্ট মান আছে। কিন্তু $3x, \frac{21}{8}y$ আৰু $\sqrt{2}\,z$ত ক্ৰমে অজ্ঞাত ৰাশি x, y আৰু z জড়িত আছে। সেইবাবে এইবোৰৰ 4, –14 আদিৰ দৰে নিৰ্দিষ্ট মান নাই। ইহঁতৰ মানবোৰ ক্ৰমে x, y আৰু z ৰ ওপৰত নিৰ্ভৰশীল। গতিকে, x, y আৰু z এইবোৰ চলক।

সেয়েহে, চলক হ'ল বিভিন্ন মান থকা আক্ষৰিক সংখ্যা, অন্যহাতে ধ্ৰুৱক হ'ল এটা স্থিৰ সংখ্যা।

বীজগণিতত, সাধাৰণতে ধ্ৰুৱকবোৰক a, b, c আৰু চলকবোৰক x, y, zৰে সূচোৱা হয়।

3.3 বীজগণিতীয় ৰাশি আৰু বহুপদ ৰাশি (Albegraci Expressions and polynomials)

যিবোৰ ৰাশি পাটীগণিতীয় সংখ্যা, চলক আৰু প্ৰক্ৰিয়াৰ প্ৰতীক চিহ্নৰ লগত জড়িত সেইবোৰক বীজগণিতীয় ৰাশি বোলে। সেয়েহে $3 + 8$, $8x + 4$, $5y$, $7x + 2y + 6$, $\frac{1}{\sqrt{2x}}, \frac{x}{\sqrt{y}-2}, \frac{ax+by+cz}{x+y+z}$ এই সকলোবোৰ বীজগণিতীয় ৰাশি। তোমালোকে লক্ষ কৰা যে 3+8 পাটীগণিতীয় ৰাশিৰ লগতে বীজগণিতীয় ৰাশিও।

গতিকে এটা বীজগণিতীয় ৰাশি হ'ল সংখ্যা, চলক আৰু পাটীগণিতীয় প্ৰক্ৰিয়াৰ সংযোগ।

এটা বা অধিক (+) বা (–) চিনেৰে পৃথক কৰা বীজগণিতীয় ৰাশিৰ প্ৰতিটো অংশকে এটা পদ বোলে।

এটা বীজগণিতীয় ৰাশি লিখোতে প্ৰথম পদটোৰ আগত (+) চিন দিয়া নহয়। উদাহৰণ স্বৰূপে $+x-5y+4$ লিখাৰ পৰিৱৰ্তে আমি $x-5y+4$ এইবোৰ লিখো। ইয়াত $x, -5y$ আৰু 4 ৰাশিটোৰ তিনিটা পদ।

$\frac{1}{3}xy$ ত $\frac{1}{3}$ক xyৰ সাংখ্যিক সহগ বুলি কোৱা হয়। xৰ সহগ $\frac{1}{3}y$ আৰু yৰ সহগ $\frac{1}{3}x$। যেতিয়া এটা পদৰ সাংখ্যিক সহগ (+1) বা (–1), তেতিয়া '1'ক সাধাৰণতে লিখা নহয়। সেয়েহে x^2yৰ সাংখ্যিক সহগ +1 আৰু $-x^2y$ৰ সাংখ্যিক সহগ '–1'

যিটো বীজগণিতীয় ৰাশিৰ চলক (বা চলকবোৰ) হৰত নাথাকে, চলকৰ সূচকবোৰ পূৰ্ণ সংখ্যা আৰু বিভিন্ন পদৰ সাংখ্যিক সহগবোৰ বাস্তৱ সংখ্যা, সেই ৰাশিটোক বহুপদ ৰাশি বোলে।

অন্য অৰ্থত,

(i) বহুপদ ৰাশিটোৰ হৰত চলক থকা কোনো পদ নাই;

(ii) বহুপদ ৰাশিটোৰ প্ৰত্যেক পদৰ চলকৰ সূচকবোৰ অ-ঋনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা আৰু

(iii) প্ৰত্যেক পদৰ সাংখ্যিক সহগ বাস্তৱ সংখ্যা।

উদাহৰণ স্বৰূপে,

$5, 3x-y, \frac{1}{3}a-b+\frac{7}{2}$ আৰু $\frac{1}{4}x^3-2y^2+xy-8$ এইবোৰ বহুপদ ৰাশি। কিন্তু $x^3-\frac{1}{x}, \sqrt{x+y}$ আৰু $x^{\frac{2}{3}}+5$ এইবোৰ বহুপদ ৰাশি নহয়।

x^2+8 হ'ল এটা চলক xৰ বহুপদ ৰাশি আৰু $2x^2+y^3$ হ'ল দুটা চলক x আৰু yৰ এটা বহুপদ ৰাশি। এই পাঠটো দুটা চলকৰ বহুপদ ৰাশিৰ ক্ষেত্ৰতে সীমাবদ্ধ ৰাখিম।

এটা চলক xৰ সাধাৰণ বহুপদ ৰাশিটো হ'ল ঃ

$$a_0+a_1x+a_2x^2+.....+a_nx^n.$$

য'ত সহগ $a_0, a_1, a_2.....,a_n$ হ'ল বাস্তৱ সংখ্যা, x এটা চলক আৰু n এটা পূৰ্ণ সংখ্যা। $a_0, a_1x, a_2x^2,.....,a_nx^n$ বহুপদ ৰাশিটোৰ একোটা পদ। বহুপদ ৰাশিটোৰ মুঠ পদৰ সংখ্যা $(n+1)$ টা।

যিটো বীজগণিতীয় ৰাশি নাইবা বহুপদ ৰাশিত মাত্ৰ এটাহে পদ থাকে তাকে এক পদ ৰাশি (monomial) বোলে।

উদাহৰণ স্বৰূপে,

$-2, 3y, -5x^2, xy, \frac{1}{2}x^2y^3$ এইবোৰ একপদ ৰাশি।

যিটো বীজগণিতীয় ৰাশি নাইবা বহুপদ ৰাশিত মাত্ৰ দুটা পদ থাকে, তাকে দ্বি-পদ ৰাশি (binomial) বোলে।

উদাহৰণ স্বৰূপে,

$5+x, y^2-8x, x^3-1$ এইবোৰ দ্বি-পদ ৰাশি।

যিটো বীজগণিতীয় ৰাশি নাইবা বহুপদ ৰাশিত মাত্ৰ তিনিটা পদ থাকে, তাকে ত্ৰিপদ ৰাশি (trinomial) বোলে।

উদাহৰণ স্বৰূপে,

$x+y+1,\ x^2+3x+2,\ x^2+2xy+y^2$ এইবোৰ ত্ৰিপদ ৰাশি।

একে চলক আৰু চলকৰ একে সূচক থকা বহুপদ ৰাশিৰ পদবোৰক সদৃশ পদ (like term) বোলে।

উদাহৰণ স্বৰূপে,

$3xy+9x+8xy-7x+2x^2$ ৰাশিটোৰ,

$3xy$ আৰু $8xy$ সদৃশ পদ, $9x$ আৰু $-7x$ সদৃশ পদ কিন্তু $9x$ আৰু $2x^2$ পদ দুটা সদৃশ পদ নহয়।

যিবোৰ পদ সদৃশ নহয়, সেইবোৰক বি-সদৃশ পদ (Unlike term) বোলে।

ওপৰৰ উদাহৰণত ঃ $3xy$ আৰু $-7x$ দুটা বি-সদৃশ পদ।

মন কৰিবলগীয়া যে, পাটীগণিতীয় সংখ্যাবোৰ সদৃশ পদ। উদাহৰণ স্বৰূপে—

বহুপদ ৰাশি x^2+2x+3 আৰু x^3-5 ৰ পদ 3 আৰু -5 সদৃশ পদ; কাৰণ $3=3x^0$ আৰু $-5=-5x^0$.

$2x^2-3xy+9y^2-7y+8$ ৰাশিটোৰ পদবোৰ বি-সদৃশ অৰ্থাৎ ৰাশিটোত কোনো সদৃশ পদ নাই।

3.1 উদাহৰণ ঃ

$2x^2y+5$ বহুপদ ৰাশিটোৰ চলক আৰু ধ্ৰুৱকবোৰ লিখা।

সমাধান ঃ

চলকবোৰ ঃ x আৰু y

ধ্ৰুৱকবোৰ ঃ 2 আৰু 5.

3.2 উদাহৰণ ঃ

$8x^2y^3$ত (i) x^2y^3 (ii) x^2 (iii) y^3ৰ সহগবোৰ লিখা।

সমাধান ঃ

(i) $8x^2y^3=8\times(x^2y^3)\Rightarrow x^2y^3$ৰ সহগ 8

(ii) $8x^2y^3=8y^3\times(x^2)\Rightarrow x^2$ৰ সহগ $8y^3$

(iii) $8x^2y^3=8x^2\times(y^3)\Rightarrow y^3$ৰ সহগ $8x^2$

3.3 উদাহৰণ ঃ

তলৰ ৰাশিটোৰ পদবোৰ লিখা ঃ

$$3x^2y-\frac{5}{2}x-\frac{1}{3}y+2.$$

সমাধান ঃ

ৰাশিটোৰ পদবোৰ ঃ $3x^2y,\ -\frac{5}{2}x,\ -\frac{1}{3}y,\ 2.$

3.4 উদাহৰণ ঃ

তলৰ কোনবোৰ বীজগণিতীয় ৰাশি বহুপদ ৰাশি?

(i) $\frac{1}{2}+x^3-2x^2+\sqrt{6}x$ (ii) $x+\frac{1}{x}$

(iii) $2x^2+3x-5\sqrt{x}+6$ (iv) $5-x-x^2-x^3$

সমাধান ঃ

(i) আৰু (iv) বহুপদ ৰাশি।

(ii) ত, দ্বিতীয় পদ $\frac{1}{x}=x^{-1}$। যিহেতু দ্বিতীয় পদত চলকৰ সূচক ঋনাত্মক, গতিকে ৰাশিটো বহুপদ ৰাশি নহয়।

(iii) ত, তৃতীয় পদ $-5\sqrt{x}=-5x^{\frac{1}{2}}$। যিহেতু তৃতীয় পদত চলকৰ সূচক ভগ্নাংশ, গতিকে ৰাশিটো বহুপদ ৰাশি নহয়।

3.5 উদাহৰণ ঃ

তলত দিয়া ৰাশিবোৰত, যদি আছে, সদৃশ পদবোৰ লিখা।

(i) $x+y+2$ (ii) $x^2-2y-\frac{1}{2}x^2+\sqrt{3}y-8$

(iii) $1-2xy+2x^2y-2xy^2+5x^2y^2$ (iv) $\frac{2}{\sqrt{3}}y-\frac{1}{3}x+\frac{\sqrt{5}}{3}y+\frac{1}{3}$.

সমাধান ঃ

(i) এই ৰাশিটোত কোনো সদৃশ পদ নাই।

(ii) x^2 আৰু $-\frac{1}{2}x^2$ সদৃশ পদ আকৌ $-2y$ আৰু $\sqrt{3}y$ সদৃশ পদ।

(iii) এই ৰাশিটোত কোনো সদৃশ পদ নাই।

(iv) $\frac{2}{\sqrt{3}}y$ আৰু $\frac{\sqrt{5}}{3}y$ সদৃশ পদ

3.1 অগ্ৰগতিৰ খতিয়ান (Check Your Progress)

1. তলৰ ৰাশিবোৰৰ প্ৰত্যেকৰে চলক আৰু ধ্ৰুৱকবোৰ লিখা ঃ

(i) $1+y$ (ii) $\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}y+7$ (iii) $\frac{4}{5}x^2y^3$

(iv) $\frac{2}{5}xy^5+\frac{1}{2}$ (v) $2x^2+y^2-8$ (vi) $x+\frac{1}{x}$

2. $2x^2y$ত

(i) x^2y (ii) x^2 (iii) yৰ সহগ লিখা।

3. চলক আৰু প্ৰক্ৰিয়া চিহ্ন ব্যৱহাৰ কৰি, তলৰ প্ৰত্যেকটো মৌখিক উক্তিক বীজগণিতীয় উক্তিত প্ৰকাশ কৰা ঃ

(i) এটা সংখ্যাৰ তিনি কমিলে পোন্ধৰৰ সমান হয়।

(ii) এটা সংখ্যা পাঁচ বৰ্দ্ধিত হ'লে বাইশ পোৱা যায়।

4. তলত দিয়া ৰাশিবোৰৰ প্ৰত্যেকৰে পদবোৰ লিখা ঃ

(i) $2+abc$ (ii) $a+b+c+2$

(iii) $x^2y-2xy^2-\frac{1}{2}$ (iv) $\frac{1}{8}x^3y^2$.

5. তলত দিয়া ৰাশিবোৰৰ প্ৰত্যেকৰে, যদি আছে, সদৃশ পদবোৰ চিনাক্ত কৰা ঃ

(i) $-xy^2+x^2y+y^2+\frac{1}{3}y^2x$ (ii) $6a+6b-3ab+\frac{1}{4}a^2b+ab$

(iii) $ax^2+by^2+2c-a^2x-b^2y-\frac{1}{3}c^2$.

6. তলৰ কোনবোৰ বীজগণিতীয় ৰাশি বহুপদ ৰাশি?

(i) $\frac{1}{3}x^3+1$ (ii) 5^2-y^2-2 (iii) $4x^{-3}+3y$

(iv) $5\sqrt{x+y}+6$ (v) $3x^2-\sqrt{2}\,y^2$ (vi) $y^2-\frac{1}{y^2}+4$.

7. তলৰ কোনবোৰ একপদ, দ্বি-পদ নাইবা ত্ৰিপদ ৰাশি চিনাক্ত কৰা ঃ

(i) x^3+3 (ii) $\frac{1}{3}x^2y^3$ (iii) $2y^2+3yz+z^2$

(iv) $5-xy-3x^2y^2$ (v) $7-4x^2y^2$ (vi) $-8x^3y^3$.

3.4 বহুপদ ৰাশিৰ মাত্ৰা (Degree of a Polynomial)

এটা পদৰ চলকবোৰৰ সূচকৰ যোগফলক পদটোৰ মাত্ৰা (degree) বোলে। উদাহৰণ স্বৰূপে, $\frac{1}{2}x^2y$ পদটোৰ মাত্ৰা 3, কাৰণ x আৰু y চলক দুটাৰ সূচকৰ যোগফল $=2+1=3$.

একেদৰে $2x^5$ পদটোৰ মাত্ৰা 5, এটা অশূন্য ধ্ৰুৱকৰ মাত্ৰা 0, কিয়নো $3=3\times1=3\times x^0$; যিহেতু $x^0=1$.

এটা বহুপদ ৰাশিৰ পদবোৰ + নাইবা – চিনেৰে পৃথক কৰা হয়। বহুপদ ৰাশিৰ পদবোৰৰ সূচকৰ ভিতৰত যিটো আটাইতকৈ ডাঙৰ তাকেই বহুপদ ৰাশিটোৰ মাত্ৰা (degree) বুলি কোৱা হয়।

উদাহৰণ স্বৰূপে,

$$3x^4y^3 + 7xy^5 - 5x^3y^2 + 6xy$$

বহুপদ ৰাশিটোৰ পদবোৰৰ মাত্ৰা ক্ৰমে 7, 6, 5 আৰু 2, ইয়াৰে ভিতৰত 7 আটাইতকৈ ডাঙৰ। গতিকে উক্ত বহুপদ ৰাশিটোৰ মাত্ৰা = 7.

এটা বহুপদ ৰাশিৰ মাত্ৰা '2' হ'লে বহুপদ ৰাশিটোক দ্বিঘাত বহুপদ ৰাশি বুলি কোৱা হয়। উদাহৰণস্বৰূপে, $3-5x+4x^2$ আৰু x^2+xy+y^2 একোটা দ্বিঘাত বহুপদ ৰাশি।

মন কৰিবলগীয়া ঃ এটা অ-শূন্য ধ্ৰুৱক ৰাশিৰ মাত্ৰা শূন্য।

এটা বহুপদ ৰাশিৰ পদবোৰৰ চলকৰ সহগবোৰ শূন্য হ'লে, বহুপদ ৰাশিটোক শূন্য বহুপদ ৰাশি বোলে। শূন্য বহুপদ ৰাশিৰ মাত্ৰা সংজ্ঞাবদ্ধ নহয়।

3.5 বহুপদ ৰাশিৰ মান নিৰ্ণয় (Evaluation of Polynomials)

এটা বহুপদ ৰাশিৰ চলকৰ মান দিয়া থাকিলে, বহুপদ ৰাশিটোৰ মান উলিয়াব পাৰি। উদাহৰণস্বৰূপে বহুপদ ৰাশি $3x^2-x+2$ ৰ $x=2$ ত মান কি হয় পৰ্যায়ক্ৰমে তলত দেখুওৱা হ'ল। এই ক্ষেত্ৰত আমি এটা চলকৰ বহুপদ ৰাশিতে সীমাবদ্ধ ৰাখিম।

পৰ্যায় 1 ঃ দিয়া মানটো চলকৰ ঠাইত বহুওৱা।

ইয়াত $x=2$, গতিকে আমি পাওঁ, $3\times(2)^2-2+2$

পৰ্যায় 2 ঃ পৰ্যায় 1ত পোৱা সাংখ্যিক ৰাশিটো সৰল কৰা,

$$3\times(2)^2-2+2=3\times4=12$$

গতিকে, যেতিয়া $x=2$ তেতিয়া আমি পাওঁ $3x^2-x+2=12$

আন এটা উদাহৰণ বিবেচনা কৰি পাওঁ,

3.5 উদাহৰণ ঃ মান নিৰ্ণয় কৰা ঃ

(i) $1-x^5+2x^6+7x;\quad x=\frac{1}{2}$ত

(ii) $5x^3+3x^2-4x-4;\quad x=1$ত

সমাধান ঃ

(i) $x=\frac{1}{2}$ হ'লে বহুপদ ৰাশিটোৰ মান

$$=1-\left(\frac{1}{2}\right)^5+2\left(\frac{1}{2}\right)^6+7\times\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$=1-\frac{1}{32}+\frac{1}{32}+\frac{7}{2}$$

$= 1 + \frac{7}{2} \qquad = \frac{9}{2} \qquad = 4\frac{1}{2}.$

(i) $x = 1$ হ'লে বহুপদ ৰাশিটোৰ মান $= 5 \times (1)^3 + 3 \times (1)^2 - 4 \times (1) - 4$

$= 5 + 3 - 4 - 4 \quad = 0$

3.6 বহুপদ ৰাশিৰ শূন্য (Zero of a Polynomial)

এটা চলক বিশিষ্ট যি বহুপদ ৰাশিৰ চলকৰ মানত তাৰ মান শূন্য হয়, তাকে শূন্য বহুপদ ৰাশি বোলে। ওপৰৰ উদাহৰণ 3.5(ii)ত বহুপদ ৰাশি $5x^3 + 3x^2 - 4x - 4$ ৰ $x = 1$ত মান শূন্য। গতিকে $x = 1$, বহুপদ ৰাশি $5x^3 + 3x^2 - 4x - 4$ৰ এটা শূন্য।

আন এটা উদাহৰণ লোৱা হওঁক,

3.7 উদাহৰণ ঃ

দিয়া মানটো বহুপদ ৰাশিটোৰ এটা শূন্য হয়নে?

(i) $x^3 + 3x^2 + 3x + 2; \; x = -1$

(ii) $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1; \; x = 1$

সমাধান ঃ

(i) $x = -1$ হ'লে বহুপদ ৰাশিটো $= (-1)^3 + 3(-1)^2 + 3(-1) + 2$

$= -1 + 3 - 3 + 2 \quad = 1 (\neq o)$

গতিকে $x = -1$ বহুপদ ৰাশিটোৰ এটা শূন্য নহয়।

(ii) $x = 1$ হ'লে, বহুপদ ৰাশিটো $= (1)^4 - 4 \times (1)^3 + 6 \times (1)^2 - 4 \times (1) + 1$

$= 1 - 4 + 6 - 4 + 1 \quad = 0$

গতিকে, $x = 1$ বহুপদ ৰাশিটোৰ এটা শূন্য।

3.2 অগ্ৰগতিৰ খতিয়ান (Check Your Progress)

1. তলৰ একপদ ৰাশি বিলাকৰ মাত্ৰা লিখা ঃ

(i) $\frac{18}{5}x^7$ (ii) $\frac{7}{8}y^3$ (iii) $10x$ (iv) 27

2. তলত দিয়া একপদ ৰাশিবোৰ, সিঁহতৰ মাত্ৰাৰ উৰ্দ্ধক্ৰমত লিখা ঃ

$-3x^6, \frac{2}{9}x^2, 9x, -25x^3, 2.5$

3. তলৰ বহুপদ ৰাশিবোৰৰ প্ৰত্যেকৰে মাত্ৰা নিৰ্ণয় কৰা ঃ

(i) $5x^6y^4+1$ (ii) 10^5+xy^3

(iii) x^2+y^2 (iv) $x^2y+xy^2-3xy+4$

4. তলৰ বহুপদ ৰাশিবোৰৰ চলকৰ উল্লেখিত মানত মান নিৰ্ণয় কৰা ঃ

(i) $x^2-25;\ x=5$ ত (ii) $x^2+3x-5;\ x=-2$ ত

(iii) $\frac{2}{3}x^3+\frac{4}{5}x^2-\frac{7}{5};\ x=-1$ ত (iv) $2x^3-3x^2-3x+12;\ x=-2$ ত।

5. $x=2$ আৰু $x=3$ প্ৰত্যেকে বহুপদ ৰাশি x^2-5x+6 ৰ শূন্য বুলি পৰীক্ষা কৰা।

3.7 বহুপদ ৰাশিৰ যোগ আৰু বিয়োগ (Addition and Subtraction of Polynomials)

তোমালোকে জানা যে বহুপদ ৰাশিবোৰ সদৃশ আৰু বিসদৃশ পদ বোৰেৰে সংযুক্ত। যেতিয়া দুটা বহুপদ ৰাশি যোগ কৰা হয়, ৰাশি দুটাৰ সদৃশ পদবোৰ যোগ কৰা হয়। একেদৰে, এটা বহুপদ ৰাশিৰ পৰা আন এটা বহুপদ ৰাশি বিয়োগ কৰিব লাগিলে এটাৰ সদৃশ পদৰ পৰা আনটোৰ সদৃশ পদ বিয়োগ কৰা হয়। এতিয়া প্ৰশ্ন হয়, "কেনেকৈ আমি সদৃশ পদৰ যোগ নাইবা বিয়োগ কৰো?" উদাহৰণৰ সহায়ত ইয়াক চোৱা যাওক।

ধৰা হ'ল আমি সদৃশ পদ $2x$ আৰু $3x$ যোগ কৰিম। এই যোগ কৰা নিয়মটো পাটীগণিতৰ নিয়মৰ দৰে একেই। আমি জানো যে

$$5\times6+5\times7=5\times(6+7)$$

$$6\times5+7\times5=(6+7)\times5$$

গতিকে, $2x+3x=2\times x+3\times x$

$$=(2+3)\times x$$

$$=5\times x$$

$$=5x$$

একেদৰে,

$$2xy+4xy=(2+4)xy=6xy$$

$$3x^2y+8x^2y=(3+8)x^2y=11x^2y$$

এই একে পদ্ধতিৰে,

$$7\times5-6\times5=(7-6)\times5=1\times5$$

$$\therefore\ 5y-2y=(5-2)\times y=3y$$

আৰু $9x^2y^2-5x^2y^2=(9-5)x^2y^2=4x^2y^2$

ওপৰৰ পৰা আমি ক'ব পাৰো যে—

(i) দুই বা ততোধিক সদৃশ পদৰ যোগফল, এটা সদৃশ পদ যাৰ সাংখ্যিক সহগ হ'ল সদৃশ পদবোৰৰ সাংখ্যিক সহগবোৰৰ যোগফল।

(ii) দুটা সদৃশ পদৰ বিয়োগফল, এটা সদৃশ পদ যাৰ সাংখ্যিক সহগ হ'ল সদৃশ পদ দুটাৰ সাংখ্যিক সহগৰ বিয়োগ ফল।

গতিকে দুই বা ততোধিক বহুপদ ৰাশি যোগ কৰিবলৈ আমি তলৰ পৰ্য্যায়বোৰ লম ঃ

পৰ্যায় 1 ঃ বহুপদ ৰাশিটোৰ সদৃশ পদবোৰ একে লগ কৰা।

পৰ্যায় 2 ঃ সদৃশ পদবোৰ একেলগে যোগ কৰা।

3.8 উদাহৰণ ঃ

যোগ কৰা ঃ $-3x+4$ আৰু $2x^2-7x-2$

সমাধান ঃ

$$(-3x+4)+(2x^2-7x-2)$$
$$=2x^2+(-3x-7x)+(4-2)$$
$$=2x^2+(-3-7)x+2$$
$$=2x^2+(-10)x+2$$
$$=2x^2-10x+2$$
$$\therefore\ (-3x+4)+(2x^2-7x-2)=2x^2-10x+2.$$

বহুপদ ৰাশিবোৰ বেছি ভালকৈ যোগ কৰিব পাৰি, যদি

(i) দিয়া বহুপদ ৰাশিবোৰ এনেভাবে সজোৱা যাতে সিঁহতৰ সদৃশ পদবোৰ এটা স্তম্ভত থাকে আৰু (ii) প্ৰত্যেক স্তম্ভৰ সহগবোৰ যোগ কৰা।

সেয়েহে, উদাহৰণ 3.8ক আমি তলত দিয়া ধৰণে সমাধান কৰিব পাৰো ঃ

$$\begin{array}{r} -3x+4 \\ 2x^2-7x-2 \\ \hline 2x^2+(-3-7)x+(4-2) \end{array}$$

$$\therefore (-3x+4)+(2x^2-7x-2)=2x^2-10x+2$$

3.9 উদাহৰণ ঃ

যোগ কৰা ঃ $5x+3y-\frac{3}{4}$ আৰু $-2x+y+\frac{7}{4}$

সমাধান ঃ

$$\begin{array}{r} 5x+3y-\frac{3}{4} \\ -2x+y+\frac{7}{4} \\ \hline 3x+4y+\left(\frac{7}{4}-\frac{3}{4}\right) \\ \hline =3x+4y+1 \end{array}$$

$$\therefore \left(5x+3y-\frac{3}{4}\right)+\left(-2x+y+\frac{7}{4}\right)=3x+4y+1$$

3.10 উদাহৰণ ঃ

যোগ কৰা ঃ

$$\frac{3}{2}x^3+x^2+x+1 \text{ আৰু } x^4-\frac{1}{2}x^3-3x+1$$

সমাধান ঃ

$$\begin{array}{l} \frac{3}{2}x^3+x^2 \quad +x+1 \\ x^4-\frac{1}{2}x^3 \qquad -3x+1 \\ \hline x^4+\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\right)x^3+x^2+(1-3)x+(1+1) \\ \hline \end{array}$$

$$=x^4+x^3+x^2-2x+2$$

$$\therefore \left(\frac{3}{2}x^3+x^2+1+1\right)+\left(x^4-\frac{1}{2}x^3-3x+1\right)=x^4+x^3+x^2-2x+2$$

এটা বহুপদ ৰাশিৰ পৰা আন এটা বহুপদ ৰাশি বিয়োগ কৰিবলৈ হ'লে, আমি তলত উল্লেখ কৰা পৰ্যায় তিনিটাৰ মাজেৰে যাম ঃ

পৰ্যায় 1 ঃ সদৃশ পদবোৰ এটা স্তম্ভত থকাকৈ বহুপদ ৰাশিবোৰ সজোৱা।

পৰ্যায় 2 ঃ বিয়োগ কৰিবলগীয়া বহুপদ ৰাশিটোৰ প্ৰত্যেক পদৰ চিহ্ন (ধনাত্মকৰ পৰা ঋনাত্মকলৈ আৰু ঋণাত্মকৰ পৰা ধনাত্মকলৈ) পৰিৱৰ্তন কৰা।

পৰ্যায় 3 ঃ প্ৰত্যেক স্তম্ভৰ সদৃশ পদবোৰ পৃথকে পৃথকে যোগ কৰা।

কিছুমান উদাহৰণৰ সহায়ত ইয়াক বুজোৱা হ'ল ঃ

3.11 উদাহৰণ ঃ

বিয়োগ কৰা ঃ

$$9x^2-3x-\frac{2}{7} \text{ ৰ পৰা } -4x^2+3x+\frac{2}{3}$$

সমাধান ঃ

$$\begin{array}{l} 9x^2-3x-\frac{2}{7} \\ -4x^2+3x+\frac{2}{3} \\ \quad + \quad - \quad - \\ \hline (9+4)x^2+(-3-3)x+\left(\frac{-2}{7}-\frac{2}{3}\right) \\ \hline \end{array}$$

$$=13x^2-6x-\frac{20}{21}$$

$$\therefore \left(9x^2-3x-\frac{2}{7}\right)-\left(-4x^2+3x+\frac{2}{3}\right)=13x^2-6x-\frac{20}{21}$$

3.12 উদাহৰণ ঃ

বিয়োগ কৰা ঃ $2x^2-5+11x-x^3$ পৰা $-3x-5x^2+7+3x^3$

সমাধান ঃ

$$\begin{array}{l} -x^3+2x^2+11x-5 \\ 3x^3-5x^2-3x+7 \\ -\quad +\quad +\quad - \\ \hline (-1-3)x^3+(2+5)x^2+(11+3)x+(-5-7) \\ \hline =-4x^3+7x^2+14x-12 \end{array}$$

$$\therefore\ (2x^2-5+11x-x^3)-(-3x-5x^2+7+3x^3)=-4x^3+7x^2+14x-12$$

3.13 উদাহৰণ ঃ

বিয়োগ কৰা ঃ

$15xy+6y^2+7x^2$ ৰ পৰা $12xy-5y^2-9x^2$

আমি ৰাশিবোৰ স্তম্ভত নোলোৱাকৈ পোনে পোনে তলত দিয়া ধৰণে বিয়োগ কৰিব পাৰো ঃ

$$(15xy+6y^2+7x^2)-(12xy-5y^2-9x^2)$$

$$=15xy+6y^2+7x^2-12xy+5y^2+9x^2$$

$$=3xy+11y^2+16x^2$$

এই একে পদ্ধতিৰে, আমি দুতাতকৈ অধিক বহুপদ ৰাশি যোগ কৰিব পাৰো।

3.14 উদাহৰণ ঃ

বহুপদ ৰাশিবোৰ যোগ কৰা ঃ

$3x+4y-5x^2,\ 5y+9x$ আৰু $4x-17y-5x^2$

সমাধান ঃ

$$\begin{array}{l} 3x+4y-5x^2 \\ 9x+5y \\ 4x-17y-5x^2 \\ \hline 16x-8y-10x^2 \end{array}$$

$$\therefore\ (3x+4y-5x^2)+(5y+9x)+(4x-17y-5x^2)=16x-8y-10x^2$$

3.15 উদাহৰণ ঃ

$3x^2-8x+11,\ -2x^2+12x$ আৰু $-4x^2+17$ ৰ যোগফলৰ পৰা x^2-x-1 বিয়োগ কৰা।

সমাধান ঃ

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 8x + 11 \\ -2x^2 + 12x \\ -4x^2 + 17 \\ \hline -3x^2 + 4x + 28 \end{array}$$

এতিয়া

$$\begin{array}{r} -3x^2 + 4x + 28 \\ x^2 - x - 1 \\ \hline -4x^2 + 5x + 29 \end{array}$$

$\therefore$ উলিয়াব লগা বিয়োগ ফল $= -4x^2 + 5x + 29.$

3.3 অগ্ৰগতিৰ খতিয়ান (Check your Progress)

1. তলৰ বহুপদ ৰাশিৰ যোৰবোৰ যোগ কৰা ঃ

   (i) $\frac{2}{3}x^2 + x + 1;\ \frac{3}{7}x^2 + \frac{1}{4}x + 5$

   (ii) $\frac{7}{5}x^3 - x^2 + 1;\ 2x^2 + x - 3$

   (iii) $7x^2 - 3x + 4y;\ 3x^3 + 5x^2 - 4x + \frac{7}{3}y$

   (iv) $2x^3 + 7x^2y - 5xy + 7;\ -2x^2y + 7x^3 - 3xy - 7$

2. যোগ কৰা ঃ

   (i) $x^2 - 3x + 5,\ 5 + 7x - 3x^2$ আৰু $x^2 + 7$

   (ii) $\frac{1}{3}x^2 + \frac{7}{8}x - 5,\ \frac{2}{3}x^2 + 5 + \frac{1}{8}x$ আৰু $-x^2 - x$

   (iii) $a^2 - b^2 + ab,\ b^2 - c^2 + bc$ আৰু $c^2 - a^2 + ca$

   (iv) $2a^2 + 3b^2,\ 5a^2 - 2b^2 + ab$ আৰু $-6a^2 - 5ab + b^2$

3. বিয়োগ কৰা ঃ

   (i) $x^2 - 5x + 2$ ৰ পৰা $7x^3 - 3x^2 + 2$

   (ii) $2y^2 - 5 + 11y - y^3$ ৰ পৰা $3y - 5y^2 + 7 + 3y^3$

(iii) $5z+7-3z^2+5z^3$ ৰ পৰা $2z^3+7z-5z^2+2$

(iv) $5x^3+7x^2+2x-4$ ৰ পৰা $12x^3-3x^2+11x+13$

4. $3a-5b+3ab$ আৰু $2a+4b-5ab$ ৰ যোগফলৰ পৰা $4a-b-ab+3$ বিয়োগ কৰা।

3.8 বহুপদ ৰাশিৰ পূৰণ (Multiplication of Polynomials)

এটা একপদ ৰাশিক আন এটা একপদ ৰাশিৰে পূৰণ কৰিব লাগিলে আমি সূচকৰ আৰু চিহ্নৰ নিয়মবোৰ ব্যৱহাৰ কৰিম। উদাহৰণ স্বৰূপে—

$$3a\times a^2b^2c^2=(3\times 1)\ a^{2+1}\ b^2c^2=3a^3b^2c^2$$

$$-5x\times 2xy^3=(-5\times 2)x^{1+1}\ y^3=-10x^2y^3$$

$$-\frac{1}{2}y^2z\ x\left(-\frac{1}{3}\right)yz=\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)y^{2+1}\ z^{1+1}=\frac{1}{6}y^3z^2$$

এটা বহুপদ ৰাশিক আন এটা একপদ ৰাশিৰে পূৰণ কৰিব লাগিলে আমি বহুপদ ৰাশিটোৰ প্ৰত্যেক পদক একপদ ৰাশিটোৰে পূৰণ কৰো। উদাহৰণ স্বৰূপে—

$$x^2y\times\left(-y^2+2xy+1\right)=x^2y(-y^2)+(x^2y)\times 2xy+(x^2y)\times 1$$

$$=-x^2y^3+2x^3y^2+x^2y$$

এটা বহুপদ ৰাশিক আন এটা বহুপদ ৰাশিৰে পূৰণ কৰিব লাগিলে আমি এটা বহুপদ ৰাশিৰ প্ৰত্যেকটো পদক আনটো বহুপদ ৰাশিৰ প্ৰত্যেকটো পদেৰে পূৰণ কৰো আৰু সদৃশ পদবোৰ একেলগ কৰি সৰল কৰো। সৰল কৰাৰ পাছত পোৱা বহুপদ ৰাশিটোক চলকৰ উৰ্দ্ধ বা অধঃক্ৰমত লিখা হয়। উদাহৰণ স্বৰূপে—

$$(2n+3)(n^2-3n+4)=2n\times n^2+2n\times(-3n)+2n\times 4+3\times n^2+3\times(-3n)+3\times 4$$

$$=2n^3-6n^2+8n+3n^2-9n+12$$

$$=2n^3-3n^2-n+12$$

আকৌ কেইটামান উদাহৰণ লওঁ আঁহা ঃ

3.16 উদাহৰণ ঃ

পূৰণফল উলিওৱা ঃ

$0.2x^2+0.7x+3$ আৰু $0.5x^2-3x$

সমাধান ঃ $(0.2x^2+0.7x+3)\times(0.5x^2-3x)$

$$=0.2x^2\times 0.5x^2+0.2x^2\times(-3x)+0.7x\times 0.5x^2+0.7x\times(-3x)$$

$$+3\times 0.5x^2+3\times(-3x)$$

$$=0.1x^4-0.60x^3+0.35x^3-2.1x^2+1.5x^2-9x$$

$$=0.1x^4-0.25x^3-0.6x^2-9x$$

3.17 উদাহৰণ ঃ পূৰণ কৰা ঃ $2x-3+x^2$ ক $1-x$ ৰে

সমাধান ঃ

$$(x^2+2x-3)\times(-x+1)=x^2\times(-x)+x^2\times(1)+2x\times(-x)+2x\times1-3\times(-x)-3\times(1)$$

$$=-x^3+x^2-2x^2+2x+3x-3$$

$$=-x^3-x^2+5x-3.$$

বিকল্প পদ্ধতি ঃ

$$\begin{array}{rl} x^2+2x-3 & \longleftarrow \text{এটা বহুপদ ৰাশি} \\ -x+1 & \longleftarrow \text{আনটো বহুপদ ৰাশি} \\ \hline -x^3-2x^2+3x & \\ +x^2+2x-3 & \longleftarrow \text{আংশিক গুণফল} \\ \hline -x^3-x^2+5x-3 & \longleftarrow \text{গুণফল} \end{array}$$

3.9 বহুপদ ৰাশিৰ হৰণ (Division of Polynomials)

এটা একপদ ৰাশিক আন এটা একপদ ৰাশিৰে হৰণ কৰিব লাগিলে প্ৰথমতে সূচকৰ নিয়ম ব্যৱহাৰ কৰি সাংখ্যিক সহগ আৰু চলকবোৰৰ পৃথককৈ ভাগফল উলিয়াই শেষত এই ভাগফলবোৰ পূৰণ কৰিব লাগে। উদাহৰণ স্বৰূপে—

(i) $$25x^3y^3\div5x^2y=\frac{25x^3y^3}{5x^2y}=\frac{25}{5}\times\frac{x^3}{x^2}\times\frac{y^3}{y}$$

$$=5\times x^1\times y^2$$

$$=5xy^2$$

(ii) $$-12ax^2\div4x=-\frac{12ax^2}{4x}=\frac{-12}{4}\times\frac{a}{1}\times\frac{x^2}{x}$$

$$=-3ax.$$

এটা বহুপদ ৰাশিক একপদ ৰাশিৰে হৰণ কৰিব লাগিলে, বহুপদ ৰাশিটোৰ প্ৰত্যেক পদক একপদ ৰাশিটোৰে হৰণ কৰিব লাগে। উদাহৰণস্বৰূপে—

(i) $$(15x^3-3x^2+18x)\div3x=\frac{15x^3}{3x}-\frac{3x^2}{3x}+\frac{18x}{3x}$$

$$=5x^2-x+6$$

(ii) $$(-8x^2+10x)\div(-2x)=\frac{-8x^2}{-2x}+\frac{10x}{-2x}$$

$$=\left(\frac{-8}{-2}\right)\left(\frac{x^2}{x}\right)+\frac{10}{(-2)}\times\frac{x}{x}\qquad=4x-5$$

এটা বহুপদ ৰাশিক আন এটা বহুপদ ৰাশিৰে হৰণ কৰা নিয়ম পাটীগণিতৰ নিয়মৰ দৰে একে। তোমালোকে 20ক 3ৰে হৰণ কৰা নিয়মটো মনত পেলোৱা।

```
                 6  <------ ভাগফল
ভাজক ------> 3 | 20  <------ ভাজ্য
                 | 18
                 ----
                  2  <------ ভাগশেষ
```

এটা বহুপদ ৰাশিক আন এটা বহুপদ ৰাশিৰে ভাগ কৰা পৰ্যায়বোৰ এটা উদাহৰণৰ সহায়ত তলত ব্যাখ্যা কৰা হ'ল।

$2x^2+5x+3$ক $2x+3$ ৰে ভাগ কৰা।

$$2x+3\,\overline{|\,2x^2+5x+3}$$

পৰ্যায় 1 ঃ দুয়োটা বহুপদ ৰাশিৰ পদবোৰ চলকৰ ঘাতৰ অধঃক্ৰমত সজোৱা।

$$2x+3\,\overline{|\,2x^2+5x+3}$$

পৰ্যায় 2 ঃ ভাগফলৰ প্ৰথম পদটো পাবলৈ ভাজ্যৰ প্ৰথম পদটোক ভাজকৰ প্ৰথম পদটোৰে হৰণ কৰা।

$$\begin{array}{r|l} & x \\ \hline 2x+3 & 2x^2+5x+3 \\ & 2x^2+3x \\ & - \quad - \\ \hline & 2x+3 \end{array}$$

পৰ্যায় 3 ঃ ভাগশেষ (যিটো পিছত ভাজ্য হ'ব) পাবলৈ ভাগফলৰ প্ৰথম পদটোৰে ভাজকৰ প্ৰত্যেকটো পদকে পূৰণ কৰি ফলটো ভাজ্যৰ পৰা বিয়োগ কৰিব লাগে।

$$\begin{array}{r|l} & x+1 \\ \hline 2x+3 & 2x^2+5x+3 \\ & 2x^2+3x \\ & - \quad - \\ \hline & 2x+3 \\ & 2x+3 \\ & - \quad - \\ \hline & 0 \end{array}$$

পৰ্যায় 4 ঃ পিছৰ ভাজ্যৰ প্ৰথম পদটোক ভাজকৰ প্ৰথম পদটোৰে হৰণ কৰি পোৱা ফলটোক ভাগফলৰ দ্বিতীয় পদ হিচাপে লিখা।

পৰ্যায় 5 ঃ ভাগফলৰ দ্বিতীয় পদটোৰে ভাজকৰ আটাইবোৰ পদ পূৰণ কৰি পোৱা ফলটোক পিছৰ ভাজ্যৰ পৰা বিয়োগ কৰিব লাগে।

পৰ্যায় 6 ঃ ভাগশেষ বহুপদ ৰাশিটো হয় শূণ্য নতুবা চলকৰ উচ্চতম সূচকটো ভাজকৰ উচ্চতম সূচকতকৈ সৰু নোহোৱা পৰ্যন্ত পৰ্যায় 4 আৰু 5ৰ পুনৰাবৃত্তি হ'ব।

ওপৰৰ উদাহৰণটোত ভাগফল $x+1$ আৰু ভাগশেষ 0।

আকৌ কেইটামান উদাহৰণ লওঁ আহা ঃ

3.18 উদাহৰণ

x^3-1ক $x-1$ৰে হৰণ কৰা।

সমাধান ঃ

$\therefore$ ভাগফল $=x^2+x+1$

ভাগশেষ = 0

$$\begin{array}{r|l} & x^2+x+1 \\ \hline x-1 & x^3-1 \\ & x^3 \quad -x^2 \\ & - \quad + \\ \hline & x^2-1 \\ & x^2 \quad -x \\ & - \quad + \\ \hline & x-1 \\ & x-1 \\ & - \quad + \\ \hline & 0 \end{array}$$

3.19 উদাহৰণ ঃ

$5x-11-12x^2+2x^3$ ক $2x-5$ ৰে হৰণ কৰা।

সমাধান ঃ ভাজ্যক xৰ অধঃ ক্ৰমত সজাই পাওঁ ঃ

$$2x^3-12x^2+5x-11$$

এতিয়া

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2-\frac{7}{2}x-\frac{25}{4} \\
\hline
2x-5 & 2x^3-12x^2+5x-11 \\
 & \underline{2x^3-5x^2} \\
 & \quad -7x^2+5x-11 \\
 & \quad \underline{-7x^2+\frac{35}{2}x} \\
 & \qquad -\frac{25x}{2}-11 \\
 & \qquad \underline{-\frac{25x}{2}+\frac{125}{4}} \\
 & \qquad\qquad -\frac{169}{4}
\end{array}
$$

$\therefore$ ভাগফল $=x^2-\frac{7}{2}x-\frac{25}{4}$

ভাগশেষ $=-\frac{169}{4}$.

3.4 অগ্ৰগতিৰ খতিয়ান (Check your Progress)

1. পূৰণ কৰা ঃ

(i) $9b^2c^2$ ক $3b$ ৰে

(ii) $5x^3y^5$ ক $-2xy$ ৰে

(iii) $2xy+y^2$ ক $-5x$ ৰে

(iv) $x+5y$ ক $x-3y$ ৰে

2. ভাগফলটো লিখা ঃ

(i) $x^5y^3 \div x^2y^2$

(ii) $-28y^7z^2 \div (-4y^3z^2)$

(iii) $(a^4+a^3b^5) \div a^2$

(iv) $-15b^5c^6 \div 3b^2c^4$

3. হৰণ কৰি ভাগফল আৰু ভাগশেষ লিখা ঃ

(i) x^2-1ক $x+1$ৰে (ii) x^2-x+1 ক $x+1$ৰে

(iii) $6x^2-5x+1$ক $2x-1$ ৰে (iv) $2x^3+4x^2+3x+1$ক $x+1$ৰে

তুমি কি শিকিলা (Let us Sum up)

- বিভিন্ন মান থকা এটা আক্ষৰিক সংখ্যা (অজ্ঞাত ৰাশি)ক চলক বুলি কোৱা হয়।
- ধ্ৰুৱক এটা স্থিৰ সংখ্যা।
- এটা বীজগণিতীয় ৰাশি হ'ল সংখ্যা, চলক আৰু পাটীগণিতীয় প্ৰক্ৰিয়াৰ সংযোগ।
- এটা পদৰ যেনে $2xy$ৰ সাংখ্যিক সহগ 2, xৰ সহগ $2y$আৰু yৰ সহগ $2x$.
- অ-ঋণাত্মক xৰ সাংখ্যিক সহগ 1 আৰু $-x$ ৰ সাংখ্যিক সহগ -1.
- এটা বীজগণিতীয় ৰাশিৰ, যাৰ চলক (বা চলকবোৰ) হৰত নাথাকে, চলকৰ সূচকবোৰ পূৰ্ণ সংখ্যা আৰু বিভিন্ন পদৰ সাংখ্যিক সহগবোৰ বাস্তৱ সংখ্যা হয়, তাকে বহুপদ ৰাশি বোলে।
- এটা চলকযুক্ত xৰ বহুপদ ৰাশি এটাৰ আদৰ্শ ৰূপ (বা আকাৰ) হ'ল ঃ

  $a_0+a_1x+a_2x^2+.....+a_nx^n$ য'ত $a_0, a_1, a_2, ...a_n$ বাস্তৱ সংখ্যা আৰু $n, n-1, n-2, ...3,2,1,0$ এইবোৰ পূৰ্ণ সংখ্যা।
- এটা বীজগণিতীয় ৰাশি বা বহুপদ ৰাশিত যদি এটা পদ থাকে তাকে একপদ ৰাশি, যদি দুটা পদ থাকে তাকে দ্বিপদ ৰাশি আৰু যদি তিনিটা পদ থাকে তাকে ত্ৰিপদ ৰাশি বোলে।
- এটা বীজগণিতীয় ৰাশি বা বহুপদ ৰাশিৰ পদবোৰৰ চলকবোৰ একে আৰু চলকৰ সূচকবোৰ একে হয়, তাকে সদৃশ পদ বোলে। পদবোৰ সদৃশ নহ'লে তাক বিসদৃশ পদ বোলে।
- এটা পদৰ চলকবোৰৰ সূচকৰ সমষ্টিক সেই পদটোৰ মাত্ৰা (degree) বোলে।
- এটা বহুপদ ৰাশিৰ পদবোৰৰ যিটো পদৰ মাত্ৰা আটাইতকৈ ডাঙৰ তাকে বহুপদ ৰাশিটোৰ মাত্ৰা বোলে।
- এটা অ-শূন্য ধ্ৰুৱক বহুপদ ৰাশিৰ মাত্ৰা শূন্য।
- এটা বীজগণিতীয় বা বহুপদ ৰাশিৰ চলকৰ ঠাইত তাৰ সাংখ্যিক মান বহুৱাই পোৱা মানটোক বহুপদ ৰাশিৰ মান নিৰ্ণয় কৰা বোলে।
- চলকৰ যিবোৰ মানত বহুপদ ৰাশিৰ মান শূন্য হয়, তাক বহুপদ ৰাশিটোৰ শূন্য বোলে।
- দুটা সদৃশ পদৰ যোগফল এটা সদৃশ পদ, যাৰ সাংখ্যিক সহগ সদৃশ পদ দুটাৰ সাংখ্যিক সহগৰ যোগফল।
- দুটা সদৃশ পদৰ বিয়োগ ফল এটা সদৃশ পদ, যাৰ সাংখ্যিক সহগ সদৃশ পদ দুটাৰ সাংখ্যিক সহগৰ বিয়োগফল।

- এটা বহুপদ ৰাশিক আন এটা বহুপদ ৰাশিৰে পূৰণ বা হৰণ কৰিবলৈ হ'লে বহুপদ ৰাশিটোত সূচক আৰু চিহ্নৰ নিয়ম ব্যৱহাৰ কৰি প্ৰত্যেক পদকে বেলেগে বেলেগে পূৰণ বা হৰণ কৰিব লাগে।
- এটা বহুপদ ৰাশিক আন এটা বহুপদ ৰাশিৰে পূৰণ কৰিব লাগিলে, এটা বহুপদ ৰাশিৰ প্ৰত্যেকটো পদক আনটো বহুপদ ৰাশিৰ প্ৰত্যেকটো পদেৰে পূৰণ কৰিব লাগে আৰু সদৃশ পদবোৰ একেলগ কৰি সৰল কৰিব লাগে।
- এটা বহুপদ ৰাশিক আন এটা বহুপদ ৰাশিৰে হৰণ কৰিবলৈ হ'লে, প্ৰথমতে দুয়োটা বহুপদ ৰাশিৰ পদবোৰ চলকৰ ঘাতৰ অধঃক্ৰমত সজাই ল'ব লাগে আৰু হৰণৰ পৰ্যায়মতে হৰণ কৰিব লাগে, এই নিয়মটো পাটীগণিতত সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত কৰা নিয়মৰ দৰে একে।

পাঠ সমাপ্তি অনুশীলনী (Terminal Exercise)

1. শুদ্ধ উক্তিটোৰ বিপৰীতে (✓) চিন দিয়া ঃ

(i) $6x^4y^2$ত x^4ৰ সহগ

(a) 6 (b) y^2 (c) $6y^2$ (d) 4

(ii) একপদ ৰাশি $-x^2y^4$ৰ সাংখ্যিক সহগ

(a) 2 (b) 6 (c) 1 (d) -1

(iii) তলৰ কোনবোৰ বীজগণিতীয় ৰাশি বহুপদ ৰাশি?

(a) $\frac{1}{\sqrt{2}}x^2-\sqrt{8}+3.7x$ (b) $2x+\frac{1}{2x}-4$

(c) $(x^2-2y^2)\div(x^2+y^2)$ (d) $6+\sqrt{x}-x-15x^2$

(iv) $1-\sqrt{2}a^2b^3-(7a)(2b)+\sqrt{3}b^2$, এই ৰাশিটোত কিমানটা পদ আছে?

(a) 5 (b) 4 (c) 3 (d) 2

(v) তলৰ কোনবোৰ দ্বিপদ ৰাশি?

(a) $2x^2y^2$ (b) x^2+y^2-2xy

(c) $2+x^2+y^2+2x^2y^2$ (d) $1-3xy^3$

(vi) তলৰ কোনবোৰ যোৰ সদৃশ?

(a) $2a, 2b$ (b) $2xy^3,\ 2x^3y$

(c) $3x^2y, \frac{1}{\sqrt{2}}yx^2$ (d) $8, 16a$

(vii) $x^2-2x-15$ বহুপদ ৰাশিটোৰ এটা শূন্য

(a) $x=-5$ (b) $x=-3$ (c) $x=0$ (d) $x=3$

(viii) $x^3y^4+9x^6-8y^5+17$ বহুপদ ৰাশিটোৰ মাত্ৰা

(a) 7 (b) 17 (c) 5 (d) 6

2. চলক আৰু চিহ্নৰ প্ৰক্ৰিয়া ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ প্ৰত্যেকটো মৌখিক উক্তিক বীজগণিতীয় উক্তিত প্ৰকাশ কৰা ঃ

(i) এটা সংখ্যাক তাৰ নিজৰ লগত যোগ কৰিলে ছয় পোৱা যায়।

(ii) এটা সংখ্যাৰ তিনিগুণৰ পৰা চাৰি বিয়োগ কৰিলে এঘাৰ হয়।

(iii) দুটা ক্ৰমিক অযুগ্ম সংখ্যাৰ পূৰণফল পয়ঁত্ৰিছ।

(iv) এটা সংখ্যাৰ এক তৃতীয়াংশ সংখ্যাটোৰ এক পঞ্চমাংশতকৈ দুই বেছি।

3. তলৰ বহুপদ ৰাশিবোৰৰ প্ৰত্যেকৰে মাত্ৰা নিৰ্ণয় কৰা।

(i) 3^{27} (ii) $x+7x^2y^2-6xy^5-18$

(iii) a^4x+bx^3; য'ত a, b ধ্ৰুৱক।

(iv) $c^6-a^3x^2y^2-b^2x^3y$ য'ত a, b আৰু c ধ্ৰুৱক।

4. উল্লেখিত মানবোৰ তলৰ বহুপদ ৰাশিবোৰৰ শূন্য হয়নে নহয় নিৰ্ণয় কৰা।

(i) $x^2+3x-40;\ x=8$

(ii) $x^6-1;\ x=-1$

5. চলকৰ উল্লেখ কৰা মানত তলৰ বহুপদ ৰাশিবোৰৰ মান উলিওৱা।

(i) $2x-\frac{3}{2}x^2+\frac{4}{5}x^5+7x^3;\ x=\frac{1}{2}$ ত

(ii) $\frac{4}{5}y^3+\frac{1}{5}y^2-6y-65;\ y=-5$ ত

6. $n=10$ হ'লে $\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{2}n$ ৰ মান উলিওৱা আৰু এই মানটো প্ৰথম দহটা স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ যোগফলৰ সমান বুলি পৰীক্ষা কৰা।

7. যোগ কৰা ঃ

(i) $\frac{7}{3}x^3+\frac{2}{5}x^2-3x+\frac{7}{5}$ আৰু $\frac{2}{3}x^3+\frac{3}{5}x^2-3x+\frac{3}{5}$

(ii) x^2+y^2+4xy আৰু $2y^2-4xy$

(iii) x^3+6x^2+4xy আৰু $7x^2+8x^3+y^2+y^3$

(iv) $2x^5+3x+\frac{2}{3}$ আৰু $-3x^5+\frac{2}{5}x-3.$

8. বিয়োগ কৰা ঃ

(i) 0 ৰ পৰা $-x^2+y^2-xy$ (ii) $a-b+c$ ৰ পৰা $a+b-c$

(iii) y^2x-x^2-y ৰ পৰা x^2-y^2x+y (iv) $3m^2-3mn+8$ ৰ পৰা $-m^2+3mn$

9. $2x^2+3xy$ পাবলৈ x^2+xy+y^2 ৰ লগত কি যোগ কৰিব লাগিব?

10. $11x-16y+7$ পাবলৈ $-13x+5y-8$ ৰ পৰা কি বিয়োগ কৰিব লাগিব?

11. দুটা বহুপদ ৰাশিৰ যোগফল $x^2-y^2-2xy+y-7$; যদি তাৰে এটা $2x^2+3y^2-7y+1$ হয়, তেনেহ'লে আনটো নিৰ্ণয় কৰা।

12. যদি $A=3x^2-7x+8$, $B=x^2+8x-3$, আৰু $C = 5x^2 - 3x + 2$, তেনেহ'লে $B+C-A$ নিৰ্ণয় কৰা।

13. $3x-y+2xy$ আৰু $-y-xy$ ৰ সমষ্টিৰ পৰা $3x-y-xy$ বিয়োগ কৰা। উক্ত ফলটোৰ xৰ সহগ কি?

14. পূৰণ কৰা ঃ

(i) a^2-5a-6 ক $2a+1$ ৰে (ii) $4x^2+16x+15$ ক $x-3$ ৰে

(iii) a^2-2a+1 ক $a-1$ ৰে (iv) $a^2+2ab+b^2$ ক $a-b$ ৰে

(v) x^2-1 ক $2x^2+1$ ৰে (vi) $x^2 - x + 1$ ক $x + 1$ ৰে

(vii) $x^2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{6}$ ক $x-\frac{7}{6}$ ৰে (viii) $\frac{2}{3}x^2+\frac{5}{4}x-3$ ক $3x^2+4x+1$ ৰে

15. (x^2+xy+y^2) আৰু $(x-y)$ ৰ গুণফলৰ পৰা (x^2-xy+y^2) আৰু $(x+y)$ ৰ গুণফলটো বিয়োগ কৰা।

16. হৰণ কৰা ঃ

(i) $8x^3+y^3$ ক $2x+y$ ৰে (ii) $7x^3+18x^2+18x-5$ ক $3x+5$ ৰে

(iii) $20x^2-15x^3y^6$ ক $5x^2$ ৰে (iv) $35a^3-21a^4b$ ক $(-7a^3)$ ৰে

(v) x^3-3x^2+5x-8 ক $x-2$ ৰে (vi) $8y^2+38y+35$ ক $2y+7$ ৰে

প্ৰত্যেক ক্ষেত্ৰত, ভাগফল আৰু ভাগশেষ লিখা।

পাঠৰ অন্তৰ্গত প্ৰশ্নাৱলীৰ উত্তৰ (Answers to Check Your Progress)

3.1.

1. (i) y ; 1 (ii) $x, y; \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, 7$ (iii) $x, y; \frac{4}{5}$

(iv) $x, y; \frac{2}{5}, \frac{1}{2}$ (v) $x, y; 2, -8$ (vi) x; কোনটো নহয়

2. (i) 2 (ii) $2y$ (iii) $2x^2$

3. (i) $x-3=15$ (ii) $x+5=22$

4. (i) 2, abc (ii) a, b, c, 2

(iii) $x^2y, -2xy^2, -\frac{1}{2}$ (iv) $\frac{1}{8}x^3y^2$

5. (i) $-xy^2, \frac{1}{3}y^2x$ (ii) $-3ab, +ab$ (iii) সদৃশ পদ নাই

6. (i), (ii) আৰু (v)

7. একপদ ৰাশি ঃ (ii) আৰু (vi)

দ্বিপদ ৰাশি ঃ (i) আৰু (v)

ত্ৰিপদ ৰাশি ঃ (iii) আৰু (iv)

3.2

1. (i) 7 (ii) 3 (iii) 1 (iv) 0

2. $2.5, 9x, \frac{2}{9}x^2, -25x^3, -3x^6$

3. (i) 10 (ii) 4 (iii) 2 (iv) 3

4. (i) 0 (ii) -7 (iii) $-\frac{19}{15}$ (iv) 6

3.3

1. (i) $\frac{23}{11}x^2+\frac{5}{4}x+6$ (ii) $\frac{7}{5}x^3+x^2+x-2$

(iii) $3x^3+12x^2-7x+\frac{19}{3}y$ (iv) $9x^3+5x^2y-8xy$

2. (i) $-x^2+4x+17$ (ii) 0

(iii) $ab+bc+ca$ (iv) a^2+2b^2-4ab

3. (i) $-7x^3+4x^2-5x$ (ii) $-4y^3+7y^2+8y-12$

(iii) $3z^3+2z^2-2z+5$ (iv) $-7x^3+10x^2-9x-17$

4. $a-ab-3$

3.4

1. (i) $27b^3c^2$ (ii) $-10x^4y^6$

(iii) $-10x^2y-5xy^2$ (iv) $x^2+2xy-15y^2$

2. (i) x^3y (ii) $7y^4$ (iii) a^2+ab^5 (iv) $-5b^3c^2$

3. (i) $x-1; 0$ (ii) $x-2; 3$ (iii) $3x-1; 0$ (iv) $2x^2+2x+1; 0$

পাঠৰ অন্তৰ্গত প্ৰশ্নাৱলীৰ উত্তৰ (Answers to Check Your Progress)

1. (i) c (ii) d (iii) a (iv) b (v) d (vi) c (vii) b (viii) a
2. (i) $y+y=6$ (ii) $3y-4=11$
   (iii) $z(z+2)=35$ (iv) $\frac{x}{3}-\frac{x}{5}=2$
3. (i) 0 (ii) 6 (iii) 3 (iv) 4
4. (i) নহয় (ii) হয়
5. (i) $\frac{37}{24}$ (ii) 0
6. 55
7. (i) $3x^3+x^2-6x+2$ (ii) x^2+3y^2
   (iii) $9x^3+13x^2+4xy+y^2+y^3$ (iv) $-x^5+\frac{17}{5}x-\frac{7}{3}$
8. (i) x^2-y^2+xy (ii) $2c-2b$
   (iii) $2y^2x-2x^2-2y$ (iv) $4m^2-6mn+8$
9. $x^2+2xy-y^2$
10. $-24x+21y-15$
11. $-x^2-4y^2-2xy+8y-8$
12. $-7x^2+12x-9$
13. $2xy-y;\ 2y$
14. (i) $2a^3+11a^2-7a-6$ (ii) $4x^3+4x^2-33x-45$
    (iii) a^3-3a^2+3a-1 (iv) $a^3+a^2b-ab^2-b^3$
    (v) $2x^4-x^2-1$ (vi) x^3+1
    (vii) $x^3-\frac{13}{12}x^2-\frac{x}{3}-\frac{35}{24}$ (viii) $2x^4+\frac{77}{12}x^3-\frac{10}{3}x^2-\frac{43}{4}x-3$
15. $-2y^3$
16. (i) $4x^2-2xy+y^2;\ 0$ (ii) $9x^2-9x+21;\ -110$
    (iii) $4-3xy^6;\ 0$ (iv) $-5+3ab;\ 0$
    (v) $x^2+x+3;\ -2$ (vi) $4y+5;\ 0$