পাঠ-6

দ্বিঘাত সমীকৰণ
(Quadratic Equations)

এই পাঠটোত তোমালোকে দ্বিঘাত সমীকৰণৰ বিষয়ে শিকিবলৈ পাবা। লগতে কিছুমান সমীকৰণৰ সংগ্ৰহৰ পৰা দ্বিঘাত সমীকৰণ চিনাক্ত কৰিবলৈ আৰু সেইবোৰক আদৰ্শ ৰূপত (Standard form) লিখিবলৈও শিকিবা। ইয়াত তোমালোকে দ্বিঘাত সমীকৰণ সমাধান কৰিবলৈ শিকাৰ লগতে শব্দৰে বা বাক্যৰে প্ৰকাশ কৰা প্ৰশ্নবোৰ দ্বিঘাত সমীকৰণত প্ৰকাশ কৰি ইয়াৰ সহায়ত সমাধান কৰিব পাৰিবা।

উদ্দেশ্য (Objectives)

পাঠটি পঢ়ি জানিব পাৰিবা ঃ

- কিছুমান সমীকৰণ সংগ্ৰহৰ পৰা দ্বিঘাত সমীকৰণ চিনাক্তকৰণ।
- দ্বিঘাত সমীকৰণবোৰক আদৰ্শ ৰূপত লিখা।
- দ্বিঘাত সমীকৰণ সমাধান কৰা পদ্ধতি (i) উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতি আৰু (ii) সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰা পদ্ধতি।
- শব্দৰে বা বাক্যৰে লিখা প্ৰশ্নবোৰ দ্বিঘাত সমীকৰণ ব্যৱহাৰ কৰি সমাধান।

আৱশ্যকীয় প্ৰাৰম্ভিক জ্ঞান (Expected Background Knowledge)

- বহুপদ ৰাশি,
- বহুপদ ৰাশিৰ শূন্য,
- ৰৈখিক সমীকৰণ আৰু তাৰ সমাধান,
- বহুপদ ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ,

6.1 দ্বিঘাত সমীকৰণ (Quadratic Equations)

তোমালোকে ইতিমধ্যে 2 মাত্ৰাৰ বহুপদ ৰাশি পাই আহিছা। এটা দ্বিতীয় মাত্ৰাৰ বহুপদ ৰাশিক দ্বিঘাত ৰাশি বোলে। যেতিয়া এটা দ্বিঘাত বহুপদ ৰাশি শূন্যৰ সমান হয়, তেতিয়া ইয়াক দ্বিঘাত সমীকৰণ বুলি কোৱা হয়। এই পাঠটোত তোমালোকে মাত্ৰ এটা চলক যুক্ত দ্বিঘাত সমীকৰণৰ বিষয়ে শিকিবা।

কিছুমান সমীকৰণৰ মাজৰ পৰা দ্বিঘাত সমীকৰণ চিনাক্ত কৰিবলৈ কেইটামান উদাহৰণ দিয়া হ'ল ঃ

উদাহৰণ 6.1 ঃ

তলৰ কোনবোৰ দ্বিঘাত সমীকৰণ?

(i) $3x^2 = 5$ (ii) $x^2 + 2x + 3 = 0$

(iii) $x^3 + 1 = 3x^2$ (iv) $(x+1)(x+3) = 2x+1$

(v) $x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$ (vi) $x^2 + \sqrt{x} + 1 = 0$

সমাধান ঃ

(i) এইটো এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ। যিহেতু $3x^2 = 5$ ক $3x^2 - 5 = 0$ ৰে লিখিব পাৰি আৰু $3x^2 - 5$ এটা দ্বিঘাত বহুপদ ৰাশি।

(ii) এইটো এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ কাৰণ $x^2 + 2x + 3$ এটা দ্বিতীয় মাত্ৰাৰ বহুপদ ৰাশি।

(iii) $x^3 + 1 = 3x$ ক $x^3 - 3x + 1 = 0$ ৰে লিখিব পাৰি। ইয়াত বাওঁ পক্ষটো এটা দ্বিঘাত বহুপদ ৰাশি নহয় কাৰণ xৰ উচ্চতম সূচক 3; সেইকাৰণে প্ৰদত্ত সমীকৰণটো এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ নহয়।

(iv) $(x+1)(x+3) = 2x+1$ এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ, কাৰণ এই সমীকৰণটো আমি তলত দিয়া ধৰণে লিখিব পাৰো ঃ

$$x^2 + 4x + 3 = 2x + 1$$

বা $$x^2 + 2x + 2 = 0$$

এতিয়া বাওঁপক্ষটো এটা দ্বিতীয় মাত্ৰাৰ বহুপদ ৰাশি, গতিকে $(x+1)(x+3) = 2x+1$ এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ।

(v) $x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$ এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ নহয়।

ইয়াক অৱশ্যে তলত দেখুৱাৰ দৰে দ্বিঘাত সমীকৰণলৈ ৰূপান্তৰ কৰিব পাৰি ঃ

$$x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$$

বা $$\frac{x^2+1}{x} = \frac{5}{2}; x \neq 0$$

বা $$2(x^2+1) = 5x; x \neq 0$$

বা $$2x^2 - 5x + 2 = 0; x \neq 0$$

(vi) $x^2 + \sqrt{x} + 1 = 0$ এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ নহয়, কাৰণ $x^2 + \sqrt{x} + 1$ এটা দ্বিঘাত বহুপদ ৰাশি নহয় (কিয়?)

অগ্ৰগতিৰ খতিয়ান 6.1 (Check Your Progress)

1. তলৰ কোনবোৰ দ্বিঘাত সমীকৰণ?

(i) $3x^2 + 5 = x^3 + x$ (ii) $\sqrt{3}x^2 + 5x + 2 = 0$

(iii) $(5y + 1)(3y - 1) = y + 1$ (iv) $\frac{x^2+1}{x+1} = \frac{5}{2}$

(v) $3x + 2x^2 = 5x - 4$

6.2 দ্বিঘাত সমীকৰণ এটাৰ আদৰ্শ ৰূপ (Standard form of a Quadratic Equation)

$ax^2 + bx + c = 0$; $a > 0$ আৰু a, b, c ধ্ৰুৱক আকাৰৰ সমীকৰণক দ্বিঘাত সমীকৰণৰ আদৰ্শ ৰূপ বোলা হয়।

প্ৰত্যেক দ্বিঘাত সমীকৰণক আদৰ্শ ৰূপত লিখিব পাৰি।

উদাহৰণ 6.2 ঃ তলৰ কোনবোৰ দ্বিঘাত সমীকৰণ আদৰ্শ ৰূপত আছে? যিবোৰ আদৰ্শ ৰূপত নাই, সেইবোৰক আদৰ্শ ৰূপত প্ৰকাশ কৰা।

(i) $2 + 3x + 5x^2 = 0$ (ii) $3x^2 - 5x + 2 = 0$

(iii) $7y^2 - 5y = 2y + 3$ (iv) $(z+1)(z+2) = 3z + 1$

সমাধান ঃ

(i) এইটো আদৰ্শ ৰূপত নাই। ইয়াৰ আদৰ্শ ৰূপটো হ'ব ঃ $5x^2 + 3x + 2 = 0$

(ii) এইটো আদৰ্শ ৰূপত আছে।

(iii) এইটো আদৰ্শ ৰূপত নাই। ইয়াৰ আদৰ্শ ৰূপটো হ'ব ঃ $7y^2 - 7y - 3 = 0$

(iv) এইটো আদৰ্শ ৰূপত নাই। ইয়াত সমীকৰণটো হ'ল ঃ $(z+1)(z+2) = 3z + 1$

বা $z^2 + 3z + 2 = 3z + 1$

বা $z^2 + 1 = 0$

বা $z^2 + oz + 1 = 0$

এইটোৱেই সমীকৰণটোৰ আদৰ্শ ৰূপ।

অগ্ৰগতিৰ খতিয়ান 6.2 (Check Your Progress)

1. তলৰ কোনবোৰ দ্বিঘাত সমীকৰণ আদৰ্শ ৰূপত আছে? যিবোৰ আদৰ্শ ৰূপত নাই, সেইবোৰক আদৰ্শ ৰূপত লিখা ঃ

(i) $3y^2 - 2 = y + 1$ (ii) $5 - 3x - 2x^2 = 0$

(iii) $(3t - 1)(3t + 1) = 0$ (iv) $5 - x = 3x^2$

6.3 দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সমাধান (Solution of a Quadratic Equation)

তোমালোকে ইতিমধ্যে বহুপদ ৰাশিৰ শূন্যৰ বিষয়ে শিকি আহিছা। বহুপদ ৰাশিৰ শূন্য এনেকুৱা এটা বাস্তৱ সংখ্যা যে যেতিয়া বহুপদ ৰাশিৰ চলকৰ ঠাইত ইয়াক বহুওৱা হয় তেতিয়া বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূণ্য হয়। দ্বিঘাত সমীকৰণৰ ক্ষেত্ৰত চলকৰ কোনো মানত সমীকৰণটোৰ বাওঁপক্ষ আৰু সোঁপক্ষ সমান হ'লে চলকৰ সেই মানটোক দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ এটা মূল বুলি কোৱা হয়। তোমালোকে ইয়াকো শিকিছা যে $p(x)$ বহুপদ ৰাশিটোৰ $x = \alpha$ এটা শূন্য হ'লে, $(x - \alpha)$ বহুপদ ৰাশি $p(x)$ ৰ এটা উৎপাদক হয়। বিপৰীত ক্ৰমে, যদি $(x - \alpha)$ বহুপদ ৰাশি $p(x)$ ৰ এটা উৎপাদক হয় তেতিয়া $x = \alpha$ বহুপদ ৰাশিটোৰ এটা শূন্য। তোমালোকে দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সমাধান উলিয়াবলৈ এই ফলবোৰ ব্যৱহাৰ কৰিবা। দ্বিঘাত সমীকৰণ সমাধান কৰিবলৈ দুটা বীজগণিতীয় পদ্ধতি আছে। পদ্ধতি দুটা হ'ল (i) উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতি আৰু (ii) দ্বিঘাত সূত্ৰ প্ৰয়োগ পদ্ধতি।

উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতি ঃ

এতিয়া আমি এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতিৰে বৈখিক উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰি কেনেকৈ সমাধান কৰিব পাৰি তাকে শিকিম। এই নিয়মটো তলত উদাহৰণৰ সৈতে ব্যাখ্যা কৰা হ'ল।

উদাহৰণ 6.3 ঃ $(x - 4)(x + 3) = 0$ সমীকৰণটো সমাধান কৰা।

সমাধান ঃ যিহেতু, $(x - 4)(x + 3) = 0$

গতিকে, হয় $x - 4 = 0$ বা $x + 3 = 0$

বা $x = 4$, বা $x = -3$

গতিকে $x = 4$ আৰু $x = -3$ সমীকৰণটোৰ সমাধান।

উদাহৰণ 6.4 ঃ

উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতিৰে $6x^2 + 7x - 3 = 0$ সমীকৰণটো সমাধান কৰা।

সমাধান ঃ দিয়া আছে,

$6x^2 + 7x - 3 = 0$

বা $6x^2 + 9x - 2x - 3 = 0$ যিহেতু $6 \times (-3) = -18$ আৰু $-18 = 9 \times (-2)$ আৰু $9 - 2 = 7$]

বা $3x(2x + 3) - 1(2x + 3) = 0$

বা $(2x + 3)(3x - 1) = 0$

$\therefore 2x + 3 = 0$ বা $3x - 1 = 0$

$\Rightarrow x = -\frac{3}{2}$ আৰু $x = \frac{1}{3}$

গতিকে, $x = -\frac{3}{2}$ আৰু $x = \frac{1}{3}$ প্ৰদত্ত সমীকৰণটোৰ সমাধান।

উদাহৰণ 6.5 ঃ সমাধান কৰা ঃ $x^2+2x+1=0$

সমাধান ঃ ইয়াত $x^2+2x+1=0$

বা $(x+1)^2=0$

বা $x+1=0$

বা $x=-1$

গতিকে $x=-1$, ইয়াৰ একমাত্ৰ সমাধান।

টোকা ঃ তোমালোকে পাই আহিছা যে উদাহৰণ 6.3 আৰু 6.4 ত থকা সমীকৰণৰ দুটা ভিন্ন সমাধান আছে। কিন্তু উদাহৰণ 6.5ত মাত্ৰ এটাহে সমাধান পাইছা। আমি কম যে ইয়াৰো দুটা সমাধান আছে আৰু সমাধান দুটা একে।

অগ্ৰগতিৰ খতিয়ান 6.3 (Check Your Progress)

1. উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতিৰে তলৰ সমীকৰণবোৰ সমাধান কৰা ঃ

(i) $(2x+3)(x+2)=0$ (ii) $x^2+3x-18=0$

(iii) $3x^2-4x-7=0$ (iv) $x^2-5x-6=0$

(v) $25x^2-10x+1=0$ (vi) $4x^2-8x+3=0$

দ্বিঘাত সূত্ৰ ঃ

এতিয়া তোমালোকে দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সমাধান উলিয়াবলৈ সূত্ৰ নিৰ্ণয় কৰাটো শিকিবা। ইয়াৰ বাবে সাধাৰণ দ্বিঘাত সমীকৰণ $ax^2+bx+c=0$ ৰ বাওঁপক্ষক পূৰ্ণ বৰ্গত প্ৰকাশ কৰিব লাগিব।

এতিয়া $ax^2+bx+c=0$

এই সমীকৰণটোৰ উভয় পক্ষক $4a$ ৰে পূৰণ কৰি পাওঁ,

$$4a^2x^2+4abx+4ac=0$$

বা $(2ax)^2+2(2ax)b+b^2+4ac=b^2$ [উভয়ফালে b^2 যোগ কৰি]

বা $(2ax)^2+2(2ax)b+b^2 \quad =b^2-4ac$

বা $(2ax+b)^2=\left\{\pm\sqrt{b^2-4ac}\right\}^2$

বা $2ax+b=\pm\sqrt{b^2-4ac}$

বা $2ax=-b\pm\sqrt{b^2-4ac}$

বা $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

ইয়ে $ax^2+bx+c=0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ দুটা সমাধান দিব। সমাধান দুটা হ'ল $\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

আৰু $\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

ইয়াত b^2-4ac ৰাশিটোক D ৰে সূচোৱা হয় আৰু ইয়াক দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ নিৰ্ণায়ক বোলে। কাৰণ ই দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ মূল দুটাৰ প্ৰকৃতি কেনে হ'ব নিৰ্ণয় কৰে।

এতিয়া $ax^2+bx+c=0,\ a\neq 0$ সমীকৰণটোৰ যদি

(i) $D=b^2-4ac>0,$ তেতিয়া সমীকৰণটোৰ মূল দুটা বাস্তৱ আৰু অসমান আৰু মূল দুটা হ'ব ঃ

$\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ আৰু $\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

(ii) $D=b^2-4ac=0,$ তেতিয়া সমীকৰণটোৰ মূল দুটা বাস্তৱ আৰু সমান আৰু প্ৰত্যেকটো মূল $\frac{-b}{2a}$ ৰ সমান।

(iii) $D=b^2-4ac<0,$ তেতিয়া সমীকৰণটোৰ মূল দুটা কাল্পনিক আৰু অসমান। অৰ্থাৎ সমীকৰণটোৰ কোনো বাস্তৱ মূল নাই।

সেয়েহে, এটা দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সৰ্বাধিক মূল দুটা।

উদাহৰণ 6.6 ঃ তলৰ সমীকৰণ কেইটাৰ মূল নিৰ্ণয় নকৰাকৈ মূলৰ প্ৰকৃতি কি হ'ব লিখা।

(i) $3x^2-5x-2=0$

(ii) $2x^2+x+1=0$

(iii) $x^2+2x+1=0$

সমাধান ঃ (i) ইয়াত সমীকৰণটো ঃ $3x^2-5x-2=0$ ইয়াক $ax^2+bx+c=0$ ৰ লগত তুলনা কৰি পাওঁ ঃ

$a=3, b=-5, c=-2$

এতিয়া $D=b^2-4ac=(-5)^2-4\times 3\times(-2)$

$=25+24 \quad =49$

যিহেতু $D>0$, গতিকে সমীকৰণটোৰ মূল দুটা বাস্তৱ আৰু অসমান।

(ii) $2x^2+x+1=0$ সমীকৰণটো $ax^2+bx+c=0$ ৰ লগত তুলনা কৰি পাওঁ,

$a=2, b=1, c=1$

এতিয়া, $D=b^2-4ac=(1)^2-4\times 2\times 1=1-8=-7$

যিহেতু $D<0$, গতিকে সমীকৰণটোৰ কোনো বাস্তৱ মূল নাই।

(iii) $x^2+2x+1=0$ সমীকৰণটোক $ax^2+bx+c=0$ ৰ লগত তুলনা কৰি পাওঁ,

$a=1, b=2, c=1$

এতিয়া, $D=b^2-4ac=2^2-4\times1\times1=4-4=0$

যিহেতু $D=0$, গতিকে সমীকৰণটোৰ মূল দুটা বাস্তৱ আৰু সমান।

উদাহৰণ 6.7 ঃ দ্বিঘাত সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি $6x^2-19x+15=0$ সমীকৰণটোৰ মূলবোৰ উলিওৱা।

সমাধান ঃ দিয়া সমীকৰণটোক $ax^2+bx+c=0$ ৰ লগত তুলনা কৰি পাওঁ,

$a=6,\ b=-19,\ c=15$

এতিয়া $D=b^2-4ac=(-19)^2-4\times6\times15$

$=361-360$

$=1$

গতিকে, $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{19\pm\sqrt{1}}{12}=\dfrac{19\pm1}{12}$

$\therefore$ মূলবোৰ হ'ব ঃ $\dfrac{19+1}{12}$ আৰু $\dfrac{19-1}{12}$

বা $\dfrac{5}{3}$ আৰু $\dfrac{3}{2}$

উদাহৰণ 6.8 ঃ $3x^2+mx+5=0$ সমীকৰণটোৰ মূল দুটা সমান হ'লে mৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ দিয়া সমীকৰণটো $ax^2+bx+c=0$ ৰ লগত তুলনা কৰি পাওঁ,

$a=3, b=m, c=+5$

সমান মূলৰ ক্ষেত্ৰত,

$b^2-4ac=0$

বা $m^2-4\times3\times(+5)=0$

বা $m^2-60=0$

বা $m^2=60$

বা $m=\pm2\sqrt{15}$

গতিকে, $m=\pm2\sqrt{15}$ হ'লে সমীকৰণৰ মূল দুটা সমান হ'ব।

অগ্ৰগতিৰ খতিয়ান 6.4 (Check Your Progress)

1. তলৰ সমীকৰণকেইটাৰ মূল নিৰ্ণয় নকৰাকৈ মূলৰ প্ৰকৃতি কি হ'ব লিখা।

   (i) $3x^2 - 7x + 2 = 0$ (ii) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

   (iii) $25x^2 + 20x + 4 = 0$ (iv) $x^2 - x + 1 = 0$

2. তলৰ সমীকৰণ কেইটা দ্বিঘাত সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি সমাধান কৰা।

   (i) $y^2 - 14y - 12 = 0$ (ii) $x^2 - 5x = 0$

   (iii) $x^2 - 15x + 50 = 0$

3. তলৰ সমীকৰণ কেইটাৰ মূলবোৰ সমান হ'লে mৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

   (i) $2x^2 - mx + 1 = 0$ (ii) $mx^2 + 3x - 5 = 0$

   (iii) $3x^2 - 6x + m = 0$ (iv) $2x^2 + mx - 1 = 0$

6.4 শব্দ বা বাক্যৰে লিখা প্ৰশ্ন (Word Problems)

এতিয়া আমি শব্দ বা বাক্যৰে লিখা দ্বিঘাত সমীকৰণ জড়িত থকা কিছুমান প্ৰশ্ন দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সহায়ত সমাধান কৰিম।

উদাহৰণ 6.9 ঃ দুটা ক্ৰমিক অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ বৰ্গৰ যোগফল 74; সংখ্যা দুটা নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল দুটা ক্ৰমিক অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যা x আৰু $x+2$

যিহেতু সংখ্যা দুটাৰ বৰ্গৰ যোগফল = 74

গতিকে, $x^2 + (x+2)^2 = 74$

বা $x^2 + x^2 + 4x + 4 = 74$

বা $2x^2 + 4x - 70 = 0$

বা $x^2 + 2x - 35 = 0$

বা $x^2 + 7x - 5x - 35 = 0$

বা $x(x+7) - 5(x+7) = 0$

বা $(x+7)(x-5) = 0$

$\therefore$ $x+7=0$ বা $x-5=0$

বা $x=-7$ বা $x=5$

যিহেতু x স্বাভাৱিক সংখ্যা, গতিকে $x \neq -7$, সেয়েহে $x=5$

$\therefore$ নিৰ্ণেয় সংখ্যা দুটা হ'ব ঃ 5 আৰু 7.

উদাহৰণ 6.10 ঃ দুখন বৰ্গাকাৰ ক্ষেত্ৰৰ কালিৰ যোগফল 468 বৰ্গ মিটাৰ। যদি ইয়াৰ পৰিসীমাৰ পাৰ্থক্য 24 মিটাৰ হয়, তেনেহ'লে বৰ্গ দুটাৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল ডাঙৰ বৰ্গটোৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য = x আৰু সৰু বৰ্গটোৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য = y।

গতিকে, ডাঙৰ বৰ্গটোৰ পৰিসীমা = $4x$ আৰু সৰু বৰ্গটোৰ পৰিসীমা = $4y$

প্ৰশ্নমতে,

$$4x - 4y = 24$$

বা $x - y = 6$

বা $x = y + 6$ .....(i)

আকৌ $x^2 + y^2 = 468$

বা $(y+6)^2 + y^2 = 468$ [(i) ৰ পৰা]

বা $y^2 + 12y + 36 + y^2 = 468$

বা $2y^2 + 12y - 432 = 0$

বা $y^2 + 6y - 216 = 0$

$$\therefore\ y = \frac{-6+\sqrt{36+864}}{2} = \frac{-6\pm\sqrt{900}}{2} = \frac{-6\pm 30}{2}$$

সেয়েহে, $y = \frac{-6+30}{2}$ বা $\frac{-6-30}{2}$

$\Rightarrow y = 12$ বা $y = -18$

যিহেতু বৰ্গৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য ঋনাত্মক হ'ব নোৱাৰে, গতিকে $y = 12$

$\therefore$ (i) $\Rightarrow x = 12 + 6 = 18$

সেয়েহে বৰ্গ দুটাৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য 18 মিটাৰ আৰু 12 মিটাৰ।

উদাহৰণ 6.11 ঃ এটা দুই অংকীয়া সংখ্যাৰ অংক দুটাৰ পূৰণফল 12, সংখ্যাটোৰ লগত 9 যোগ কৰিলে সংখ্যাটোৰ অংক দুটাৰ স্থান সাল-সলনি হয়। সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল দহক স্থানৰ অংকটো x আৰু একক স্থানৰ অংকটো y

গতিকে, সংখ্যাটো $= 10x + y$

যেতিয়া অংক দুটাৰ স্থান সাল-সলনি হয় তেতিয়া সংখ্যাটো $= 10y + x$.

প্ৰশ্নমতে,

$$10x + y + 9 = 10y + x$$

বা $10x - x + y - 10y = -9$

বা $9x - 9y = -9$

বা $x - y = -1$

বা $x = y - 1$ .....(i)

আকৌ অংক দুটাৰ পূৰণ ফল = 12

$\therefore xy = 12$ .....(ii)

এতিয়া (i) আৰু (ii) ৰ পৰা পাওঁ,

$(y-1)\, y = 12$

বা $y^2 - y = 12$

বা $y^2 - y - 12 = 0$

বা $(y-4)\,(y+3) = 0$

$\therefore y = 4$ বা $y = -3.$

যিহেতু অংক কেতিয়াও ঋণ সংখ্যা নহয়, গতিকে $y = 4$

$\therefore x = y - 1 = 4 - 1 = 3$

এতেকে সংখ্যাটো হ'ব ঃ 34

উদাহৰণ 6.12 ঃ দুটা স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ যোগফল 12; যদি সিঁহতৰ অন্যোন্যকৰ (Reciprocal) যোগফল $\frac{4}{9}$ হয়, তেনেহ'লে সংখ্যা দুটা নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল এটা সংখ্যা = x এতেকে আনটো সংখ্যা = $12 - x$

যিহেতু সংখ্যা দুটাৰ অন্যোন্যকৰ যোগফল $\frac{4}{9}$, গতিকে,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{12-x} = \frac{4}{9};\ x \neq 0,\ 12 - x \neq 0$$

বা $$\frac{12 - x + x}{x(12-x)} = \frac{4}{9}$$

বা $$\frac{12}{12x - x^2} = \frac{4}{9}$$

বা $x^2 - 12x + 27 = 0$

বা $(x - 3)\,(x - 9) = 0$

$\therefore x = 3$ বা $x = 9$

যেতিয়া এটা সংখ্যা $x = 3$ তেতিয়া আনটো সংখ্যা $12 - 3 = 9$ আৰু যেতিয়া এটা সংখ্যা $x = 9$ তেতিয়া আনটো সংখ্যা $12 - 9 = 3$

সেয়েহে, উলিয়াব লগা সংখ্যা দুটা 3 আৰু 9.

অগ্ৰগতিৰ খতিয়ান 6.5 (Check Your Progress)

1. দুটা ক্ৰমিক যুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ বৰ্গৰ যোগফল 164; সংখ্যা দুটা নিৰ্ণয় কৰা।
2. এখন আয়তাকাৰ বাগিছাৰ দৈৰ্ঘ্য তাৰ প্ৰস্থতকৈ 7 মিটাৰ বেছি। যদি বাগিছাখনৰ কালি 144 বৰ্গমিটাৰ হয়, তেনেহ'লে বাগিছাখনৰ দৈৰ্ঘ্য আৰু প্ৰস্থ নিৰ্ণয় কৰা।
3. দুটা অংকৰ সংখ্যা এটাৰ অংক দুটাৰ যোগফল 13; যদি অংক দুটাৰ বৰ্গৰ যোগফল 89 হয়, তেনেহ'লে সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰা।
4. এটা দুই অংকীয়া সংখ্যাৰ দহকৰ স্থানৰ অংকটো এককৰ স্থানৰ অংকৰ দুগুণতকৈ 2 বেছি। যদি অংক দুটাৰ গুণফল 24 হয়, তেনেহ'লে সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰা।
5. দুটা সংখ্যাৰ যোগফল 15; যদি সিহঁতৰ অন্যোন্যকৰ যোগফল $\frac{3}{10}$ হয়, তেনেহ'লে সংখ্যা দুটা নিৰ্ণয় কৰা।

তুমি কি শিকিলা (Let Us Sum Up)

- $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$, a, b, c বাস্তৱ সংখ্যা) আকৃতিৰ সমীকৰণটোক আদৰ্শ ৰূপৰ দ্বিঘাত সমীকৰণ বুলি কোৱা হয়।
- চলকৰ যিটো বা যিবোৰ মানে দ্বিঘাত সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰে তাকে সমীকৰণটোৰ মূল বা সমাধান বুলি কোৱা হয়।
- দ্বিঘাত বহুপদ ৰাশিৰ শূন্যবোৰ তাৰ অনুৰূপ দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ মূল বা সমাধান।
- $ax^2+bx+c=0$ $(a \neq 0)$, এই দ্বিঘাত সমীকৰণটোক দুটা ৰৈখিক উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰি, উৎপাদক দুটাক শূন্যৰ সমান কৰি দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ সমাধান উলিয়াব পাৰি।
- দ্বিঘাত সমীকৰণ $ax^2+bx+c=0$ $(a \neq 0)$ৰ মূল দুটা ঃ

  $$\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \text{ আৰু } \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

- $ax^2+bx+c=0$ $(a \neq 0)$ এই দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ b^2-4acক নিৰ্ণায়ক বোলে। ইয়াক সাধাৰণতে D ৰে সূচোৱা হয়।

(i) যদি $D > 0$, তেনেহ'লে দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ মূল দুটা বাস্তৱ আৰু অসমান।

(ii) যদি $D = 0$, তেনেহ'লে দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ মূল দুটা বাস্তৱ আৰু সমান।

(iii) যদি $D < 0$, তেতিয়া দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ কোনো বাস্তৱ মূল নাথাকে।

পাঠ সমাপ্তি অনুশীলনী (Answers to Terminal Exercise)

1. তলৰ কোনবোৰ দ্বিঘাত সমীকৰণ?

   (i) $y(\sqrt{5}y-3)=0$ (ii) $5x^2-3\sqrt{x}+8=0$

2. উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতিৰে তলৰ সমীকৰণবোৰ সমাধান কৰা ঃ

   (i) $(x-8)(x+4)=13$ (ii) $3y^2-7y=0$

   (iii) $x^2+3x-18=0$ (iv) $6x^2+x-15=0$

3. $5x^2-3x+m=0$ সমীকৰণটোৰ মূল দুটা সমান হ'লে m ৰ মান উলিওৱা।

4. $x^2-mx+1=0$ সমীকৰণটোৰ মূল দুটা সমান হ'লে m ৰ মান উলিওৱা।

5. দ্বিঘাত সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ সমীকৰণবোৰ সমাধান কৰা ঃ

   (i) $6x^2-19x+15=0$ (ii) $x^2+x-1=0$

   (iii) $21+x=2x^2$ (iv) $2x^2-x-6=0$

6. এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ বাহুবোৰ $x-1, x$ আৰু $x+1$ হ'লে xৰ মান আৰু ইয়াৰ পৰা ত্ৰিভুজটোৰ বাহুকেইটা নিৰ্ণয় কৰা।

7. দুটা ক্ৰমিক অযুগ্ম অখণ্ড সংখ্যাৰ বৰ্গৰ যোগফল 290 হ'লে, সংখ্যা দুটা নিৰ্ণয় কৰা।

8. এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ কৰ্ণ 13 ছেঃমিঃ। যদি বাকী বাহু দুটাৰ পাৰ্থক্য 7 ছেঃমিঃ হয়. তেনেহ'লে বাকী বাহু দুটা নিৰ্ণয় কৰা।

9. দুটা বৰ্গৰ কালিৰ যোগফল 41 বৰ্গ ছেঃমিঃ। যদি সিহঁতৰ পৰিসীমাৰ যোগফল 36 ছেঃমিঃ হয় তেনেহ'লে বৰ্গ দুটাৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা।

10. 5 ছেঃমিঃ ব্যাসাৰ্দ্ধৰ বৃত্ত এটাৰ ভিতৰত এটা সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ অঁকা হ'ল। ত্ৰিভুজটোৰ বাহুকেইটা উলিওৱা।

পাঠৰ অন্তৰ্গত প্ৰশ্নাৱলীৰ উত্তৰ (Answers to Check Your Progress)

6.1

1. (ii), (iii), (v)

6.2

1. (i) নহয়, $3y^2 - y - 3 = 0$ (ii) নহয়, $2x^2 + 2x - 5 = 0$

   (iii) নহয়, $6t^2 + t - 1 = 0$ (iv) নহয়, $3x^2 + x - 5 = 0$

6.3

1. (i) $\frac{3}{2}, -2$ (ii) 3, –6 (iii) $\frac{7}{3}, -1$ (iv) 2, 3 (v) $\frac{1}{5}, \frac{1}{5}$

   (vi) $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$

6.4

1. (i) মূল দুটা বাস্তৱ আৰু অসমান।

   (ii) মূল দুটা বাস্তৱ আৰু সমান।

   (iii) মূল দুটা সমান।

   (iv) কোনো বাস্তৱ মূল নাই।

2. (i) $7 \pm \sqrt{37}$ (ii) 0, 5 (iii) 5, 10

3. (i) $\pm 2\sqrt{2}$ (ii) $\frac{9}{20}$ (iii) 3 (iv) mৰ মান নাই

6.5

1. 8, 10 2. 16 মিটাৰ, 9 মিটাৰ 3. 85, 58

4. 83 5. 5, 10

পাঠৰ অন্তৰ্গত প্ৰশ্নাৱলীৰ উত্তৰ (Answers to Check Your Progress)

1. (i), (iv)

2. (i) 8, 4 (ii) $0, \frac{7}{3}$ (iii) 3, –6 (iv) $\frac{3}{2}, -\frac{5}{3}$

3. $\frac{9}{20}$

4. m ৰ মান নাই।

5. (i) $\frac{3}{2}, \frac{5}{3}$ (ii) $\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ (iii) $\frac{7}{2}, -3$ (iv) $2, \frac{3}{2}$

6. 3, 4, 5

7. 11, 13 বা –13, –11

8. 5 ছেঃমিঃ, 12 ছেঃমিঃ

9. 5. ছেঃমিঃ, 4 ছেঃমিঃ

10. $5\sqrt{2}$ ছেঃমিঃ, $5\sqrt{2}$ ছেঃমিঃ, 10 ছেঃমিঃ