



বিশেষ ধৰণৰ গুণফল আৰু উৎপাদক বিশ্লেষণ (Special Products and Factorisation)

আগৰ পাঠটোত তোমালোকে বীজগণিতীয় ৰাশি, বিশেষকৈ বহুপদ ৰাশিৰ পূৰণৰ বিষয়ে পাই আহিছ। বীজগণিতত আমি কিছুমান বিশেষ ধৰণৰ পূৰণ পাই আহিছো যিবিলাকৰ পূৰণ ফল সঘনে ব্যৱহাৰ হয়। কিন্তু সেই পূৰণ বিলাকৰ ক্ষেত্ৰত বহু সময় আৰু কষ্টৰ অপচয় হয়। সেয়েহে এইবিলাক বচাবলৈ পূৰণৰ গোটেইবিলাক পৰ্যায় নকৰি ইয়াক সহজ ভাবেও কৰিব পাৰি। উদাহৰণস্বৰূপে— 108×108 , 97×97 , 104×96 , $99 \times 99 \times 99$ এই পূৰণবোৰ $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $(a+b)(a-b)$, $(a-b)^3$ সূত্রবোৰ ব্যৱহাৰ কৰি সহজে কৰিব পাৰি। এনে ধৰণে উলিওৱা গুণফলবোৰক বিশেষ ধৰণৰ গুণফল বোলে।

উৎপাদক বিশ্লেষণ হ'ল দি থোৱা ৰাশি যেনে $a^2 - b^2$, $a^3 + 8b^3$ আদিক উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰাৰ এটা পদ্ধতি। আমি ইয়াত যিবিলাক বহুপদ ৰাশিৰ সহগ অখণ্ড সংখ্যা সেইবিলাক বহুপদ ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণৰ বিষয়েহে আলোচনা কৰিম।

এই পাঠটোত তোমালোকে বহুপদ ৰাশিৰ বিশেষ ধৰণৰ গুণফল আৰু উৎপাদক বিশ্লেষণৰ বিষয়েহে শিকিব পাৰিবা। ইয়াৰ বাহিৰেও উৎপাদকৰ সহায়ত বহুপদ ৰাশিৰ HCF আৰু LCM উলিয়াবলৈ শিকিব পাৰিবা। তোমালোকে শেষত পৰিমেয় বীজগণিতীয় ৰাশিবিলাকৰ লগত পৰিচিত হোৱাৰ লগতে পৰিমেয় ৰাশিবোৰত মৌলিক প্ৰক্ৰিয়া সম্পাদন কৰাটো জানিব পাৰিবা।



উদ্দেশ্য (Objectives)

পাঠটি পঢ়ি জানিব পাৰিবা

- $(a \pm b)^2$, $(a+b)(a-b)$, $(x+a)(x+b)$, $(a+b)(a^2 - ab + b^2)$, $(a-b)(a^2 + ab + b^2)$, $(a \pm b)^3$ আৰু $(ax+b)(cx+d)$ আদি সূত্রবোৰ।
- সূত্র ব্যৱহাৰ কৰি সংখ্যাৰ আৰু বীজগণিতিক ৰাশিৰ বৰ্গ আৰু ঘন নিৰ্ণয়।
- $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$ ৰাশিবোৰৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ।
- $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) আকাৰৰ বহুপদ ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ
- উৎপাদক বিশ্লেষণৰ দ্বাৰা বহুপদ ৰাশিৰ গ.সা.গু আৰু ল.সা.গু নিৰ্ণয়।

বিশেষ ধৰণৰ গুণফল আৰু উৎপাদক বিশ্লেষণ

- এটা আৰু দুটা চলকযুক্ত বহুপদ ৰাশিৰ উদাহৰণ।
- পৰিমেয় ৰাশিত চাৰিটা মৌলিক পৰিক্ৰমাৰ প্ৰয়োগ।

আৱশ্যকীয় প্ৰাৰম্ভিক জ্ঞান (Expected Background Knowledge)

- সংখ্যা প্ৰণালী আৰু চাৰিটা মৌলিক পৰিক্ৰমা।
- সূচকৰ নিয়মাৱলী।
- বীজগণিতীয় ৰাশি।
- বহুপদ ৰাশিত চাৰিটা মৌলিক পৰিক্ৰমা।
- সংখ্যাৰ গ.সা.গু আৰু ল.সা.গু।
- নিম্ন বুনিয়াদী আৰু উচ্চ বুনিয়াদী স্তৰৰ জ্যামিতি আৰু পৰিমিতিৰ বিষয়ে সাধাৰণ ধাৰণা।

4.1 বিশেষ গুণফল (Special Products)

ইয়াত আমি বীজগণিতত সঘনে ব্যৱহাৰ হোৱা কিছুমান বিশেষ ধৰণৰ গুণফলৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম।

(I) $(a+b)^2$ ৰ সূত্ৰটো উলিয়াওঁ আঁহা :

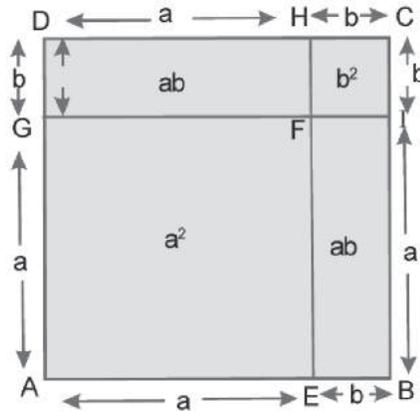
$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)(a+b) \\ &= a(a+b) + b(a+b) \text{ (বিতৰণ বিধি)} \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

জ্যামিতিক পৰীক্ষা (Geometrical verification)

কাষৰ চিত্ৰটোলৈ চোৱা :

(i) $(a+b)^2 =$ ABCD বৰ্গৰ কালি
= AEFB বৰ্গৰ কালি
+ EBIF আয়তটোৰ কালি
+ DGFH আয়তটোৰ কালি
+ CHFI বৰ্গৰ কালি
 $= a^2 + ab + ab + b^2$
 $= a^2 + 2ab + b^2$

সেয়েহে, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



আৰ্হি - ১
বীজগণিত





নোট

(2) $(a-b)^2$ সূত্রটো উলিয়াওঁ আঁহা :

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= (a-b)(a-b) \\ &= a(a-b) - b(a-b) \quad (\text{বিতৰণ বিধি}) \\ &= a^2 - ab - ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

প্রণালী 2 : $(a+b)^2$ সূত্রটো ব্যৱহাৰ কৰি

আমি জানো যে, $a-b = a+(-b)$

$$\begin{aligned}\therefore (a-b)^2 &= [a+(-b)]^2 \\ &= a^2 + 2(a)(-b) + (-b)^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

জ্যামিতিক পৰীক্ষা (Geometrical verification)

কাষৰ চিত্ৰটোলে চোৱা : $(a-b)^2 = PQRS$ বৰ্গৰ কালি

= STVX বৰ্গৰ কালি

- [RTVW আয়তটোৰ কালি + PUVX আয়তটোৰ কালি - QUVW বৰ্গৰ কালি]

$$\begin{aligned}&= a^2 - (ab + ab - b^2) \\ &= a^2 - ab - ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

সেয়েহে,

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

অনুসিদ্ধান্ত : আমি জানো যে

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \dots\dots (1)$$

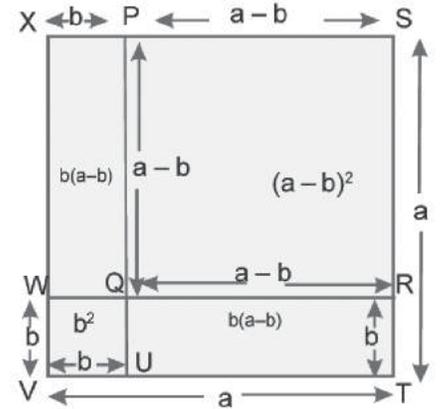
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \dots\dots (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow$$

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$(1) - (2) \Rightarrow$$

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$





(3) এতিয়া আমি $(a+b)$ আৰু $(a-b)$ ৰ গুণফল উলিয়াম :

$$(a+b)(a-b) = a(a-b) + b(a-b) \text{ [বিতৰণ বিধি]}$$

$$= a^2 - ab + ab - b^2$$

$$= a^2 - b^2$$

জ্যামিতিক পৰীক্ষা (Geometrical verification)

তলৰ চিত্ৰটোলৈ চোৱা : $(a+b)(a-b)$

$$= \text{ABCD আয়তটোৰ কালি}$$

$$= \text{AEFD আয়তটোৰ কালি} +$$

$$\text{EBCF আয়তটোৰ কালি}$$

$$= \text{AEFD আয়তটোৰ কালি}$$

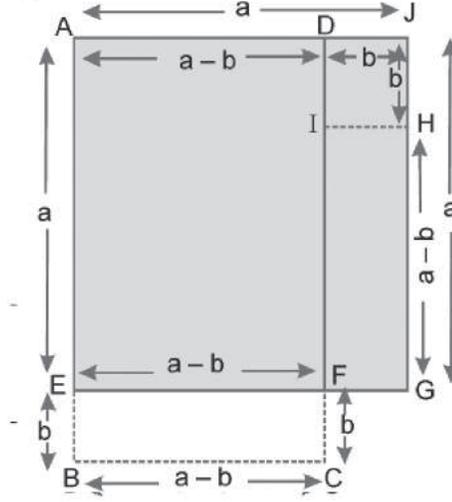
$$= \text{FGHI আয়তটোৰ কালি}$$

$$= [\text{AEFD আয়তৰ কালি} + \text{FGHI আয়তৰ কালি} + \text{DIHJ বৰ্গৰ কালি}] -$$

$$\text{DIHJ বৰ্গৰ কালি।}$$

$$= \text{AEGJ বৰ্গৰ কালি} - \text{DIHJ বৰ্গৰ কালি।}$$

$$= a^2 - b^2$$



$$\text{সেয়েহে, } (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

দুটা সংখ্যাৰ যোগফলক সিহঁতৰ বিয়োগ ফলেৰে পূৰণ কৰা পদ্ধতিটো পাটীগণিতত বৰকৈ ব্যৱহাৰ হয়।

উদাহৰণ স্বৰূপে,

$$64 \times 56 = (60 + 4)(60 - 4)$$

$$= 60^2 - 4^2$$

$$= 3600 - 16$$

$$= 3584$$

(4) আমি এতিয়া $(x+a)$ আৰু $(x+b)$ ৰ পূৰণফল উলিয়াম :

$$(x+a)(x+b) = x(x+b) + a(x+b) \text{ [বিতৰণ বিধি]}$$

$$= x^2 + bx + ax + ab$$

$$= x^2 + (a+b)x + ab$$

$$\therefore (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

অনুসিদ্ধান্ত : (i) $(x-a)(x-b) = x^2 - (a+b)x + ab$

$$(ii) (x-a)(x+b) = x^2 + (b-a)x - ab$$



নোট

শিক্ষার্থীসকলৰ ফলবোৰ পৰীক্ষা কৰিবলৈ কোৱা হ'ল।

5. আমি এতিয়া $(ax + b)$ আৰু $(cx + d)$ ৰ গুণফল উলিয়াম :

$$(ax + b)(cx + d) = ax(cx + d) + b(cx + d)$$

$$= acx^2 + adx + bcx + bd$$

$$= acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

$$\therefore (ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

অনুসিদ্ধান্ত :

$$(i) \quad (ax - b)(cx - d) = acx^2 - (ad + bc)x + bd$$

$$(ii) \quad (ax - b)(cx + d) = acx^2 - (bc - ad)x - bd$$

ওপৰত উল্লেখ কৰা বিশেষ গুণফলৰ কেইটামান উদাহৰণ লওঁ আহা :

4.1 উদাহৰণ : তলৰ গুণফলবোৰ উলিওৱা :

$$(i) \quad (2a + 3b)^2$$

$$(ii) \quad \left(\frac{3}{2}a - 6b\right)^2$$

$$(iii) \quad (3x + y)(3x - y)$$

$$(iv) \quad (x + 9)(x + 3)$$

$$(v) \quad (a + 15)(a - 7)$$

$$(vi) \quad (5x - 8)(5x - 6)$$

$$(vii) \quad (7x - 2a)(7x + 3a)$$

$$(viii) \quad (2x + 5)(3x + 4)$$

সমাধান :

$$(i) \quad (2a + 3b)^2 = (2a)^2 + 2(2a)(3b) + (3b)^2 \quad [\text{বিশেষ ধৰণৰ গুণফল (1) ব্যৱহাৰ কৰি}]$$

$$= 4a^2 + 12ab + 9b^2$$

$$(ii) \quad \left(\frac{3}{2}a - 6b\right)^2 = \left(\frac{3}{2}a\right)^2 - 2\left(\frac{3}{2}a\right)(6b) + (6b)^2 \quad [\text{বিশেষ ধৰণৰ গুণফল (2) ব্যৱহাৰ কৰি}]$$

$$= \frac{9}{4}a^2 - 18ab + 36b^2$$

$$(iii) \quad (3x + y)(3x - y) = (3x)^2 - y^2 \quad [\text{বিশেষ ধৰণৰ গুণফল (3) ব্যৱহাৰ কৰি}]$$

$$= 9x^2 - y^2$$

$$(iv) \quad (x + 9)(x + 3) = x^2 + (9 + 3)x + 9 \times 3 \quad [\text{বিশেষ ধৰণৰ গুণফল (4) ব্যৱহাৰ কৰি}]$$

$$= x^2 + 12x + 27$$



$$(v) (a+15)(a-7) = a^2 + (15-7)a - 15 \times 7$$

$$= a^2 + 8a - 105$$

$$(vi) (5x-8)(5x-6) = (5x)^2 - (8+6)(5x) + 8 \times 6$$

$$= 25x^2 - 70x + 48$$

$$(vii) (7x-2a)(7x+3a) = (7x)^2 + (3a-2a)(7x) - (3a)(2a)$$

$$= 49x^2 + 7ax - 6a^2$$

$$(viii) (2x+5)(3x+4) = (2 \times 3)x^2 + (2 \times 4 + 5 \times 3)x + 5 \times 4$$

$$= 6x^2 + 23x + 20$$

বিশেষ ধৰণৰ গুণফল বা বীজগণিতীয় সূত্রৰ দ্বাৰা সাংখ্যিক গণনাসমূহ বেছি সহজে কৰিব পাৰি। তলত দিয়া উদাহৰণবোৰ বিবেচনা কৰা হওক।

4.2 উদাহৰণ : বিশেষ ধৰণৰ গুণফল ব্যৱহাৰ কৰি তলত দিয়াবোৰৰ মান উলিওৱা।

$$(i) 101 \times 101$$

$$(ii) 98 \times 98$$

$$(iii) 68 \times 72$$

$$(iv) 107 \times 103$$

$$(v) 56 \times 48$$

$$(vi) 94 \times 99$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } (i) 101 \times 101 &= 101^2 = (100+1)^2 \\ &= 100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 1^2 \\ &= 10000 + 200 + 1 = 10201 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) 98 \times 98 &= 98^2 = (100-2)^2 \\ &= 100^2 - 2 \times 100 \times 2 + 2^2 \\ &= 10000 - 400 + 4 \\ &= 9604 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iii) 68 \times 72 &= (70-2)(70+2) \\ &= 70^2 - 2^2 \\ &= 4900 - 4 \\ &= 4896 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iv) 107 \times 103 &= (100+7)(100+3) \\ &= 100^2 + (7+3) \times 100 + 7 \times 3 \\ &= 10000 + 1000 + 21 \\ &= 11021 \end{aligned}$$



নোট

$$\begin{aligned}
 \text{(v)} \quad 56 \times 48 &= (50 + 6)(50 - 2) \\
 &= 50^2 + (6 - 2) \times 50 - 6 \times 2 \\
 &= 2500 + 200 - 12 \\
 &= 2688
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(vi)} \quad 94 \times 99 &= (100 - 6) \times (100 - 1) \\
 &= 100^2 - (6 + 1) \times 100 + 6 \times 1 \\
 &= 10000 - 700 + 6 \\
 &= 9306
 \end{aligned}$$



অগ্রগতিৰ খতিয়ান 4.1 (Check Your Progress)

1. গুণফল উলিওৱা :

(i) $(5x + y)^2$

(ii) $(x - 3)^2$

(iii) $(ab + cd)^2$

(iv) $(2x - 5y)^2$

(v) $\left(\frac{x}{3} + 1\right)^2$

(vi) $\left(\frac{z}{2} - \frac{1}{3}\right)^2$

(vii) $(a^2 + 5)(a^2 - 5)$

(viii) $(xy - 1)(xy + 1)$

(ix) $\left(x + \frac{4}{3}\right)\left(x + \frac{4}{3}\right)$

(x) $\left(\frac{2}{3}x^2 - 3\right)\left(\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}\right)$

(xi) $(2x + 3y)(3x + 2y)$

(xii) $(7x + 5y)(3x - y)$

2. সৰল কৰা :

(i) $(2x^2 + 5)^2 - (2x^2 - 5)^2$

(ii) $(a^2 + 3)^2 + (a^2 - 3)^2$

(iii) $(ax + by)^2 + (ax - by)^2$

(iv) $(p^2 + 8q^2)^2 - (p^2 - 8q^2)^2$

3. বিশেষ ধৰণৰ গুণফল ব্যৱহাৰ কৰি মান নিৰ্ণয় কৰা :

(i) 102×102

(ii) 108×108

(iii) 69×69

(iv) 998×998

(v) 84×76

(vi) 157×143

(vii) 306×294

(viii) 508×492

(ix) 105×109

(x) 77×73

(xi) 94×95

(xii) 993×996

4.2 অন্য কিছুমান বিশেষ ধৰণৰ গুণফল (Some Other Special Products)



নোট

6. আমি এতিয়া $(a+b)$ দ্বিপদ ৰাশিটোৰ ঘন উলিয়াম :

$$\begin{aligned}(a+b)^3 &= (a+b)(a+b)^2 \\ &= (a+b)(a^2+2ab+b^2) \\ &= a(a^2+2ab+b^2)+b(a^2+2ab+b^2) \\ &= a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3 \\ &= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \\ &= a^3+3ab(a+b)+b^3\end{aligned}$$

সেয়েহে, $(a+b)^3 = a^3 + 3ab(a+b) + b^3$

7. এতিয়া আমি $(a-b)$ ৰ ঘন উলিয়াম :

$$\begin{aligned}(a-b)^3 &= (a-b)(a-b) \\ &= (a-b)(a^2-2ab+b^2) \\ &= a(a^2-2ab+b^2)-b(a^2-2ab+b^2) \\ &= a^3-2a^2b+ab^2-a^2b+2ab^2-b^3 \\ &= a^3-3a^2b+3ab^2-b^3 \\ &= a^3-3ab(a-b)-b^3\end{aligned}$$

সেয়েহে, $(a-b)^3 = a^3 - 3ab(a-b) - b^3$

টোকা : তোমালোকে $(a+b)^3$ ৰ সূত্রত b ৰ সলনি $-b$ বহুৱাই $(a-b)^3$ ৰ সূত্রটো উলিয়াব পাৰা।

8. $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a(a^2-ab+b^2)+b(a^2-ab+b^2)$

$$\begin{aligned}&= a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3 \\ &= a^3+b^3\end{aligned}$$

সেয়েহে,

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3$$

9. $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a(a^2+ab+b^2)-b(a^2+ab+b^2)$

$$\begin{aligned}&= a^3+a^2b+ab^2-a^2b-ab^2-b^3 \\ &= a^3-b^3\end{aligned}$$

সেয়েহে, $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

এতিয়া ওপৰত উল্লেখ কৰা বিশেষ গুণফলৰ সূত্রৰ আধাৰত কেইটামান উদাহৰণ লওঁ আহা :



নোট

উদাহৰণ 4.3 : গুণফল উলিওৱা :

(i) $(7x+9y)^3$

(ii) $(px-yz)^3$

(iii) $(x-4y^2)^3$

(iv) $(2a^2+3b^2)^3$

(v) $\left(\frac{2}{3}a-\frac{5}{3}b\right)^3$

(vi) $\left(1+\frac{4}{3}c\right)^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad (7x+9y)^3 &= (7x)^3 + 3(7x)(9y)(7x+9y) + (9y)^3 \\ &= 343x^3 + 189xy(7x+9y) + 729y^3 \\ &= 343x^3 + 1323x^2y + 1701xy^2 + 729y^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad (px-yz)^3 &= (px)^3 - 3(px)(yz)(px-yz) - (yz)^3 \\ &= p^3x^3 - 3pxyz(px-yz) - y^3z^3 \\ &= p^3x^3 - 3p^2x^2yz + 3pxy^2z^2 - y^3z^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad (x-4y^2)^3 &= x^3 - 3x(4y^2)(x-4y^2) - (4y^2)^3 \\ &= x^3 - 12xy^2(x-4y^2) - 64y^6 \\ &= x^3 - 12x^2y^2 + 48xy^4 - 64y^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iv)} \quad (2a^2+3b^2)^3 &= (2a^2)^3 + 3(2a^2)(3b^2)(2a^2+3b^2) + (3b^2)^3 \\ &= 8a^6 + 18a^2b^2(2a^2+3b^2) + 27b^6 \\ &= 8a^6 + 36a^4b^2 + 54a^2b^4 + 27b^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(v)} \quad \left(\frac{2}{3}a-\frac{5}{3}b\right)^3 &= \left(\frac{2}{3}a\right)^3 - 3\left(\frac{2}{3}a\right)\left(\frac{5}{3}b\right)\left(\frac{2}{3}a-\frac{5}{3}b\right) - \left(\frac{5}{3}b\right)^3 \\ &= \frac{8}{27}a^3 - \frac{10}{3}ab\left(\frac{2}{3}a-\frac{5}{3}b\right) - \frac{125}{27}b^3 \\ &= \frac{8}{27}a^3 - \frac{20}{9}a^2b + \frac{50}{9}ab^2 - \frac{125}{27}b^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(vi)} \quad \left(1+\frac{4}{3}c\right)^3 &= (1)^3 + 3(1)\left(\frac{4}{3}c\right)\left(1+\frac{4}{3}c\right) + \left(\frac{4}{3}c\right)^3 \\ &= 1 + 4c\left(1+\frac{4}{3}c\right) + \frac{64}{27}c^3 \\ &= 1 + 4c + \frac{16}{3}c^2 + \frac{64}{27}c^3 \end{aligned}$$



4.4 উদাহৰণ : বিশেষ ধৰণৰ গুণফল ব্যৱহাৰ কৰি, তলত দিয়া সংখ্যাবোৰৰ ঘন উলিওৱা।

(i) 19 (ii) 101 (iii) 54 (iv) 47

সমাধান : (i) $19^3 = (20-1)^3$

$$\begin{aligned} &= 20^3 - 3 \times 20 \times 1 (20-1) - 1^3 \\ &= 8000 - 60 (20-1) - 1 \\ &= 8000 - 1200 + 60 - 1 \\ &= 6859 \end{aligned}$$

(ii) $101^3 = (100+1)^3$

$$\begin{aligned} &= 100^3 + 3 \times 100 \times 1 (100+1) + 1^3 \\ &= 1000000 + 300(100+1) + 1 \\ &= 1000000 + 30000 + 300 + 1 \\ &= 1030301 \end{aligned}$$

(iii) $54^3 = (50+4)^3$

$$\begin{aligned} &= 50^3 + 3 \times 50 \times 4 (50+4) + 4^3 \\ &= 125000 + 600(50+4) + 64 \\ &= 125000 + 30000 + 2400 + 64 \\ &= 157464 \end{aligned}$$

(iv) $47^3 = (50-3)^3$

$$\begin{aligned} &= 50^3 - 3 \times 50 \times 3 (50-3) - 3^3 \\ &= 125000 - 450 (50-3) - 27 \\ &= 125000 - 22500 + 1350 - 27 = 103823 \end{aligned}$$

4.5 উদাহৰণ : সচৰাচৰ পূৰণ নকৰাকৈ, তলত দিয়াবোৰৰ গুণফল উলিওৱা।

(i) $(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2)$

(ii) $(3a-2b)(9a^2+6ab+4b^2)$

সমাধান : (i) $(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2) = (2a+3b)[(2a)^2 - (2a)(3b) + (3b)^2]$
 $= (2a)^3 + (3b)^3 = 8a^3 + 27b^3$

(ii) $(3a-2b)(9a^2+6ab+4b^2) = (3a-2b)[(3a)^2 + (3a)(2b) + (2b)^2]$
 $= (3a)^3 - (2b)^3$
 $= 27a^3 - 8b^3$



নোট

4.6 উদাহৰণ : সৰল কৰা :

(i) $(3x - 2y)^3 + 3(3x - 2y)^2(3x + 2y) + 3(3x - 2y)(3x + 2y)^2 + (3x + 2y)^3$

(ii) $(2a - b)^3 + 3(2a - b)(2b - a)(a + b) + (2b - a)^3$

সমাধান :

(i) ধৰা হ'ল $3x - 2y = a$ আৰু $3x + 2y = b$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত বাশি} &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ &= (a + b)^3 \\ &= (3x - 2y + 3x + 2y)^3 \\ &= (6x)^3 = 216x^3 \end{aligned}$$

(ii) ধৰা হ'ল $2a - b = x$ আৰু $2b - a = y$, গতিকে $a + b = x + y$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত বাশি} &= x^3 + 3xy(x + y) + y^3 \\ &= (x + y)^3 \\ &= (a + b)^3 \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \end{aligned}$$

4.7 উদাহৰণ : সৰল কৰা :

(i) $\frac{857 \times 857 \times 857 - 537 \times 537 \times 537}{857 \times 857 + 857 \times 537 + 537 \times 537}$

(ii) $\frac{674 \times 674 \times 674 + 326 \times 326 \times 326}{674 \times 674 - 674 \times 326 + 326 \times 326}$

সমাধান : (i) ধৰা হ'ল $857 = a$ আৰু $537 = b$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত বাশি} &= \frac{a \times a \times a - b \times b \times b}{a \times a + a \times b + b \times b} \\ &= \frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2} \\ &= \frac{(a - b)(a^2 + ab + b^2)}{a^2 + ab + b^2} = a - b \\ &= 857 - 537 = 320 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \text{(ii) প্রদত্ত বাশি} &= \frac{(674)^3 + (326)^3}{(674)^2 - 674 \times 326 + (326)^2} \\
 &= \frac{(674 + 326) [(674)^2 - 674 \times 326 + (326)^2]}{(674)^2 - 674 \times 326 + (326)^2} \\
 &= 674 + 326 = 1000
 \end{aligned}$$



অগ্রগতিৰ খতিয়ান 4.2 (Check Your Progress)

1. তলত দিয়াবোৰৰ বিস্তৃতি লিখা।

(i) $(3x + 4y)^3$

(ii) $(p - qr)^3$

(iii) $\left(a + \frac{b}{3}\right)^3$

(iv) $\left(\frac{a}{3} - b\right)^3$

(v) $\left(\frac{1}{2}a^2 + \frac{2}{3}b^2\right)^3$

(vi) $\left(\frac{1}{3}a^2x^3 - 2b^3y^2\right)^3$

2. বিশেষ ধৰণৰ গুণফল ব্যৱহাৰ কৰি, তলত দিয়াবোৰৰ ঘন উলিওৱা।

(i) 8

(ii) 12

(iii) 18

(iv) 23

(v) 53

(vi) 48

(vii) 71

(viii) 69

(ix) 97

(x) 99

3. সচৰাচৰ পূৰণ নকৰাকৈ, তলত দিয়াবোৰৰ গুণফল উলিওৱা।

(i) $(2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2)$

(ii) $(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

(iii) $(1 + x)(1 - x + x^2)$

(iv) $(2y - 3z^2)(4y^2 + 6yz^2 + 9z^4)$

(v) $(4x + 3y)(16x^2 - 12xy + 9y^2)$

(vi) $\left(3x - \frac{1}{7}y\right)\left(9x^2 + \frac{3}{7}xy + \frac{1}{49}y^2\right)$

4. মান নিৰ্ণয় কৰা :

(i) $a^3 + 8b^3$ যদি $a + 2b = 10$ আৰু $ab = 15$

[ইংগিত : $(a + 2b)^3 = a^3 + 8b^3 + 6ab(a + 2b) \Rightarrow a^3 + 8b^3 = (a + 2b)^3 - 6ab(a + 2b)$]

(ii) $x^3 - y^3$ যেতিয়া $x - y = 5$ আৰু $xy = 66$



নোট

5. মান নিৰ্ণয় কৰা :

$64x^3 - 125z^3$, যদি (i) $4x - 5z = 16$ আৰু $xz = 12$

(ii) $4x - 5z = \frac{3}{5}$ আৰু $xz = 6$

6. সৰল কৰা :

(i) $(2x + 5)^3 - (2x - 5)^3$

(ii) $(7x + 5y)^3 - (7x - 5y)^3 - 30y(7x + 5y)(7x - 5y)$

[ইংগিত : ধৰা $7x + 5y = a$ আৰু $7x - 5y = b$, এতেকে $a - b = 10y$]

(iii) $(3x + 2y)(9x^2 - 6xy + 4y^2) - (2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$

(iv) $(2x - 5)(4x^2 + 10x + 25) - (5x + 1)(25x^2 - 5x + 1)$

7. সৰল কৰা :

(i) $\frac{875 \times 875 \times 875 + 125 \times 125 \times 125}{875 \times 875 - 875 \times 125 + 125 \times 125}$

(ii) $\frac{678 \times 678 \times 678 - 234 \times 234 \times 234}{678 \times 678 - 678 \times 234 + 234 \times 234}$

4.3 বহুপদ ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ (Factorization of Polynomials)

আমি জানো যে $3 \times 4 = 12$, গতিকে 3 আৰু 4 হ'ল 12ৰ উৎপাদক।

আকৌ বীজগণিতত $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$, গতিকে আমি কম যে, $(x + y)$ আৰু $(x - y)$ ৰাশি দুটা বহুপদ ৰাশি $x^2 - y^2$ ৰ দুটা উৎপাদক।

দুই বা ততোধিক বহুপদ ৰাশিৰ গুণফলটোৱেই হ'ল এটা বহুপদ ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ। এই বহুপদ ৰাশিৰ প্ৰত্যেকটো গুণফলকে দি খোৱা বহুপদ ৰাশিটোৰ উৎপাদক বুলি কোৱা হয়।

যদি উৎপাদক বিশ্লেষণত কিছুমান নিয়ম বান্ধি দিয়া থাকে যেনে যদি বহুপদ ৰাশিৰ উৎপাদকবোৰৰ সহগবোৰ অখণ্ড সংখ্যা হয়, তেতিয়া হ'লে উৎপাদক বিশ্লেষণত কিছুমান বাধা আহি পৰে। এই ক্ষেত্ৰত $2x^2 - y^2$ বহুপদ ৰাশিটোৰ উৎপাদক $(\sqrt{2}x + y)(\sqrt{2}x - y)$ হ'ব নোৱাৰে, কাৰণ উৎপাদক দুটা অখণ্ড সহগযুক্ত বহুপদ ৰাশি নহয়।

এটা বহুপদ ৰাশিক সম্পূৰ্ণৰূপে উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা বুলি কোৱা হয় যদি ইয়াৰ কোনো এটা উৎপাদককেই পূৰ্ণৰ দুটা নিম্নঘাতৰ বহুপদ ৰাশিৰ গুণফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব নোৱাৰি আৰু যদি অখণ্ড সহগবোৰৰ 1 আৰু -1ত বাদে কোনো সাধাৰণ উৎপাদক নাথাকে। সেয়েহে $x^2 - 4x$ ৰ সম্পূৰ্ণ ৰূপে উৎপাদক বিশ্লেষণ হ'ব $x(x - 4)$ । কিন্তু $16x^4 - 1$ ৰ সম্পূৰ্ণ উৎপাদক $(4x^2 - 1)(4x^2 + 1)$ হ'ব নোৱাৰে। কাৰণ $4x^2 - 1$ ক আকৌ $(2x - 1)(2x + 1)$ ত উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিব পাৰি। সেয়েহে বহুপদ ৰাশি $16x^4 - 1$ ৰ সম্পূৰ্ণৰূপে উৎপাদক বিশ্লেষণ হ'ব $(2x - 1)(2x + 1)(4x^2 + 1)$ ।

উৎপাদক বিশ্লেষণত এই পাঠটোত আগতে শিকি অহা বিশেষ ধৰণৰ গুণফলৰ সম্পূৰ্ণ ব্যৱহাৰ কৰা হ'ব। এতিয়া বহুপদ ৰাশিবোৰৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ বিভিন্ন ক্ষেত্ৰত পৃথকভাৱে উদাহৰণৰ মাজেৰে দেখুৱাম।



(1) বিতৰণ ধৰ্ম প্ৰয়োগ কৰি উৎপাদক বিশ্লেষণ :

4.8 উদাহৰণ : উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা :

(i) $10a - 25$

(ii) $x^2y^3 + x^3y^2$

(iii) $5ab(ax^2 + y^2) - 6mn(ax^2 + y^2)$

(iv) $a(b - c)^2 + b(b - c)$

সমাধান : (i) $10a - 25 = 5 \times 2a - 5 \times 5$
 $= 5(2a - 5)$ [যিহেতু 5 উভয় পদৰ সাধাৰণ উৎপাদক]

সেয়েহে, $10a - 25$ বাশিটোৰ উৎপাদকবোৰ হ'ল : 5 আৰু $2a - 5$.

(ii) $x^2y^3 + x^3y^2 = x^2y^2 \times y + x^2y^2 \times x$
 $= x^2y^2(y + x) = x^2y^2(x + y)$

সেয়েহে, $x^2y^3 + x^3y^2$ বাশিটোৰ উৎপাদকবোৰ হ'ল : $x, x^2, y, y^2, xy, x^2y, xy^2, x^2y^2$ আৰু $x + y$.

(iii) $5ab(ax^2 + y^2) - 6mn(ax^2 + y^2) = (ax^2 + y^2)(5ab - 6mn)$

গতিকে, প্ৰদত্ত বাশিটোৰ উৎপাদকবোৰ হ'ল : $(ax^2 + y^2)$ আৰু $(5ab - 6mn)$.

(iv) $a(b - c)^2 + b(b - c)$
 $= (b - c) \times [a(b - c) + b]$
 $= (b - c) \times [ab - ac + b]$
 $= (b - c)(ab - ac + b)$

2. দুটা বৰ্গৰ অন্তৰফলৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ :

তোমালোকে জানা যে $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$ । গতিকে $x^2 - y^2$ বাশিটোৰ $x + y$ আৰু $x - y$ দুটা উৎপাদক।

4.9 উদাহৰণ : উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা :

(i) $9x^2 - 16y^2$

(ii) $x^4 - 81y^4$

(iii) $a^4 - (2b - 3c)^2$

(iv) $x^2 - y^2 + 6y - 9$

সমাধান :

(i) $9x^2 - 16y^2 = (3x)^2 - (4y)^2$ [দুটা বৰ্গৰ অন্তৰফল]
 $= (3x + 4y)(3x - 4y)$

(ii) $x^4 - 81y^4 = (x^2)^2 - (9y^2)^2$
 $= (x^2 + 9y^2)(x^2 - 9y^2)$
 $= (x^2 + 9y^2)[(x)^2 - (3y)^2]$
 $= (x^2 + 9y^2)(x + 3y)(x - 3y)$



নোট

$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad a^4 - (2b - 3c)^2 &= (a^2)^2 - (2b - 3c)^2 \\ &= [a^2 + (2b - 3c)][a^2 - (2b - 3c)] \\ &= (a^2 + 2b - 3c)(a^2 - 2b + 3c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iv)} \quad x^2 - y^2 + 6y - 9 &= x^2 - (y^2 - 6y + 9) \\ &= (x)^2 - [y^2 - 2 \times y \times 3 + (3)^2] \\ &= (x)^2 - (y - 3)^2 \\ &= [x + (y - 3)][x - (y - 3)] \\ &= (x + y - 3)(x - y + 3) \end{aligned}$$

3. ত্ৰিপদ পূৰ্ণবৰ্গ বাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ :

4.10 উদাহৰণ : উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা :

$$\text{(i)} \quad 9x^2 + 24xy + 16y^2 \qquad \text{(ii)} \quad x^6 - 8x^3 + 16$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : (i)} \quad 9x^2 + 24xy + 16y^2 &= (3x)^2 + 2(3x)(4y) + (4y)^2 \\ &= (3x + 4y)^2 \\ &= (3x + 4y)(3x + 4y) \end{aligned}$$

প্রদত্ত বহুপদ বাশিটোৰ উৎপাদক দুটা একে, প্রত্যেকটো $(3x + 4y)$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad x^6 - 8x^3 + 16 &= (x^3)^2 - 2(x^3)(4) + (4)^2 \\ &= (x^3 - 4)^2 = (x^3 - 4)(x^3 - 4) \end{aligned}$$

4. দুটা বৰ্গৰ অন্তৰ হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পৰা বহুপদ বাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ :

4.11 উদাহৰণ :

উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা :

$$\text{(i)} \quad x^4 + 4y^4 \qquad \text{(ii)} \quad x^4 + x^2 + 1$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : (i)} \quad x^4 + 4y^4 &= (x^2)^2 + (2y^2)^2 \\ &= (x^2)^2 + (2y^2)^2 + 2(x^2)(2y^2) - 2(x^2)(2y^2) \\ & \quad [2(x^2)(2y^2)ক যোগ আৰু বিয়োগ কৰি] \\ &= (x^2 + 2y^2)^2 - (2xy)^2 \\ &= (x^2 + 2y^2 + 2xy)(x^2 + 2y^2 - 2xy) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad x^4 + x^2 + 1 &= (x^2)^2 + (1)^2 + 2x^2 - x^2 \quad [x^2ক যোগ আৰু বিয়োগ কৰি] \\ &= (x^2 + 1)^2 - (x)^2 \\ &= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) \end{aligned}$$



অগ্রগতিৰ খতিয়ান 4.3 (Check Your Progress)



উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা :

- | | |
|--|---|
| (i) $10xy - 15xz$ | (ii) $abc^2 - ab^2c$ |
| (iii) $6p^2 - 15pq + 27p$ | (iv) $a^2(b-c) + b(c-b)$ |
| (v) $2a(4x-y)^3 - b(4x-y)^2$ | (vi) $x(x+y)^3 - 3xy(x+y)$ |
| (vii) $100 - 25p^2$ | (viii) $1 - 256y^8$ |
| (ix) $(2x+1)^2 - 9x^2(x)$ | $(a^2+bc)^2 - a^2(b+c)^2$ |
| (xi) $25x^2 - 10x + 1 - 36y^2$ | (xii) $49x^2 - 1 - 14xy + y^2$ |
| (xiii) $m^2 + 14m + 49$ | (xiv) $4x^2 - 4x + 1$ |
| (xv) $36a^2 + 25 + 60a$ | (xvi) $x^6 - 8x^3 + 16$ |
| (xvii) $a^8 - 47a^4 + 1$ | (xviii) $4a^4 + 81b^4$ |
| (xix) $x^4 + 4$ | (xx) $9a^4 - a^2 + 16$ |
| (xxi) n ৰ মান উলিওৱা; যদি | |
| (i) $6n = 23 \times 23 - 17 \times 17$ | (ii) $536 \times 536 - 36 \times 36 = 5n$ |

5. পূৰ্ণ ঘন বহুপদ ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ :

4.12 উদাহৰণ : উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা :

- (i) $x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$ (ii) $x^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - y^6$

সমাধান : (i) $x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3 = (x)^3 + 3x^2(2y) + 3x(2y)^2 + (2y)^3$

$$= (x+2y)^3$$

$$= (x+2y)(x+2y)(x+2y)$$

- (ii) $x^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - y^6 = (x^2)^3 - 3x^2y^2(x^2 - y^2) - (y^2)^3$

$$= (x^2 - y^2)^3$$

$$= [(x+y)(x-y)]^3 = (x+y)^3(x-y)^3$$

6. দুটা ঘনৰ সমষ্টি বা অন্তৰ ফলৰ লগত জড়িত বহুপদ ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ :

বিশেষ গুণফলৰ ক্ষেত্ৰত তোমালোকে শিকিছা যে

$$(x+y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 + y^3$$

আৰু $(x-y)(x^2 + xy + y^2) = x^3 - y^3$



নোট

সেয়েহে, $x^3 + y^3$ ৰ উৎপাদক হ'ল : $(x + y)$ আৰু $(x^2 - xy + y^2)$

সেইদৰে, $x^3 - y^3$ ৰ উৎপাদক হ'ল : $(x - y)$ আৰু $(x^2 + xy + y^2)$

4.13 উদাহৰণ :

উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা :

$$x^6 - 8x^3 + 16 = (x^3)^2 - 2(x^3)(4) + (4)^2$$

$$(i) \quad 64a^3 + 27b^3$$

$$(ii) \quad 8x^3 - 125y^3$$

$$(iii) \quad 8(x+2y)^3 - 343$$

$$(iv) \quad a^4 - a^{13}$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } (i) \quad 64a^3 + 27b^3 &= (4a)^3 + (3b)^3 \\ &= (4a + 3b) [(4a)^2 - (4a)(3b) + (3b)^2] \\ &= (4a + 3b) (16a^2 - 12ab + 9b^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad 8x^3 - 125y^3 &= (2x)^3 - (5y)^3 \\ &= (2x - 5y) [(2x)^2 + (2x)(5y) + (5y)^2] \\ &= (2x - 5y) (4x^2 + 10xy + 25y^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iii) \quad 8(x+2y)^3 - 343 &= [2(x+2y)]^3 - 7^3 \\ &= [2(x+2y) - 7] [2^2(x+2y)^2 + 2(x+2y)7 + 7^2] \\ &= (2x + 4y - 7) (4x^2 + 16xy + 16y^2 + 14x + 28y + 49) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iv) \quad a^4 - a^{13} &= a^4(1 - a^9) \\ &= a^4 [(1)^3 - (a^3)^3] \\ &= a^4 (1 - a^3) (1 + a^3 + a^6) \\ &= a^4 (1 - a) (1 + a + a^2) (1 + a^3 + a^6) \quad [\text{যিহেতু } 1 - a^3 = (1 - a)(1 + a + a^2)] \end{aligned}$$



অগ্রগতিৰ খতিয়ান 4.4 (Check Your Progress)

উপাদক বিশ্লেষণ কৰা :

$$(i) \quad a^3 + 216b^3$$

$$(ii) \quad a^3 - 343$$

$$(iii) \quad x^3 + 12x^2y + 48xy^2 + 64y^3$$

$$(iv) \quad 8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$$

$$(v) \quad 8x^3 - 125y^3 - 60x^2y + 150xy^2$$

$$(vi) \quad 64k^3 - 144k^2 + 108k - 27$$

$$(vii) \quad 729x^6 - 8$$

$$(viii) \quad x^2 + x^2y^6$$

$$(ix) \quad 16a^7 - 54ab^6 \quad (x) \quad 27b^3 - a^3 - 3a^2 - 3a - 1$$

$$(xi) \quad (2a - 3b)^3 + 64c^3 \quad (xii) \quad 64x^3 - (2y - 1)^3$$

7. মধ্যপদটো বিভাজিত কৰি ত্ৰিপদ ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ :

তোমালোকে পাই আহিছা যে

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab = 1 \cdot x^2 + (a + b)x + ab$$

আৰু $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$.

সাধাৰণতে, ওপৰৰ সোঁফালে থকা ৰাশি দুটাৰ প্ৰত্যেকে $Ax^2 + Bx + c$ আকাৰৰ।

এই ধৰণৰ ৰাশিৰ উপাদক বিশ্লেষণ কৰিব লাগিলে, প্ৰথম পদ x^2 ৰ সহগটো শেষৰ পদৰ লগত পূৰণ কৰিব লাগে আৰু এই পূৰণফলক এনেকুৱা দুটা উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰিব লাগে যাতে সিহঁতৰ সমষ্টি x ৰ সহগৰ সমান হয়। আন কথাত ক'বলৈ গ'লে আমি ACৰ এনেকুৱা দুটা উৎপাদক নিৰ্ণয় কৰিম যাতে সিহঁতৰ সমষ্টি Bৰ সমান হয়।

তলত দিয়া উদাহৰণবোৰে, এই নিয়মটো স্পষ্ট কৰিব।

4.14 উদাহৰণ : উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা :

$$(i) \quad x^2 + 3x + 2 \quad (ii) \quad x^2 - 10xy + 24y^2$$

$$(iii) \quad 5x^2 + 13x - 6 \quad (iv) \quad 3x^2 - x - 2$$

সমাধান : (i) ইয়াত $A = 1$, $B = 3$ আৰু $C = 2$; এতেকে $AC = 1 \times 2 = 2$ গতিকে, 2ক এনেকুৱা দুটা উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰিম, যাৰ সমষ্টি 3 হয়।
স্পষ্টতঃ $1 + 2 = 3$

(অৰ্থাৎ ACৰ দুটা উৎপাদক হ'ল 1 আৰু 2) এতেকে

$$x^2 + 3x + 2 = x^2 + (1 + 2)x + 2 = x^2 + x + 2x + 2$$

$$= x(x + 1) + 2(x + 1) = (x + 1)(x + 2)$$

(ii) ইয়াত $AC = 24y^2$ আৰু $B = -10y$

∴ $24y^2$ ৰ দুটা উৎপাদক, যাৰ সমষ্টি $-10y$ ৰ সমান, সেই দুটা উৎপাদক হ'ব : $-4y$ আৰু $-6y$.

এতেকে, $x^2 - 10xy + 24y^2 = x^2 - 4xy - 6xy + 24y^2$

$$= x(x - 4y) - 6y(x - 4y)$$

$$= (x - 4y)(x - 6y)$$

(iii) ইয়াত, $AC = 5 \times (-6) = -30$ আৰু $B = 13$.

সমষ্টি 13 হোৱা -30 ৰ উৎপাদক দুটা হ'ব : 15 আৰু -2

এতেকে, $5x^2 + 13x - 6 = 5x^2 + 15x - 2x - 6$





নোট

$$= 5x(x+3) - 2(x+3)$$

$$= (x+3)(5x-2)$$

(iv) ইয়াত, $AC = 3 \times (-2) = -6$ আৰু $B = -1$.

সমষ্টি (-1) হোৱা, -6 ৰ উৎপাদক দুটা হ'ব : (-3) আৰু 2

এতেকে,

$$3x^2 - x - 2 = 3x^2 - 3x + 2x - 2$$

$$= 3x(x-1) + 2(x-1)$$

$$= (x-1)(3x+2)$$



অগ্রগতিৰ খতিয়ান 4.5 (Check Your Progress)

উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা :

1. $x^2 + 11x + 24$

2. $x^2 - 15xy + 54y^2$

3. $2x^2 + 5x - 3$

4. $6x^2 - 10xy - 4y^2$

5. $2x^4 - x^2 - 1$

6. $x^2 + 13xy - 30y^2$

7. $2x^2 + 11x + 14$

8. $10y^2 + 11y - 6$

9. $2x^2 - x - 1$

10. $(m-1)(1-m) + m + 109$

11. $(2a-b)^2 - (2a-b) - 30$ [ইংগিত : ধৰা, $2a-b = x$]

12. $(2x+3y)^2 - 2(2x+3y)(3x-2y) - 3(3x-2y)^2$

[ইংগিত : ধৰা $2x+3y = a$ আৰু $3x-2y = b$]

4.4 বহুপদ ৰাশিৰ গ.সা.গু. আৰু ল.সা.গু. (HCF and LCM of polynomials)

1. বহুপদ ৰাশিৰ গ.সা.গু. :

'গৰিষ্ঠ সাধাৰণ গুণনীয়ক'ক সংক্ষেপতে 'গ.সা.গু.' হিচাপে লিখা হয়।

তোমালোকে ইতিমধ্যে পাই আহিছা যে দুটা স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ গ.সা.গু. হ'ল সংখ্যা দুটাৰ সাধাৰণ উৎপাদকবোৰৰ ভিতৰত আটাইতকৈ ডাঙৰ (গৰিষ্ঠ)টো।

উদাহৰণ স্বৰূপে :

8 আৰু 12ৰ গ.সা.গু. 4; কাৰণ 8 আৰু 12ৰ সাধাৰণ উৎপাদকবোৰ 1, 2 আৰু 4; 4এ ইয়াৰ ভিতৰত আটাইতকৈ ডাঙৰ।

একেদৰে বীজগণিততো, দুই বা ততোধিক বহুপদ ৰাশিৰ গ.সা.গু. হ'ল ৰাশিকেইটাৰ উৎপাদকৰ ভিতৰত আটাইতকৈ ডাঙৰ মাত্ৰা বিশিষ্ট উমৈহতীয়া ৰাশি আৰু প্ৰদত্ত বহুপদ ৰাশিবোৰৰ সাংখ্যিক উৎপাদকৰ গ.সা.গু.ৰ পূৰণফল।



উদাহৰণ স্বৰূপে, $4(x+1)^2$ আৰু $6(x+1)^3$ বাশি দুটাৰ গ.সা.গু. $2(x+1)^2$

দুই বা ততোধিক 'একপদ' বাশিৰ গ.সা.গু. হ'ল বাশিকেইটাৰ উৎপাদকৰ ভিতৰত আটাইতকৈ ডাঙৰ ঘাত বিশিষ্ট উমৈহতীয়া চলক (বা চলকবোৰ) আৰু বাশিবোৰৰ সাংখ্যিক উৎপাদকৰ গ.সা.গু.ৰ পূৰণফল।

উদাহৰণ স্বৰূপে, $12x^2y^3$, $18xy^4$ আৰু $24x^3y^5$ ৰ গ.সা.গু. $6xy^3$ ।

যিহেতু 12, 18 আৰু 24ৰ গ.সা.গু. 6 আৰু বাশিকেইটাৰ অটাইতকৈ ডাঙৰ ঘাত বিশিষ্ট উমৈহতীয়া চলক x আৰু y^3 ।

কিছুমান উদাহৰণ লওঁ আঁহা :

4.15 উদাহৰণ : গ.সা.গু. উলিওৱা :

(i) $4x^2y$ আৰু x^3y^2 (ii) $(x-2)^3(2x-3)$ আৰু $(x-2)^2(2x-3)^3$

সমাধান : (i) $4x^2y = 2 \cdot 2 \cdot x \cdot x \cdot y$

$x^3y^2 = 1 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y$

$4x^2y$ আৰু x^3y^2 ৰ সাধাৰণ উৎপাদকবোৰ হ'ল : x, x, y

\therefore গ.সা.গু. = $x \times x \times y$

= x^2y .

(ii) $(x-2)^3(2x-3) = (x-2) \cdot (x-2) \cdot (x-2) \cdot (2x-3)$

$(x-2)^2 \cdot (2x-3)^3 = (x-2) \cdot (x-2) \cdot (2x-3) \cdot (2x-3) \cdot (2x-3)$

দুয়োটাৰে সাধাৰণ উৎপাদকবোৰ হ'ল : $(x-2), (x-2), (2x-3)$

\therefore গ.সা.গু. = $(x-2) \times (x-2) \times (2x-3) = (x-2)^2(2x-3)$

4.16 উদাহৰণ : গ.সা.গু. উলিওৱা

(i) $x^2 - 4$ আৰু $x^2 + 4x + 4$

(ii) $4x^4 - 16x^3 + 12x^2$ আৰু $6x^3 + 6x^2 - 72x$

সমাধান : (i) $x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$

$x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2 = (x+2)(x+2)$

দুয়োটাৰে সাধাৰণ উৎপাদক : $x+2$

\therefore গ.সা.গু. = $x+2$

(ii) $4x^4 - 16x^3 + 12x^2 = 4x^2(x^2 - 4x + 3)$

= $2 \times 2 \times x \times x(x-1)(x-3)$

$6x^3 + 6x^2 - 72x = 6x(x^2 + x - 12)$

= $2 \times 3 \times x(x-3)(x+4)$



নোট

দুয়োটাৰে সাধাৰণ উৎপাদক : $2, x, x-3$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নিৰ্ণেয় গ.সা.গু} &= 2 \times (x) \times (x-3) \\ &= 2x(x-3) \\ &= 2x^2 - 6x \end{aligned}$$

2. বহুপদ বাশিৰ ল.সা.গু (LCM of Polynomials)

‘লঘিষ্ঠ সাধাৰণ গুণিতক’ক সংক্ষেপতে ‘ল.সা.গু.’ হিচাপে লিখা হয়। গ.সা.গু.ৰ নিচিনাকৈ, তোমলোকে ইতিমধ্যে পাটীগণিতত স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ ল.সা.গু. কেনেকৈ উলিয়াই পাই আহিছ। ল.সা.গু. হ’ল আটাইতকৈ সৰু সংখ্যা যিটো দিয়া সংখ্যাবোৰৰ প্ৰত্যেকৰে গুণিতক।

উদাহৰণ স্বৰূপে,

8 আৰু 12 ৰ ল.সা.গু. 24 হ’ব। কাৰণ 24 হ’ল 8 আৰু 12ৰ উমৈহতীয়া গুণিতক বিলাকৰ ভিতৰত আটাইতকৈ সৰু আৰু ইয়াক তলত দেখুওৱা হ’ল :

8 ৰ গুণিতক : 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80,

12 ৰ গুণিতক : 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96,

8 আৰু 12ৰ উমৈহতীয়া গুণিতক : 24, 48, 72,.....

একেদৰে, বীজগণিতীয় দুই বা ততোধিক বাশিৰ ল.সা.গু. হ’ল বাশিবোৰৰ উমৈহতীয়া (সাধাৰণ) গুণিতক বিলাকৰ ভিতৰত আটাইতকৈ সৰু মাত্ৰা বিশিষ্ট বাশিটো আৰু সাংখ্যিক সহগবোৰৰ ল.সা.গু.ৰ পূৰণ ফল।

উদাহৰণ স্বৰূপে, $4(x+1)^2$ আৰু $6(x+1)^3$ ৰ ল.সা.গু. $12(x+1)^3$

ইয়াত ল.সা.গু. উলিওৱা এটা কাৰ্যকৰী নিয়ম দিয়া হ’ল :

- যিবোৰ বাশিৰ ল.সা.গু. উলিয়াব লাগে প্ৰথমে সিহঁতৰ প্ৰত্যেককে উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰিব লাগে।
- যিটো বাশিৰ উৎপাদকৰ সংখ্যা বেছি, সেইবোৰ উৎপাদক প্ৰথমে লিখি ল’ব লাগে।
- উৎপাদক কম থকা বাশিবোৰৰ ইতিমধ্যে নিলিখা উৎপাদকবোৰ লিখিব লাগে।
- শেষত ওপৰত লিখি পোৱা আটাইবোৰ উৎপাদকৰ পূৰণেই হ’ব নিৰ্ণেয় ল.সা.গু.।

কিছুমান ব্যাখ্যাকাৰী উদাহৰণ :

4.17 উদাহৰণ : ল.সা.গু. নিৰ্ণয় কৰা :

$$(i) \quad 4x^2y \text{ আৰু } x^3y^2 \quad (ii) \quad (x-2)^3(2x-3) \text{ আৰু } (x-2)^2(2x-3)^3$$

সমাধান : (i) $4x^2y = 2 \times 2 \times (x) \times (x) \times y$

$$x^3y^2 = (x) \times (x) \times (x) \times y \times y$$

$$\therefore \text{ল.সা.গু.} = 2 \times 2 \times (x) \times (x) \times (x) \times y \times y = 4x^3y^2$$

$$(ii) \quad (x-2)^3(2x-3) = (x-2)(x-2)(x-2)(2x-3)$$

$$(x-2)^2(2x-3)^3 = (x-2)(x-2)(2x-3)(2x-3)(2x-3)$$

$$\therefore \text{ল.সা.গু.} = (x-2)(x-2)(x-2)(2x-3)(2x-3)(2x-3) = (x-2)^3(2x-3)^3$$

4.18 উদাহৰণ : ল.সা.গু. নিৰ্ণয় কৰা :

$$(i) \quad (x-2)(x^2-3x+2) \text{ আৰু } x^2-5x+6$$

$$(ii) \quad 8(x^3-27) \text{ আৰু } 12(x^5+27x^2)$$

সমাধান : (i) $(x-2)(x^2-3x+2) = (x-2)(x-2)(x-1)$

আৰু $x^2-5x+6 = (x-2)(x-3)$

$$\therefore \text{নিৰ্ণয় ল.সা.গু.} = (x-2)(x-2)(x-1)(x-3)$$

$$= (x-2)^2(x-1)(x-3)$$

(ii) $8(x^3-27) = 2 \times 2 \times 2 \times (x-3)(x^2+3x+9)$

$$12(x^5+27x^2) = 12x^2(x^3+27)$$

$$= 2 \times 2 \times 3 \times (x) \times (x) \times (x+3)(x^2-3x+9)$$

$$\therefore \text{নিৰ্ণয় ল.সা.গু.} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times (x) \times (x) \times (x-3)(x+3)(x^2+3x+9)(x^2-3x+9)$$

$$= 24x^2(x-3)(x+3)(x^2+3x+9)(x^2-3x+9)$$



অগ্ৰগতিৰ খতিয়ান 4.6 (Check Your Progress)

1. তলত দিয়া বহুপদ বাশিবোৰৰ গ.সা.গু উলিওৱা :

(i) $27x^4y^2$ আৰু $3xy^3$ (ii) $48y^7x^9$ আৰু $12y^3x^5$

(iii) $(x+1)^3$ আৰু $(x+1)^2(x-1)$ (iv) x^2+4x+4 আৰু $x+2$

(v) $18(x+2)^3$ আৰু $24(x^3+8)$ (vi) $(x+1)^2(x+5)^3$ আৰু $x^2+10x+25$

(vii) $(2x-5)^2(x+4)^3$ আৰু $(2x-5)^3(x-4)$

(viii) x^2-1 আৰু x^4-1 (ix) x^3-y^3 আৰু x^2-y^2

(x) $6(x^2-3x+2)$ আৰু $18(x^2-4x+3)$

2. তলত দিয়া বহুপদ বাশিবোৰৰ ল.সা.গু. নিৰ্ণয় কৰা :

(i) $25x^3y^2$ আৰু $15xy$ (ii) $30xy^2$ আৰু $48x^3y^4$

(iii) $(x+1)^3$ আৰু $(x+1)^2(x-1)$ (iv) x^2+4x+4 আৰু $x+2$





(v) $18(x+2)^3$ আৰু $24(x^3+8)$

(vi) $(x+1)^2(x+5)^3$ আৰু $x^2+10x+25$

(vii) $(2x-5)^2(x+4)^2$ আৰু $(2x-5)^3(x-4)$

(viii) x^2-1 আৰু x^4-1

(ix) x^3-y^3 আৰু x^2-y^2

(x) $6(x^2-3x+2)$ আৰু $18(x^2-4x+3)$

4.5 পৰিমেয় ৰাশি (Rational Expressions)

তোমালোকে ইতিমধ্যে অখণ্ড সংখ্যা আৰু পৰিমেয় সংখ্যাবোৰৰ লগত পৰিচিত হৈছা। যিবোৰ সংখ্যক $\frac{p}{q}$ আকাৰত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি, য'ত p আৰু q অখণ্ড সংখ্যা কিন্তু $q \neq 0$, সেইবোৰ সংখ্যক পৰিমেয় সংখ্যা বোলে।

যিবোৰ বীজগণিতীয় ৰাশিক $\frac{P}{Q}$ আকাৰত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি, য'ত P আৰু Q বহুপদ ৰাশি কিন্তু $Q \neq 0$, সেইবোৰকেই পৰিমেয় ৰাশি বোলে। সেয়েহে তলৰ ৰাশিবোৰৰ

$$\frac{x+1}{x-1}, \frac{x^2-3x+5}{x^2-5}, \frac{\frac{1}{2}a^2+b^2-\frac{5}{6}}{a+b}, \frac{x^2+\sqrt{2}y^2}{\sqrt{3x-y}}$$

প্ৰত্যেকেই এটা নাইবা দুটা চলকযুক্ত পৰিমেয় ৰাশি।

টোকা :

(i) ' x^2+1 ' বহুপদ ৰাশিটো এটা পৰিমেয় ৰাশি কাৰণ ইয়াক $\frac{x^2+1}{1}$ হিচাপে লিখিব পাৰি। যিহেতু হৰৰ ধ্ৰুৱক 1টো শূন্য মাত্ৰাৰ এটা বহুপদ ৰাশি।

(ii) 7 বহুপদ ৰাশিটো এটা পৰিমেয় ৰাশি, কাৰণ ইয়াক $\frac{7}{1}$ হিচাপে লিখিব পাৰি, য'ত 7 আৰু 1 উভয়ে 0 (শূন্য) মাত্ৰাৰ একোটা বহুপদ ৰাশি।

(iii) এইটো স্পষ্ট যে এটা পৰিমেয় ৰাশি বহুপদ ৰাশি নহ'বও পাৰে উদাহৰণস্বৰূপে পৰিমেয় ৰাশি $\frac{1}{x}$ ($=x^{-1}$) এটা বহুপদ ৰাশি নহয়। আনহাতে প্ৰত্যেক বহুপদ ৰাশিয়েই এটা পৰিমেয় ৰাশি।

$$\frac{\sqrt{x}+2}{1-x}, x^2+2\sqrt{x}+3, \frac{a^{\frac{2}{3}}-\frac{1}{b}}{a^2+ab+b^2}$$
 এই ৰাশিবোৰৰ কোনোটোৱেই পৰিমেয় ৰাশি নহয়।



অগ্রগতিৰ খতিয়ান 4.7 (Check Your Progress)



1. তলৰ কোনবোৰ বীজগণিতীয় বাশি পৰিমেয় বাশি?

(i) $\frac{2x-3}{4x-1}$

(ii) $\frac{8}{x^2-y^2}$

(iii) $\frac{2\sqrt{3}x^2+\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$

(iv) $\frac{2x^2-\sqrt{x}+3}{6x}$

(v) $200+\sqrt{11}$

(vi) $\left(a+\frac{1}{b}\right)\div b^{\frac{1}{3}}$

(vii) $y^3+3yz(y+z)+z^3$

(viii) $5\div(a+3b)$

2. তলৰ প্ৰত্যেকৰে দুটাকৈ উদাহৰণ দিয়া :

(i) এটা চলকযুক্ত পৰিমেয় বাশি।

(ii) দুটা চলকযুক্ত পৰিমেয় বাশি।

(iii) লৰটো দ্বিপদ বাশি আৰু হৰটো ত্ৰিপদ বাশিত থকা এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

(iv) লৰটো প্ৰৱৰক আৰু হৰটো এটা দ্বিঘাত বহুপদ বাশিত থকা এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

(v) দুটা চলকযুক্ত এটা পৰিমেয় বাশি যাৰ লৰটো 3 মাত্ৰাৰ এটা বহুপদ বাশি আৰু হৰটো 5 মাত্ৰাৰ এটা বহুপদ বাশি।

(vi) এটা বীজগণিতীয় বাশি, যিটো পৰিমেয় বাশি নহয়।

4.6 পৰিমেয় বাশিত মৌলিক প্ৰক্ৰিয়া (Operations on Rational Expressions)

পৰিমেয় সংখ্যাত মৌলিক প্ৰক্ৰিয়া চাৰিটা যেনেদৰে প্ৰয়োগ কৰা হয়, ঠিক তেনেদৰে পৰিমেয় বাশিৰ ক্ষেত্ৰতো কৰা হয়।

(1) পৰিমেয় বাশিৰ যোগ আৰু বিয়োগ :

পৰিমেয় সংখ্যা আৰু পৰিমেয় বাশিৰ যোগৰ ক্ষেত্ৰত থকা সাদৃশ্য লক্ষ্য কৰিবৰ বাবে তলৰ উদাহৰণবোৰ লোৱা হ'ল। এই সাদৃশ্যটো পৰিমেয় বাশিৰ বিয়োগ, পূৰণ আৰু হৰণৰ ক্ষেত্ৰতো সত্য।

4.19 উদাহৰণ : যোগ কৰা :

(i) $\frac{5}{6} + \frac{3}{8}$

(ii) $\frac{2x+1}{x-1} + \frac{x+2}{x+1}$

সমাধান : (i) $\frac{5}{6} + \frac{3}{8} = \frac{5 \times 4 + 3 \times 3}{24}$ ← (6 আৰু 8ৰ ল.সা.গু.)

$= \frac{20+9}{24} = \frac{29}{24}$



নোট

$$(ii) \frac{2x+1}{x-1} + \frac{x+2}{x+1} = \frac{(2x+1)(x+1) + (x+2)(x-1)}{(x-1)(x+1)} \leftarrow (x-1 \text{ আৰু } x+1 \text{ ৰ ল.সা.গু.})$$

$$= \frac{2x^2 + 3x + 1 + x^2 + x - 2}{x^2 - 1}$$

$$= \frac{3x^2 + 4x - 1}{x^2 - 1}$$

4.20 উদাহৰণ : বিয়োগ কৰা : $\frac{3x-2}{3x+1}$ ৰ পৰা $\frac{x-1}{x+1}$

$$\text{সমাধান : } \frac{3x-2}{3x+1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{(x+1)(3x-2) - (x-1)(3x+1)}{(3x+1)(x+1)}$$

$$= \frac{3x^2 + x - 2 - (3x^2 - 2x - 1)}{3x^2 + 4x + 1}$$

$$= \frac{3x-1}{3x^2 + 4x + 1}$$

টোকা : লক্ষ্য কৰা যে দুটা পৰিমেয় ৰাশিৰ যোগফল আৰু বিয়োগফলও এটা পৰিমেয় ৰাশি।

যিহেতু দুটা পৰিমেয় ৰাশিৰ যোগ আৰু বিয়োগ একোটা পৰিমেয় ৰাশি গতিকে $x + \frac{1}{x}$ ($x \neq 0$) আৰু

$x - \frac{1}{x}$ ($x \neq 0$) উভয়ে পৰিমেয় ৰাশি। ইয়াত x আৰু $\frac{1}{x}$ উভয়ে পৰিমেয় ৰাশি। এই একেদৰে

$x^2 + \frac{1}{x^2}$, $x^3 + \frac{1}{x^3}$, $x^2 - \frac{1}{x^2}$, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ ইত্যাদি ৰাশিবোৰৰ প্ৰত্যেকেই পৰিমেয় ৰাশি। এতিয়া $x + \frac{1}{x}$ বা

$x - \frac{1}{x}$ ৰ মান দিয়া থাকিলে $x^2 + \frac{1}{x^2}$, $x^2 - \frac{1}{x^2}$, $x^3 + \frac{1}{x^3}$, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ ইত্যাদি ৰাশিবোৰৰ মান নিৰ্ণয়

কৰিব পাৰি আৰু কিছুমান ক্ষেত্ৰত ইয়াৰ বিকল্পও প্ৰযোজ্য।

4.21 উদাহৰণ : মান নিৰ্ণয় কৰা :

(i) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ যদি $x - \frac{1}{x} = 1$

(ii) $x^4 + \frac{1}{x^4}$ যদি $x + \frac{1}{x} = 4$

(iii) $x - \frac{1}{x}$ যদি $x^4 + \frac{1}{x^4} = 119$

(iv) $x^3 + \frac{1}{x^3}$ যদি $x + \frac{1}{x} = 3$

(v) $x^3 - \frac{1}{x^3}$ যদি $x - \frac{1}{x} = 5$

সমাধান : (i) দিয়া আছে $x - \frac{1}{x} = 1$

$$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2x \cdot \frac{1}{x} = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 3.$$

(ii) ইয়াত $x + \frac{1}{x} = 4$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 4^2$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 16$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$$

$$\Rightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 14^2$$

$$\Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 = 196$$

$$\Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} = 194.$$

(iii) ইয়াত $x^4 + \frac{1}{x^4} = 119$

$$\Rightarrow (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 119$$

$$\Rightarrow (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 + 2 = 119 + 2 = 121$$

$$\Rightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (11)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 11 \quad [\because x^2 \text{ আৰু } \frac{1}{x^2} \text{ উভয়েই ধনাত্মক}]$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 9$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (\pm 3)^2$$

$$\Rightarrow x - \frac{1}{x} = \pm 3$$

আৰ্হি - ১

বীজগণিত



নোট



নোট

(iv) ইয়াত $x + \frac{1}{x} = 3$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 3^3$$

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = 27$$

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3(3) = 27$$

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 9 = 27$$

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$$

(v) ইয়াত $x - \frac{1}{x} = 5$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = 5^3$$

$$\Rightarrow x^3 - \frac{1}{x^3} - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) = 125$$

$$\Rightarrow x^3 - \frac{1}{x^3} - 3(5) = 125$$

$$\Rightarrow x^3 - \frac{1}{x^3} - 15 = 125$$

$$\Rightarrow x^3 - \frac{1}{x^3} = 140.$$



অগ্রগতিৰ খতিয়ান 4.8 (Check Your Progress)

1. যোগফল উলিওৱা :

(i) $\frac{x^2+1}{x-2}$ আৰু $\frac{x^2-1}{x-2}$

(ii) $\frac{x+2}{x+3}$ আৰু $\frac{x-1}{x-2}$

(iii) $\frac{x+1}{(x-1)^2}$ আৰু $\frac{1}{x+1}$

(iv) $\frac{3x+2}{x^2-16}$ আৰু $\frac{x-5}{(x+4)^2}$

(v) $\frac{x-2}{x+3}$ আৰু $\frac{x+2}{x+3}$

(vi) $\frac{x+2}{x-2}$ আৰু $\frac{x-2}{x+2}$

(vii) $\frac{x+1}{x+2}$ আৰু $\frac{x^2-1}{x^2+1}$

(viii) $\frac{3\sqrt{2}x+1}{3x^2}$ আৰু $\frac{-2\sqrt{2}x+1}{2x^2}$

2. বিয়োগ কৰা :

(i) $\frac{x+4}{x+2}$ ৰ পৰা $\frac{x-1}{x-2}$

(ii) $\frac{2x+1}{2x-1}$ ৰ পৰা $\frac{2x-1}{2x+1}$

(iii) x ৰ পৰা $\frac{1}{x}$

(iv) $\frac{x+1}{x^2-1}$ ৰ পৰা $\frac{2}{x}$

(v) $\frac{2x^2+3}{x-4}$ ৰ পৰা $\frac{x^2+1}{x-4}$

(vi) $\frac{2x^3+x^2+3}{(x^2+2)^2}$ ৰ পৰা $\frac{1}{x^2+2}$

(vii) $\frac{x-2}{(x+3)^2}$ ৰ পৰা $\frac{x+2}{2(x^2-9)}$

(viii) $\frac{4x}{x^2-1}$ ৰ পৰা $\frac{x+1}{x-1}$

3. মান উলিওৱা :

(i) $a^2 + \frac{1}{a^2}$, যদি $a + \frac{1}{a} = 2$

(ii) $a^2 + \frac{1}{a^2}$ যদি $a - \frac{1}{a} = 2$

(iii) $a^3 + \frac{1}{a^3}$, যদি $a + \frac{1}{a} = 2$

(iv) $a^3 + \frac{1}{a^3}$, যদি $a + \frac{1}{a} = 5$

(v) $a^3 - \frac{1}{a^3}$, যদি $a - \frac{1}{a} = \sqrt{5}$

(vi) $8a^3 + \frac{1}{27a^3}$ যদি $2a + \frac{1}{3a} = 5$

(vii) $a^3 + \frac{1}{a^3}$, যদি $a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$

(viii) $a^3 + \frac{1}{a^3}$, যদি $a^2 + \frac{1}{a^2} = 7, a > 0$

(ix) $a - \frac{1}{a}$, যদি $a^4 + \frac{1}{a^4} = 727$

(x) $a^3 - \frac{1}{a^3}$, যদি $a^4 + \frac{1}{a^4} = 34, a > 0$





নোট

2. পৰিমেয় বাশিৰ পূৰণ আৰু হৰণ :

আমি জানো যে দুটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ গুণফল, ধৰা $\frac{2}{3}$ আৰু $\frac{5}{7}$ ৰ গুণফল

$$= \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21};$$

সেইদৰে দুটা পৰিমেয় বাশিৰ গুণফল ধৰা $\frac{P}{Q}$ আৰু $\frac{R}{S}$ ৰ গুণফল,

$$\frac{P}{Q} \times \frac{R}{S} = \frac{PR}{QS}$$

য'ত P, Q, R, S বহুপদ বাশি আৰু Q.S ≠ 0। লক্ষ্য কৰিলে দেখা যায় যে দুটা

পৰিমেয় সংখ্যাৰ গুণফল এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

4.22 উদাহৰণ : গুণফল উলিওৱা :

(i) $\frac{5x+3}{5x-1} \times \frac{2x-1}{x+1}$

(ii) $\frac{2x+1}{x-1} \times \frac{x-1}{x+3}$

(iii) $\frac{x^2-7x+10}{(x-4)^2} \times \frac{x^2-7x+12}{x-5}$

সমাধান : (i) $\frac{5x+3}{5x-1} \times \frac{2x-1}{x+1} = \frac{(5x+3)(2x-1)}{(5x-1)(x+1)} = \frac{10x^2+x-3}{5x^2+4x-1}$

(ii) $\frac{2x+1}{x-1} \times \frac{x-1}{x+3} = \frac{(2x+1)(x-1)}{(x-1)(x+3)}$

$$= \frac{2x+1}{x+3} \quad \text{[লৰ আৰু হৰৰ পৰা সাধাৰণ উৎপাদক (x-1) বাদ দি]}$$

(iii) $\frac{x^2-7x+10}{(x-4)^2} \times \frac{x^2-7x+12}{x-5} = \frac{(x^2-7x+10)(x^2-7x+12)}{(x-4)^2(x-5)}$

$$= \frac{(x-2)(x-5)(x-3)(x-4)}{(x-4)^2(x-5)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-3)}{x-4} \quad \text{[লৰ আৰু হৰৰ পৰা সাধাৰণ উৎপাদক (x-4) আৰু (x-5) বাদ দি]}$$

$$= \frac{x^2-5x+6}{x-4}$$

টোকা : এটা ভগ্নাংশৰ লৰ আৰু হৰৰ আটাইবোৰ সাধাৰণ উৎপাদক বাদ দি পোৱা ভগ্নাংশটোক পূৰ্বৰ ভগ্নাংশটোৰ লঘিষ্ঠ আকাৰ বুলি কোৱা হয়।

তোমালোকে দুটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ হৰণ কেনেকৈ কৰিব লাগে সেইটো আগতে পাই আহিছ। যেনে

$$\frac{2}{3} \div \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$$

য'ত $\frac{7}{5}$ হ'ল $\frac{5}{7}$ ৰ অন্যান্যক।

এইদৰে, পৰিমেয় বাশি $\frac{P}{Q}$ আৰু $\frac{R}{S}$ ৰ হৰণো একেদৰে কৰা হয়। অৰ্থাৎ

$$\frac{P}{Q} \div \frac{R}{S} = \frac{P}{Q} \times \frac{S}{R} = \frac{PS}{QR}$$

য'ত P, Q, R, S একোটা বহুপদ বাশি আৰু $\frac{S}{R}$ হ'ল $\frac{R}{S}$ ৰ অন্যান্যক
(Reciprocal)

4.23 উদাহৰণ : তলৰ পৰিমেয় বাশিবোৰৰ প্ৰত্যেকৰে অন্যান্যক উলিওৱা :

$$(i) \frac{x^2 + 20}{x^3 + 5x + 6} \quad (ii) -\frac{2y}{y^2 - 5} \quad (iii) x^3 + 8$$

সমাধান : (i) $\frac{x^2 + 20}{x^3 + 5x + 6}$ ৰ অন্যান্যক $\frac{x^3 + 5x + 6}{x^2 + 20}$

(ii) $-\frac{2y}{y^2 - 5}$ ৰ অন্যান্যক $-\frac{y^2 - 5}{2y} = \frac{5 - y^2}{2y}$

(iii) $x^3 + 8$ ৰ অন্যান্যক $\frac{1}{x^3 + 8}$

4.24 উদাহৰণ : হৰণ কৰা :

(i) $\frac{x^2 + 1}{x - 1}$ ক $\frac{x - 1}{x + 2}$ ৰে

(ii) $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 25}$ ক $\frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 + 4x - 5}$ ৰে আৰু ফলটো লঘিষ্ঠ আকাৰত প্ৰকাশ কৰা।

সমাধান : (i) $\frac{x^2 + 1}{x - 1} \div \frac{x - 1}{x + 2} = \frac{x^2 + 1}{x - 1} \times \frac{x + 2}{x - 1} = \frac{(x^2 + 1)(x + 2)}{(x - 1)^2} = \frac{x^3 + 2x^2 + x + 2}{x^2 - 2x + 1}$

(ii) $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 25} \div \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 + 4x - 5} = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 4x - 5)}{(x^2 - 25)(x^2 - 4x - 5)} = \frac{(x - 1)(x + 1)(x + 5)(x - 1)}{(x - 5)(x + 5)(x + 1)(x - 5)}$
 $= \frac{(x - 1)(x - 1)}{(x - 5)(x - 5)} = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 10x + 25}$



অগ্ৰগতিৰ খতিয়ান 4.9 (Check Your Progress)

1. গুণফল উলিওৱা আৰু ফলটো লঘিষ্ঠ আকাৰত প্ৰকাশ কৰা :

(i) $\frac{7x + 2}{2x^2 + 3x + 1} \times \frac{x + 1}{7x^2 - 5x - 2}$ (ii) $\frac{x^3 + 1}{x^4 + 1} \times \frac{x^3 - 1}{x^4 - 1}$





নোট

$$(iii) \frac{3x^2 - 15x + 18}{2x - 4} \times \frac{17x + 3}{x^2 - 6x + 9} \quad (iv) \frac{5x - 3}{5x + 2} \times \frac{x + 2}{x + 6}$$

$$(v) \frac{x^2 + 1}{x - 1} \times \frac{x + 1}{x^2 - x + 1}$$

$$(vi) \frac{x^3 + 1}{x - 1} \times \frac{x - 1}{2x}$$

$$(vii) \frac{x - 3}{x - 4} \times \frac{x^4 - 5x + 4}{x^2 - 2x - 3}$$

$$(viii) \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 2x - 3} \times \frac{x^2 - 2x - 24}{x^2 - 16}$$

2. তলৰ প্ৰত্যেকটো পৰিমেয় বাশিৰ অন্যান্যক উলিওৱা :

$$(i) \frac{x^2 + 2}{x - 1}$$

$$(ii) -\frac{3a}{1 - a}$$

$$(iii) -\frac{7}{1 - 2x - x^2}$$

$$(iv) x^4 + 1$$

3. হৰণ কৰি ফলটো পৰিমেয় বাশিৰ লঘিষ্ঠ আকাৰত প্ৰকাশ কৰা :

$$(i) \frac{x^2 + 11x + 18}{x^2 - 4x - 117} \div \frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 - 12x - 13}$$

$$(ii) \frac{6x^2 + x - 1}{2x^2 - 7x - 15} \div \frac{4x^2 + 4x + 1}{4x^2 - 9}$$

$$(iii) \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 9} \div \frac{x^3 - 1}{x^2 - 4x + 3}$$

$$(iv) \frac{x^2 + 2x - 24}{x^2 - x - 12} \div \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 9}$$

$$(v) \frac{3x^2 + 14x - 5}{x^2 - 3x + 2} \div \frac{3x^2 + 2x - 1}{3x^2 - 3x - 2}$$

$$(vi) \frac{2x^2 + x - 3}{(x - 1)^2} \div \frac{2x^2 + 5x + 3}{x^2 - 1}$$



তুমি কি শিকিলা (Let Us Sum Up)

তলত দিয়া বিশেষ ধৰণৰ গুণফলবোৰ বীজগণিতত বৰ সঘনে পোৱা যায় :

$$(i) (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(ii) (x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(iii) (x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

$$(iv) (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$(v) (ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

$$(vi) (x + y)^3 = x^3 + 3xy(x + y) + y^3$$

$$(vii) (x - y)^3 = x^3 - 3xy(x - y) - y^3$$

$$(viii) (x + y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 + y^3$$

$$(ix) (x - y)(x^2 + xy + y^2) = x^3 - y^3$$



নোট

- এটা বহুপদ ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ হ'ল বহুপদ ৰাশিটোক দুই বা ততোধিক বহুপদ ৰাশিৰ গুণফল হিচাপে লিখাৰ এটা পদ্ধতি। গুণফলত থকা প্ৰত্যেকটো বহুপদ ৰাশিক দিয়া বহুপদ ৰাশিটোৰ একোটা উৎপাদক বোলে।
- এটা বহুপদ ৰাশিক সম্পূৰ্ণৰূপে উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা বুলি কোৱা হ'ব, যদি ইয়াৰ কোনো এটা উৎপাদককেই দুটা নিম্নঘাতৰ বহুপদ ৰাশিৰ গুণফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব নোৱাৰি আৰু যদি অখণ্ড সহগবোৰৰ 1 আৰু -1 ত বাদে কোনো সাধাৰণ উৎপাদক নাথাকে।
- ওপৰত উল্লেখ কৰা বিশেষ গুণফলৰ আধাৰত উৎপাদক বিশ্লেষণৰ বাহিৰেও আমি এটা বহুপদ ৰাশিৰ কিছুমান বা সকলো পদতে থকা একপদীয় সাধাৰণ উৎপাদকটো বাহিৰ কৰি আনি বিতৰণ বিধি প্ৰয়োগ কৰিও উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিব পাৰো।
- দুটাতকৈ অধিক সংখ্যক বহুপদ ৰাশিৰ গ.সা.গু. হ'ল ৰাশিকেইটাৰ উৎপাদকবোৰৰ ভিতৰত আটাইতকৈ ডাঙৰ মাত্ৰা বিশিষ্ট উমৈহতীয়া ৰাশি আৰু প্ৰদত্ত বহুপদ ৰাশিবোৰৰ সাংখ্যিক উৎপাদকৰ গ.সা.গু.ৰ পূৰণফল।
- দুটা বা তাতকৈ অধিক সংখ্যক বহুপদ ৰাশিৰ ল.সা.গু. হ'ল ৰাশিবোৰৰ উমৈহতীয়া গুণিতকবোৰৰ ভিতৰত আটাইতকৈ সৰু মাত্ৰা বিশিষ্ট ৰাশিটো আৰু ৰাশিবোৰৰ সাংখ্যিক সহগবোৰৰ ল.সা.গু.ৰ পূৰণ ফল।
- P আৰু Q দুটা বহুপদ ৰাশি আৰু তাৰে Q অ-শূন্য বহুপদ ৰাশি হ'লে $\frac{P}{Q}$ আকাৰৰ ৰাশিবোৰক পৰিমেয় ৰাশি বোলে।
- পৰিমেয় সংখ্যাত মৌলিক প্ৰক্ৰিয়া যোগ, বিয়োগ, পূৰণ আৰু হৰণ যেনেদৰে কৰা হয়, ঠিক তেনেদৰে পৰিমেয় ৰাশিৰ ক্ষেত্ৰতো কৰা হয়।
- এটা পৰিমেয় ৰাশিৰ তাৰ লৰ আৰু হৰৰ পৰা আটাইবোৰ উমৈহতীয়া উৎপাদক (যদি থাকে) বাদ দি পোৱা ৰাশিটোক পূৰ্বৰ ৰাশিটোৰ লঘিষ্ঠ আকাৰ বুলি কোৱা হয়।



পাঠ সমাপ্তি অনুশীলনী (Terminal Exercise)

1. শুদ্ধ উত্তৰটোত (✓) চিন দিয়া :

(i) যদি $120^2 - 20^2 = 25P$, তেতিয়া Pৰ মান

- (a) 16 (b) 140 (c) 560 (d) 14000

(ii) $(2a^2 + 3)^2 - (2a^2 - 3)^2$ ৰ মান

- (a) $24a^2$ (b) $24a^4$ (c) $72a^2$ (d) $72a^4$



নোট

- (iii) $(a^2 + b^2)^2 + (a^2 - b^2)^2$ ৰ মান
 (a) $2(a^2 + b^2)$ (b) $4(a^2 + b^2)$
 (c) $4(a^4 + b^4)$ (d) $2(a^4 + b^4)$
- (iv) যদি $m - \frac{1}{m} = -\sqrt{3}$, তেতিয়া $m^3 - \frac{1}{m^3}$ ৰ মান হ'ব
 (a) 0 (b) $6\sqrt{3}$
 (c) $-6\sqrt{3}$ (d) $-3\sqrt{3}$
- (v) $\frac{327 \times 327 - 323 \times 323}{327 + 323}$ ৰ মান
 (a) 650 (b) 327
 (c) 323 (d) 4
- (vi) $8m^3 - n^3$ ৰ মান
 (a) $(2m - n)(4m^2 - 2mn + n^2)$
 (b) $(2m - n)(4m^2 + 2mn + n^2)$
 (c) $(2m - n)(4m^2 - 4mn + n^2)$
 (d) $(2m - n)(4m^2 + 4mn + n^2)$
- (vii) $\frac{467 \times 467 \times 467 + 533 \times 533 \times 533}{467 \times 467 - 467 \times 533 + 533 \times 533}$ ৰ মান
 (a) 60 (b) 198 (c) 1000 (d) 3000
- (viii) $36a^5b^2$ আৰু $90a^3b^4$ ৰ গ.সা.গু. হ'ব
 (a) $36a^3b^2$ (b) $18a^3b^2$
 (c) $90a^3b^4$ (d) $180a^5b^4$
- (ix) $x^2 - 1$ আৰু $x^2 - x - 2$ বাশি দুটাৰ ল.সা.গু. হ'ব
 (a) $(x^2 - 1)(x - 2)$ (b) $(x^2 - 1)(x + 2)$
 (c) $(x - 1)^2(x + 2)$ (d) $(x + 1)^2(x - 2)$



(x) তলৰ কোনটো পৰিমেয় বাশি নহয়?

(a) $\sqrt{33}$

b) $x + \frac{1}{\sqrt{5x}}$

(c) $8\sqrt{x} + 6\sqrt{y}$

(d) $\frac{x - \sqrt{3}}{x + \sqrt{3}}$

2. তলত দিয়াবোৰৰ গুণফল উলিওৱা :

(i) $(a^m + a^n)(a^m - a^n)$

(ii) $(x + y + 2)(x - y + 2)$

(iii) $(2x + 3y)(2x + 3y)$

(iv) $(3a - 5b)(3a - 5b)$

(v) $(5x + 2y)(25x^2 - 10xy + 4y^2)$

(vi) $(2x - 5y)(4x^2 + 10xy + 25y^2)$

(vii) $\left(a + \frac{5}{4}\right)\left(a + \frac{4}{5}\right)$

(viii) $(2z^2 + 3)(2z^2 - 5)$

(ix) $99 \times 99 \times 99$

(x) $103 \times 103 \times 103$

(xi) $(a + b - 5)(a + b - 6)$

(xii) $(2x + 7z)(2x + 5z)$

3. যদি $x = a - b$ আৰু $y = b - c$, দেখুওৱা যে $(a - c)(a + c - 2b) = x^2 - y^2$

4. যদি $4x - 5z = 16$ আৰু $xz = 12$ তেন্তে $64x^3 - 125z^3$ ৰ মান উলিওৱা।

5. উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা :

(i) $x^7y^6 + x^{22}y^{20}$

(ii) $3a^5b - 243ab^5$

(iii) $3a^6 + 12a^4b^2 + 12a^2b^4$

(iv) $a^4 - 8a^2b^3 + 16b^6$

(v) $3x^4 + 12y^4$

(vi) $x^8 + 14x^4 + 81$

(vii) $x^2 + 16x + 63$

(viii) $x^2 - 12x + 27$

(ix) $7x^2 + xy - 6y^2$

(x) $5x^2 - 8x - 4$

(xi) $x^6 - 729y^6$

(xii) $125a^6 + 64b^6$

6. গ.সা.গু. উলিওৱা :

(i) $x^3 - x^5$ আৰু $x^4 - x^7$

(ii) $30(x^2 - 3x + 2)$ আৰু $50(x^2 - 2x + 1)$



নোট

7. ল.সা.গু. উলিওৱা :

(i) $x^3 + y^3$ আৰু $x^2 - y^2$

(ii) $x^4 + x^2y^2 + y^4$ আৰু $x^2 + xy + y^2$

8. সৰল কৰা :

(i) $\frac{x+1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x+1}$

(ii) $\frac{2x^2 + 2x - 7}{x^2 + x - 6} - \frac{x-1}{x-2}$

(iii) $\frac{x-1}{x-2} \times \frac{3x+1}{x^2-4}$

(iv) $\frac{x^2-1}{x^2-25} \div \frac{x^2-4x-5}{x^2+4x-5}$

9. সৰল কৰা : $\frac{2}{a-1} - \frac{2}{a+1} - \frac{4}{a^2+1} - \frac{8}{a^4+1}$

[ইংগিত : $\frac{2}{a-1} - \frac{2}{a+1} = \frac{4}{a^2-1}$; এতিয়া পিছৰ পদৰ লগত সংযোগ কৰা]

10. যদি $m = \frac{x+1}{x-1}$ আৰু $n = \frac{x-1}{x+1}$, তেন্তে $m^2 + n^2 - mn$ ৰ মান উলিওৱা।



পাঠৰ অন্তৰ্গত প্ৰশ্নাৱলীৰ উত্তৰ (Answers to Check Your Progress)

4.1

1. (i) $25x^2 + 20xy + y^2$

(ii) $x^2 - 6x + 9$

(iii) $a^2b^2 + 2abcd + c^2d^2$

(iv) $4x^2 - 20xy + 5y^2$

(v) $\frac{x^2}{9} + \frac{2}{3}x + 1$

(vi) $\frac{z^2}{4} - \frac{1}{3}z + \frac{1}{9}$

(vii) $a^4 - 25$

(viii) $x^2y^2 - 1$

(ix) $x^2 + \frac{25}{12}x + 1$

(x) $\frac{4}{9}x^4 - \frac{25}{9}x^2 - 1$

(xi) $6x^2 + 13xy + 6y^2$

(xii) $21x^2 + 8xy - 5y^2$

2. (i) $40x^2$

(ii) $2a^6 + 18$

(iii) $2(a^2x^2 + b^2y^2)$

(iv) $32p^2q^2$



3. (i) 10404 (ii) 11664 (iii) 4761 (iv) 996004
 (v) 6384 (vi) 22451 (vii) 89964 (viii) 249936
 (ix) 11445 (x) 5621 (xi) 8930 (xii) 989028

4.2

1. (i) $27x^3 + 36x^2y + 36xy^2 + 64y^3$ (ii) $p^3 - 3p^2qr + 3pq^2r^2 - q^3r^3$
 (iii) $a^3 + a^2b + \frac{ab^2}{3} + \frac{b^3}{27}$ (iv) $\frac{a^3}{27} - \frac{a^2b}{3} + ab^2 - b^3$
 (v) $\frac{a^6}{8} + \frac{1}{2}a^4b^2 + \frac{2}{3}a^2b^4 + \frac{8}{27}b^6$ (vi) $\frac{a^6x^9}{27} - \frac{2}{3}a^4b^3x^6y^2 + 4a^2b^6x^3y^4 - 8b^9y^6$
2. (i) 512 (ii) 1728 (iii) 5832 (iv) 12167 (v) 148877
 (vi) 110592 (vii) 357911 (viii) 328509 (ix) 912663 (x) 970299
3. (i) $8x^3 + y^3$ (ii) $x^3 - 8$ (iii) $x^3 + 1$
 (iv) $8y^3 - 27z^6$ (v) $64x^3 + 27y^3$ (vi) $27x^3 - \frac{1}{343}y^3$
4. (i) 100 (ii) 1115
5. (i) 15616 (ii) $\frac{27027}{125}$
6. (i) $120x^2 + 250$ (ii) $1000y^3$ (iii) $19x^3 - 19y^3$ (iv) $-117x^3 - 126$
7. (i) 1000 (ii) 444

4.3

- (1) $5x(2y - 3z)$ (2) $abc(c - b)$
 (3) $3p(2p - 5q + 9)$ (4) $(b - c)(a^2 - b)$
 (5) $(4x - y)^2(8ax - 2ay - b)$ (6) $x(x + y)(x^2 - xy + y^2)$
 (7) $25(2 + 5p)(2 - 5p)$ (8) $(1 + 16y^4)(1 + 4y^2)(1 + 2y)(1 - 2y)$
 (9) $(5x + 1)(1 - x)$ (10) $(a^2 + bc + ab + ac)(a^2 + bc - ab - ac)$
 (11) $(5x + 6y - 1)(5x - 6y - 1)$ (12) $(7x - y + 1)(7x - y - 1)$
 (13) $(m + 7)^2$ (14) $(2x - 1)^2$
 (15) $(6a + 5)^2$ (16) $(x^3 - 4)^2$



নোট

(17) $(a^4 + 7a^2 + 1)(a^2 + 3a + 1)(a^2 - 3a + 1)$

(18) $(2a^2 + 6ab + 9b^2)(2a^2 - 6ab + 9b^2)$

(19) $(x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)$

(20) $(3a^2 + 5a + 4)(3a^2 - 5a + 4)$

(21) (i) 40 (ii) 57200

4.4

1. $(a + 6b)(a^2 - 6ab + 36b^2)$

2. $(a - 7)(a^2 + 7a + 49)$

3. $(x + 4y)^3$

4. $(2x - 3y)^3$

5. $(2x - 5y)^3$

6. $(4k - 3)^3$

7. $(9x^2 - 2)(81x^4 + 18x^2 + 4)$

8. $x^2(1 + y^2)(1 - y^2 + y^4)$

9. $2a(2a^2 - 3b^2)(4a^2 + 6a^2b^2 + 9b^4)$

10. $(3b - a - 1)(9b^2 + 3ab + 3b + a^2 + a + 1)$

11. $(2a - 3b + 4c)(4a^2 + 9b^2 - 6ab - 8ac + 12bc + 16c^2)$

12. $(4x - 2y + 1)(16x^2 + 8xy - 4x + 4y^2 - 4y + 1)$

4.5

1. $(x + 3)(x + 8)$

2. $(x - 6y)(x - 9y)$

3. $(x + 3)(2x - 1)$

4. $2(x - 2y)(3x + y)$

5. $(2x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$

6. $(x + 15y)(x - 2y)$

7. $(x + 2)(2x + 7)$

8. $(2y - 3)(5y - 2)$

9. $(x - 1)(2x + 1)$

10. $(12 - m)(m + 9)$

11. $(2a - b - 6)(2a - b + 5)$

12. $(9y - 7)(5x + y)$

4.6

1. (i) $3xy^2$ (ii) $12y^3x^5$ (iii) $(x + 1)^2$ (iv) $x + 2$ (v) $6(x + 2)$

(vi) $(x + 5)^2$ (vii) $(2x - 5)^2$ (viii) $x^2 - 1$ (ix) $x - y$ (x) $6(x - 1)$

2. (i) $75x^3y^2$ (ii) $240x^3y^4$ (iii) $(x - 1)(x + 1)^3$

(iv) $x^2 + 4x + 4$ (v) $72(x + 2)^3(x^2 - 2x + 4)$ (vi) $(x + 1)^2(x + 5)^3$

(vii) $(x - 4)(x + 4)^2(2x - 5)^3$ (viii) $x^4 - 1$

(ix) $(x - 1)(x + 1)(x^2 + x + 1)$ (x) $18(x - 1)(x - 2)(x - 3)$



নোট

4.7

1. (i), (ii), (iii), (v), (vii) আৰু (viii)

4.8

1. (i) $\frac{2x^2}{x-2}$ (ii) $\frac{2x^2+2x-7}{x^2+x-6}$ (iii) $\frac{2x^2+2}{x^3-x^2-x+1}$

(iv) $\frac{4x^2+5x+28}{x^3+4x^2-16x+64}$ (v) $\frac{2x}{x+3}$ (vi) $\frac{2x^2+8}{x^2-4}$

(vii) $\frac{2x^3+3x^2-1}{x^3+2x^2+x+2}$ (viii) $\frac{5}{6x^2}$

2. (i) $\frac{x-6}{x^2-4}$ (ii) $\frac{8x}{4x^2-1}$ (iii) $\frac{x^2-1}{x}$

(iv) $\frac{2-x}{x^2-x}$ (v) $\frac{x^2+2}{x-4}$ (vi) $\frac{2x^3+1}{(x^2+2)^2}$

(vii) $\frac{x^2-15x+16}{2(x^3+3x^2-9x-27)}$ (viii) $\frac{1-x}{1+x}$

3. (i) 2 (ii) 6 (iii) 2 (iv) 110 (v) $8\sqrt{15}$
(vi) 115 (vii) 0 (viii) 18 (ix) ± 5 (x) 14.

4.9

1. (i) $\frac{1}{2x^2-x-1}$ (ii) $\frac{x^4+x^2+1}{x^6+x^4+x^2+1}$ (iii) $\frac{51x+9}{2x-6}$

(iv) $\frac{5x^2+7x-6}{5x^2+32x+12}$ (v) $\frac{x^3+x^2+x+1}{x^3-2x^2+2x-1}$ (vi) $\frac{x^3+1}{2x}$

(vii) $\frac{x-1}{x+1}$ (viii) $\frac{x-6}{x+1}$

2. (i) $\frac{x-1}{x^2+2}$ (ii) $\frac{a-1}{3a}$ (iii) $\frac{x^2+2x-1}{7}$ (iv) $\frac{1}{x^4+1}$

3. (i) $\frac{x+1}{x+5}$ (ii) $\frac{6x^2-11x+3}{2x^2-9x-5}$ (iii) $\frac{1}{x+3}$

(iv) $\frac{x+6}{x+2}$ (v) $\frac{2x^2+11x+5}{x^2-1}$ (vi) 1.



নোট



পাঠৰ অন্তৰ্গত প্ৰশ্নাবলীৰ উত্তৰ (Answers to Check Your Progress)

1. (i) C (ii) A (iii) D (iv) A (v) D (vi) B
(vii) C (viii) B (ix) A (x) C
3. (i) $a^{2m} - a^{2n}$ (ii) $x^2 - y^2 + 4x + 4$ (iii) $4x^2 + 12xy + 9y^2$
(iv) $9a^2 - 30ab + 25b^2$ (v) $125x^3 + 8y^3$ (vi) $8x^3 - 125y^3$
(vii) $a^2 + \frac{41}{20}a + 1$ (viii) $4z^4 - 4z^2 - 15$ (ix) 970299
(x) 1092727 (xi) $a^2 + 2ab - 11a + 30$ (xii) $4x^2 + 24xz + 35z^2$
4. 15616
5. (i) $x^7y^6(1+x^{15}y^{14})$ (ii) $3ab(a-3b)(a+3b)(a^2+9b^2)$
(iii) $3a^2(a^2+2b^2)^2$ (iv) $(a^2-4b^3)^2$
(v) $3(x^2+2xy+2y^2)$ (vi) $(x^4-2x^2+9)(x^4+2x^2+9)$
(vii) $(x+9)(x+7)$ (viii) $(x-3)(x-9)$
(ix) $(x+y)(7x-6y)$ (x) $(x-2)(5x+2)$
(xi) $(x-3y)(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)(x^2+3xy+9y^2)$
(xii) $(5a^2+4b^2)(25a^4-20a^2b^2+16b^4)$
6. (i) $x^3(1-x)$ (ii) $10(x-1)$
7. (i) $(x^2-y^2)(x^2-xy+y^2)$ (ii) $x^4+x^2y^2+y^4$
8. (i) $\frac{2x^2+2}{x^3-x^2-x+1}$ (ii) $\frac{x+2}{x+3}$
(iii) $\frac{3x^2-2x-1}{x^3+2x^2-4x-8}$ (iv) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-10x+25}$
9. $\frac{16}{a^8-1}$
10. $\frac{x^4+14x^2+1}{x^4-2x^2+1}$